

2017 北京市丰台区初三（上）期末 数 学

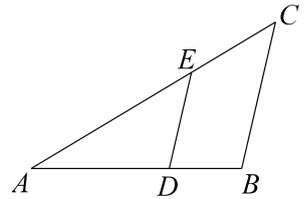


考生须知	1. 本试卷共 8 页，共 5 道大题，29 道小题，满分 120 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考试号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。
------	--

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 如图，点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB, AC 边上，且 $DE \parallel BC$ ，如果 $AD:AB=2:3$ ，那么 $DE:BC$ 等于



- A. 3:2 B. 2:5
C. 2:3 D. 3:5

2. 如果 $\odot O$ 的半径为 7cm ，圆心 O 到直线 l 的距离为 d ，且 $d=5\text{cm}$ ，那么 $\odot O$ 和直线 l 的位置关系是

- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不确定

3. 如果两个相似多边形的面积比为 $4:9$ ，那么它们的周长比为

- A. 4:9 B. 2:3 C. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$ D. 16:81

4. 把二次函数 $y=x^2-2x+4$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，下列变形正确的是

- A. $y=(x+1)^2+3$ B. $y=(x-2)^2+3$
C. $y=(x-1)^2+5$ D. $y=(x-1)^2+3$

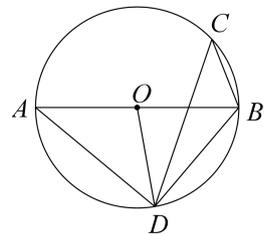
5. 如果某个斜坡的坡度是 $1:\sqrt{3}$ ，那么这个斜坡的坡角为

- A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°

6. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 两点在 $\odot O$ 上，

如果 $\angle C=40^\circ$ ，那么 $\angle ABD$ 的度数为

- A. 40° B. 50°
C. 70° D. 80°



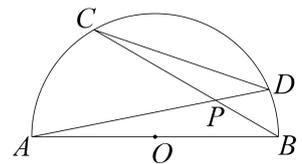
7. 如果 $A(2, y_1), B(3, y_2)$ 两点都在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上，那么 y_1 与 y_2 的大小关系是

- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. $y_1 \geq y_2$

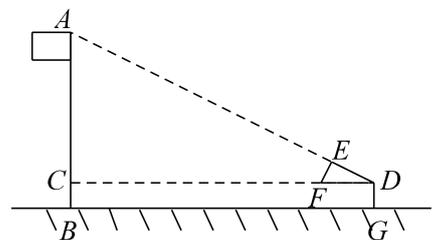
8. 如图， AB 为半圆 O 的直径，弦 AD, BC 相交于点 P ，如果 $CD=3, AB=4$ ，

那么 $S_{\triangle PDC}:S_{\triangle PBA}$ 等于

- A. 16:9 B. 3:4
C. 4:3 D. 9:16



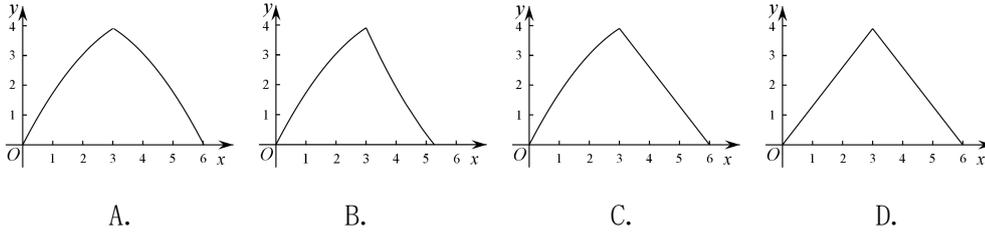
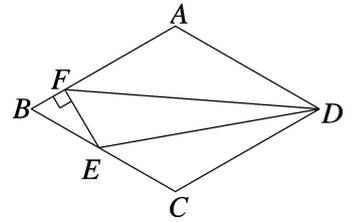
9. 如图，某校数学兴趣小组利用自制的直角三角形硬纸板 DEF 来测量操场旗杆 AB 的高度，他们通过调整测量位置，使斜边 DF 与地面保持平行，并使边 DE 与旗杆顶点 A 在同一直线上，已知 $DE=0.5$ 米， $EF=0.25$ 米，目测点 D 到地面的距离 $DG=1.5$ 米，到旗杆的水平距离 $DC=20$ 米，则旗杆的高度为



