

一、选择题(共8小题,每小题5分,共40分,在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项)

1. ★集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cup B =$

(A) $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$

(B) $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

(C) $\{x | -1 \leq x < 3\}$

(D) $\{x | 0 < x \leq 2\}$

2. ★方程组 $\begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 1 \end{cases}$ 的解集是

(A) $(4, 3)$

(B) $\{4, -3\}$

(C) $\{(4, 3)\}$

(D) $\{(4, -3)\}$

3. ★下列各组函数表示同一函数的是

(A) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 与 $g(x) = x + 1$

(B) $f(x) = x$ 与 $g(x) = (\sqrt{x})^2$

(C) $f(x) = \sqrt{x^2}$ 与 $g(x) = x$

(D) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 与 $g(t) = (t - 1)^2$

4. ★设 $f: A \rightarrow B$ 是 A 到 B 的一个映射, 其中 $A = B = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$,

$f: (x, y) \rightarrow (2x, x - y)$, 则 B 中元素的 $(2, -1)$ 原象是

(A) $(1, 2)$

(B) $(1, -2)$

(C) $(4, 3)$

(D) $(4, -3)$

5. ★已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+4} + \sqrt{1-2x}}{x^2 - 1}$ 的定义域是

(A) $[-4, -1) \cup (-1, \frac{1}{2}]$

(B) $[-4, -1) \cup (-1, 1)$

(C) $[\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$

(D) $[-4, 1) \cup (1, +\infty)$

6. ★已知函数 $f(2x - 1) = 4x^2 - 4x - 5$, 则函数 $f(x)$ 的解析式是

(A) $f(x) = x^2 - 2$

(B) $f(x) = x^2 - 6$

(C) $f(x) = 2x^2 + 2x - 5$

(D) $f(x) = x^2 - 5$

7. ★★集合 $A = \{y | y = x^2, x \in R\}$, $B = \{-2, -1, 1, 2\}$, 则下列结论正确的是

(A) $A \cup B = (0, +\infty)$

(B) $(C_R A) \cup B = (-\infty, 0]$

(C) $(C_R A) \cap B = \{-2, -1\}$

(D) $A \cap (C_R B) = [0, +\infty)$

8. ★★★设函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 对于给定的正数 K , 定义函数

$$f_K(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq K \\ K, & f(x) > K \end{cases}$$

取函数 $f(x) = -x^2 + 2x$. 对任意的 $x \in (-\infty, +\infty)$, 恒有

$f_K(x) = f(x)$, 则

(A) K 的最大值为 2

(B) K 的最小值为 2

(C) K 的最大值为 1

(D) K 的最小值为 1

二、填空题(共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

9. ★全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 4\}$, $C_U(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. ★函数 $f(x) = 1 - x^2$, 则 $f\left(\frac{1}{f(2)}\right)$ 的值为 .

11. ★函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3, x \in (0, 3)$ 的值域是 .

12. ★★已知 $A = \{x | -2 \leq x < 4\}$, $B = \{x | x > a\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 且 $A \subset B$, 则实数 a 的取值集合为 .

13. ★已知 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $x + (x+2) \cdot f(x+2) \leq 5$ 的解集是 .

14. ★★★如图(1)是反映某条公共汽车线路收支差额 y (即营运所得票价收入与付出成本的差) 与乘客两 x 之间关系的图像。由于目前该条公交线路亏损, 公司有关人员提出来两种调整的建议, 如图(2)(3)所示。



三、解答题(共 2 小题, 共 30 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程)

15. (本小题满分 15 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 - 1, & x \in [1, +\infty) \\ \frac{1}{x}, & x \in (0, 1) \\ -x - 1, & x \in (-\infty, 0] \end{cases}$$

(I) 求 $f\left[f\left(\frac{3}{2}\right)\right]$ 的值;

(II) 请作出此函数的图像;

(III) 若 $f(x) = -\frac{1}{2}$, 请求出此时自变量 x 的值.

四、附加题 (本大题 20 分)

18. (本小题满分 20 分)

★★★★ 已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} (k \geq 2)$, 其中 $a_i \in \mathbb{Z} (i = 1, 2, \dots, k)$, 由 A 中的元素构成两个相应的集合: $S = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a + b \in A\}$, $T = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a - b \in A\}$. 其中 (a, b) 是有序数对, 集合 S 和 T 中的元素个数分别为 m 和 n , 若对于任意的 $a \in A$, 总有 $-a \in A$, 则称集合 A 具有性质 P .

(I) 检验集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 与 $\{-1, 2, 3\}$ 是否具有性质 P , 并对其中具有性质 P 的集合, 写出相应的集合 S 和 T ;

(II) 对任何具有性质 P 的集合 A , 证明: $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$;

(III) 判断 m 和 n 的大小关系, 并证明你的结论.