

初三数学 测试卷

2023.11

班级: _____

姓名: _____

正反面页

1. 本试卷共 8 页，共 28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
 2. 在答题卡上指定位置贴好条形码，或填涂考号。
 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
 5. 答题不得使用任何涂改工具。

出题人：邢晓东

审核人：郭彩霞

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

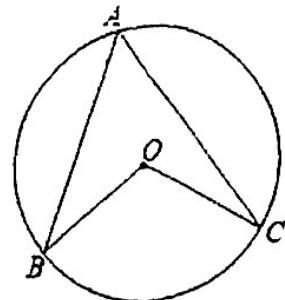
下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（ ）

一元二次方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 用配方法解可变形为（ ）

- A. $(x + 1)^2 = 6$ B. $(x + 2)^2 = 9$
 C. $(x - 1)^2 = 6$ D. $(x - 2)^2 = 9$

如图，点 A ， B ， C 在 $\odot O$ 上， $\angle BAC = 54^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的度数为（ ）

- A. 27° B. 108°
 C. 116° D. 128°



第 3 题图

二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 1)$ ，则代数式 $a + b$ 的值为（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

<i>y</i>	3	4	3	0	1	2	...
----------	---	---	---	---	---	---	-----

根据表格上的信息回答问题：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = -5$ 的解为（ ）

- A. $x_1 = 2, x_2 = -2$ B. $x_1 = 2, x_2 = -3$
 C. $x_1 = 2, x_2 = -4$ D. $x_1 = 2, x_2 = -5$



北京
中考

6. 下列有关圆的一些结论，其中正确的是（ ）。

- A. ~~任意~~ 3点可以确定一个圆
 B. 相等的圆心角所对的弧相等
 C. 圆内接四边形对角互补
 D. 平分弦的直径垂直于弦，并且平分弦所对的弧

7. 在平面直角坐标系中，抛物线 $y = (x+5)(x-3)$ 经变换后得到抛物线 $y = (x+3)(x-5)$ ，则这个变换可以是（ ）

- A. 向左平移2个单位 B. 向右平移2个单位 C. 向左平移8个单位 D. 向右平移8个单位

8. 已知某函数的图象过 $A(2,1), B(-1,-2)$ 两点，下面有四个推断：

- ①若此函数的图象为直线，则此函数的图象和直线 $y = 4x$ 平行
 ②若此函数的图象为直线，则此函数的图象分布在第一、三、四象限
 ③若此函数的图象为抛物线，且开口向下，则此函数图象一定与 y 轴的负半轴相交
 ④若此函数的图象为抛物线，且开口向上，则此函数图象对称轴在直线 $x = \frac{1}{2}$ 左侧
 所有合理推断的序号是（ ）

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

二、填空题（共16分，每题2分）

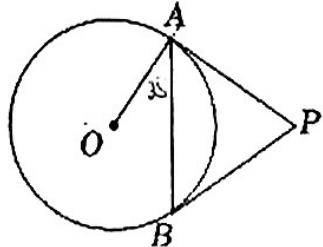
9. 已知 $y = (m-2)x^{|m|} + 2$ 是 y 关于 x 的二次函数，那么 m 的值为_____.

10. 已知 $x = 1$ 是方程 $x^2 + bx - 2 = 0$ 的一个根，则方程的另一个根是_____.

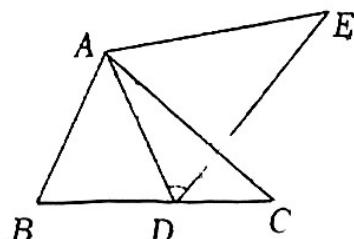
11. 二次函数 $y = x^2 - 3x + m + 2$ 的图象与 x 轴只有一个公共点，则 m 的值为_____.

12. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 连接 OA, AB , 若 $\angle OAB = 35^\circ$, 则 $\angle ABP = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 得到 $\triangle ADE$, 点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上, 若 $DE \perp AC$, $\angle CAD = 25^\circ$, 则旋转角 α 的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



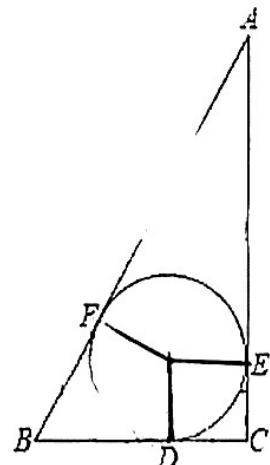
第 12 题图



第 13 题图

14. 《九章算术》是我国古代数学名著, 也是古代东方数学的代表作之一. 书中记载了一个问题: “今有勾五步, 股十二步, 问勾中容圆径几何?”
译文: “如图, 今有直角三角形, 勾(短直角边)长为5步, 股(长直角边)长为12步, 问该直角三角形能容纳的圆(内切圆)的直径是多少步?”