- A. $10\sqrt{5}$ 米 B. $(10\sqrt{5}+1.5)$ 米

- C. 11.5 米 D. 10 米

10. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $\angle BAD=120^\circ$ ，点 E 从点 B 出发，沿 BC 和 CD 边移动，作 $EF \perp$ 直线 AB 于点 F ，设点 E 移动的路程为 x ， $\triangle DEF$ 的面积为 y ，则 y 关于 x 的函数图象为

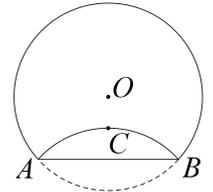


二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

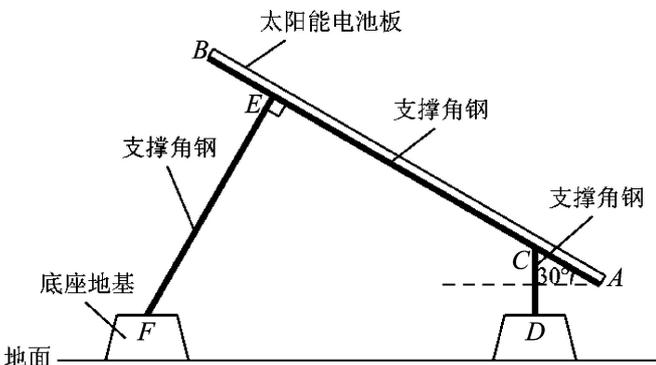
11. 二次函数 $y = 2(x-1)^2 - 5$ 的最小值是_____.
12. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ ，则 $\frac{x-y}{y} =$ _____.
13. 已知一扇形的面积是 24π ，圆心角是 60° ，则这个扇形的半径是_____.
14. 请写出一个符合以下两个条件的反比例函数的表达式：_____.

- ① 图象位于第二、四象限；
- ② 如果过图象上任意一点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，作 $AC \perp y$ 轴于点 C ，那么得到的矩形 $ABOC$ 的面积小于 6.

15. 如图，将半径为 3cm 的圆形纸片折叠后，劣弧中点 C 恰好与圆心 O 距离 1cm ，则折痕 AB 的长为_____ cm .



16. 太阳能光伏发电是一种清洁、安全、便利、高效的新兴能源，因而逐渐被推广使用。如图是太阳能电池板支撑架的截面图，其中的粗线表示支撑角钢，太阳能电池板与支撑角钢 AB 的长度相同，支撑角钢 EF 长为 $\frac{290\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ ， AB 的倾斜角为 30° ， $BE=CA=50\text{cm}$ ，支撑角钢 CD ， EF 与底座地基台面接触点分别为 D ， F ， CD 垂直于地面， $FE \perp AB$ 于点 E 。两个底座地基高度相同（即点 D ， F 到地面的垂直距离相同），均为 30cm ，点 A 到地面的垂直距离为 50cm ，则支撑角钢 CD 的长度是_____ cm ， AB 的长度是_____ cm 。

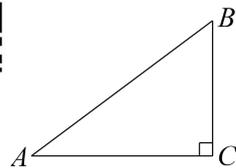




三、解答题（本题共 35 分，每小题 5 分）

17. 计算： $6 \tan 30^\circ + \cos^2 45^\circ - \sin 60^\circ$.

18. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\tan A = \frac{3}{4}$ ， $BC=12$ ，



求 AB 的长.

19. 已知二次函数 $y = -x^2 + x + c$ 的图象与 x 轴只有一个交点.

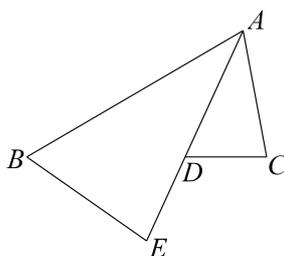
(1) 求这个二次函数的表达式及顶点坐标;

(2) 当 x 取何值时， y 随 x 的增大而减小.

20. 如图，已知 AE 平分 $\angle BAC$ ， $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC}$.

(1) 求证： $\angle E = \angle C$;

(2) 若 $AB=9$ ， $AD=5$ ， $DC=3$ ，求 BE 的长.

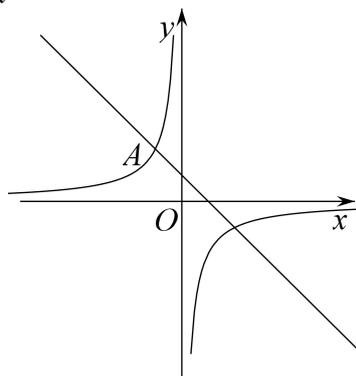


21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = -x + 1$ 的图象的一个交点为 A

$(-1, m)$.