根据题意, 该直角三角形内切圆的直径为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 步.



第 14 题图

15. 在半径为2的 $\odot O$ 中有一条弦 $AB = 2$, 则弦 AB 所对的圆周角的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 某餐厅在客人用餐完毕后收拾餐桌分以下几个步骤: ①回收餐具与剩菜、清洁桌面; ②清洁椅面与地面; ③摆放新餐具. 前两个步骤顺序可以互换, 但摆放新餐具必须在前两个步骤都完成之后才可进行, 每个步骤所花费时间如表所示:

步骤 桌别	所需时间 (单位: 分钟)		
	回收餐具 与剩菜、 清洁桌面	清洁椅面 与地面	摆放新餐具
大桌	5	3	2
小桌	3	2	1



现有三名餐厅工作人员分别负责: ①回收餐具与剩菜、清洁桌面, ②清洁椅面与地面, ③摆放新餐具, 每张桌子同一时刻只允许一名工作人员进行工作. 现有两张小桌和一张大桌需要清理, 那么将三张桌子收拾完毕最短需要 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分钟.

三、解答题（共68分，第17题8分，第18题4分，第19-24题5分，第25-26题6分，第27-28题7分）

17. (本小题8分) 用适当的方法解下列方程：

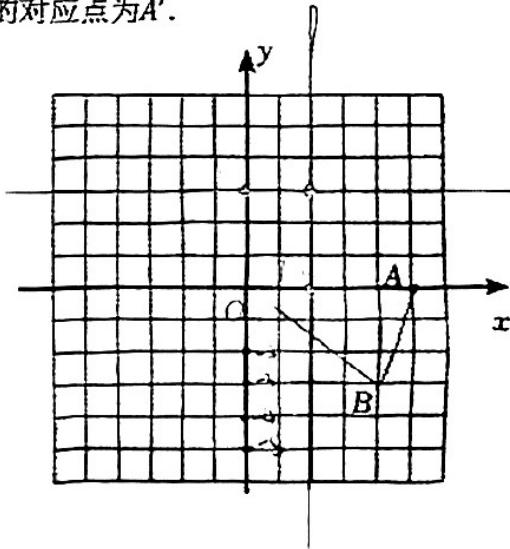
$$(1)x^2 - 4x + 1 = 0; \quad (2)x^2 - 5x + 6 = 0.$$



18. (本小题4分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0,0)$ ， $A(5,0)$ ， $B(4,-3)$. 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$ ，点 A 旋转后的对应点为 A' .

(1)画出旋转后的图形 $\triangle OA'B'$ ，并写出点 A' 的坐标；

(2)求点 B 经过的路径的长(结果保留 π).



19. (本小题5分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x - 2m + 5 = 0$ 有两个实数根.

(1)求实数 m 的取值范围；

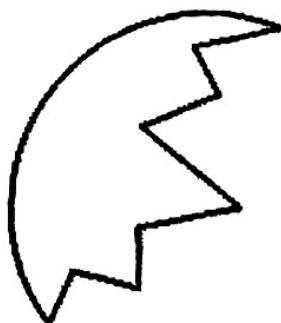
(2)若 x_1 、 x_2 是该方程的两个根，且满足 $x_1x_2 + x_1 + x_2 = m^2 + 6$ ，求 m 的值.

20. (本小题 5 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + ax + b$ 经过点 $A(-2, 0)$, $B(-1, 3)$.

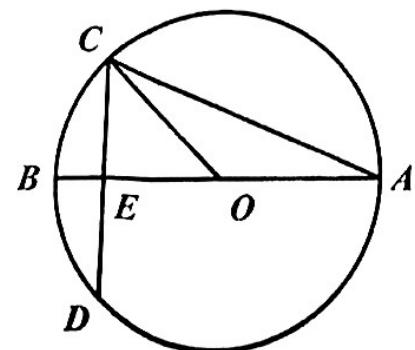
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求抛物线的顶点 C 的坐标.

21. (本小题 5 分) 一个圆形零件的部分碎片如图所示, 请你利用尺规作图找到圆心 O . (要求: 不写作法, 保留作图痕迹)



22. (本小题 5 分) 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直弦 CD 于点 E , $AB = 8$, $\angle A = 22.5^\circ$, 求 CD 的长.



23. (本小题 5 分) 已知二次函数 $y_1 = x^2 + bx - 3$ 的图象与直线 $y_2 = x + 1$ 交于点 $A(-1, 0)$ 、点 $C(4, m)$.

(1) 求 y_1 的表达式和 m 的值;

(2) 当 $y_1 > y_2$ 时, 直接写出自变量 x 的取值范围.

24. (本小题 5 分) 某服装超市购进单价为 30 元的童装若干件, 物价部门规定其销售单价不低于每件 30 元, 不高于每件 60 元. 销售一段时间后发现: 当销售单价为 60 元时, 平均每月销售量为 80 件, 而当销售单价每降低 10 元时, 平均每月能多售出 20 件. 同时, 在销售过程中, 每月还要支付其他费用 450 元. 设销售单价为 x 元, 平均月销售量为 y 件.

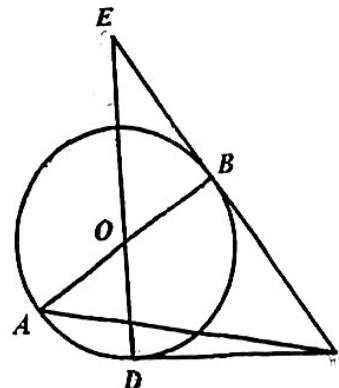
(1) 直接写出 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 当销售单价为多少元时, 销售这种童装每月获得利润最大? 最大利润是多少?

25. (本小题 6 分) 已知, 如图, $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 点 D 为 $\odot O$ 上一点, 且 $CD = CB$, 连接 DO 并延长交 CB 的延长线于点 E .

(1) 判断直线 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $BE = 4$, $DE = 8$, 求 AC 的长.

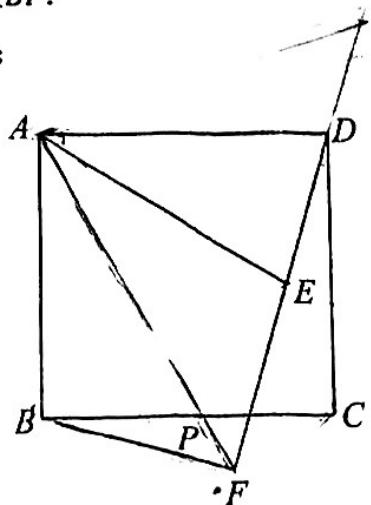


16. (本小题 6 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - (a+1)x$.

- (1) 若抛物线过点 $(2, 0)$, 求抛物线的对称轴;
- (2) 若 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 为抛物线上两个不同的点.
 - ① 当 $x_1 + x_2 = -4$ 时, $y_1 = y_2$, 求 a 的值;
 - ② 若对于 $x_1 > x_2 \geq -2$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 a 的取值范围.

27. (本小题 7 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是边 BC 上的一动点 (不与点 B, C 重合), 点 B 关于直线 AP 的对称点为 E , 连接 AE . 连接 DE 并延长交射线 AP 于点 F , 连接 BF .

- (1) 若 $\angle BAP = \alpha$, 直接写出 $\angle ADF$ 的大小 (用含 α 的式子表示);
- (2) 求证: $BF \perp DF$;
- (3) 连接 CF , 用等式表示线段 AF, BF, CF 之间的数量关系, 并证明.



28. (本小题 7 分) 对于平面直角坐标系 xOy 中第一象限内的点 $P(x, y)$ 和图形 W , 给出如下定义: 过点 P 作 x 轴和 y 轴的垂线, 垂足分别为 M , N , 若图形 W 中的任意一点 $Q(a, b)$ 满足 $a \leq x$ 且 $b \leq y$, 则称四边形 $PMON$ 是图形 W 的一个覆盖, 点 P 为这个覆盖的一个特征点. 例: 已知点 $A(1, 2)$, 点 $B(3, 1)$, 则点 $P(5, 4)$ 为线段 AB 的一个覆盖的特征点.

(1) 已知点 $C(2, 3)$,

① 在点 $P_1(1, 3)$, 点 $P_2(3, 3)$, 点 $P_3(4, 4)$ 中, 是 $\triangle ABC$ 的覆盖特征点的为 _____;

② 若在一次函数 $y = mx + 5(m \neq 0)$ 的图象上存在 $\triangle ABC$ 的覆盖的特征点, 求 m 的取值范围.

(2) 以点 $D(2, 4)$ 为圆心, 1 为半径作圆, 在抛物线 $y = ax^2 - 5ax + 4(a \neq 0)$ 上存在 $\odot D$ 的覆盖的特征点, 直接写出 a 的取值范围 _____.