(1) 求这个反比例函数的表达式;

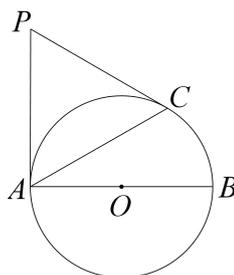
(2) 如果一次函数 $y = -x + 1$ 的图象与 x 轴交于点 $B(n, 0)$ ，请确定当 $x < n$ 时，对应的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的值的范围.



22. 如图，已知 AB 为 $\odot O$ 的直径， PA ， PC 是 $\odot O$ 的切线， A ， C 为切点， $\angle BAC = 30^\circ$.

(1) 求 $\angle P$ 的度数;

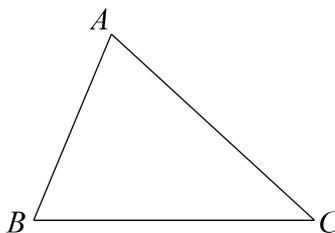
(2) 若 $AB=6$ ，求 PA 的长.



23. 已知： $\triangle ABC$.

(1) 求作： $\triangle ABC$ 的外接圆，请保留作图痕迹;

(2) 至少写出两条作图的依据.

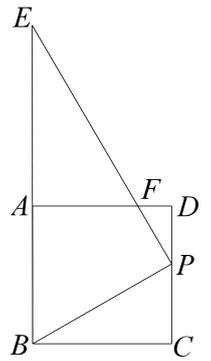


四、解答题（本题共 22 分，第 24 至 25 题，每小题 5 分，第 26 至 27 题，每小题 6 分）

24. 青青书店购进了一批单价为 20 元的中华传统文化丛书。在销售的过程中发现，这种图书每天的销售数量 y （本）与销售单价 x （元）满足一次函数关系： $y = -3x + 108$ ($20 < x < 36$)。如果销售这种图书每天的利润为 p （元），那么销售单价定为多少元时，每天获得的利润最大？最大利润是多少？

25. 如图, 将一个 $Rt\triangle BPE$ 与正方形 $ABCD$ 叠放在一起, 并使其直角顶点 P 落在线段 CD 上 (不与 C, D 两点重合), 斜边的一部分与线段 AB 重合.

- (1) 图中与 $Rt\triangle BCP$ 相似的三角形共有 _____ 个, 分别是 _____;
 (2) 请选择第 (1) 问答案中的任意一个三角形, 完成该三角形与 $\triangle BCP$ 相似的证明.



26. 有这样一个问题: 探究函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的图象与性质. 小美根据学习函数的经验, 对函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的图象与性质进行了探究. 下面是小美的探究过程, 请补充完整:

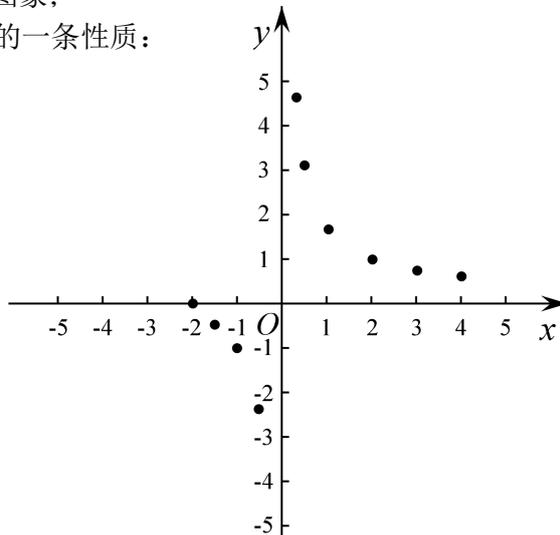
- (1) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是 _____;
 (2) 下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	...
y	0	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	-1	$-\sqrt{6}$	$\sqrt{21}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{3}$	m	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{4}$...

求 m 的值;

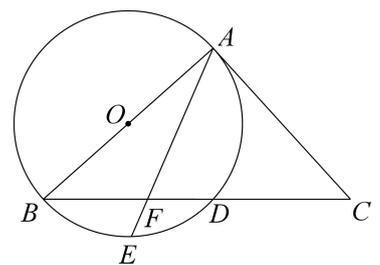
- (3) 如下图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出了以上表中各对对应值为坐标的点. 根据描出的点, 画出该函数的图象;
 (4) 结合函数的图象, 写出该函数的一条性质:

_____.



27. 如图, 以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径作 $\odot O$, 与 BC 交于点 D , 点 E 是 BD 的中点, 连接 AE 交 BC 于点 F , $\angle ACB = 2\angle BAE$.

- (1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 若 $\sin B = \frac{2}{3}$, $BD=5$, 求 BF 的长.

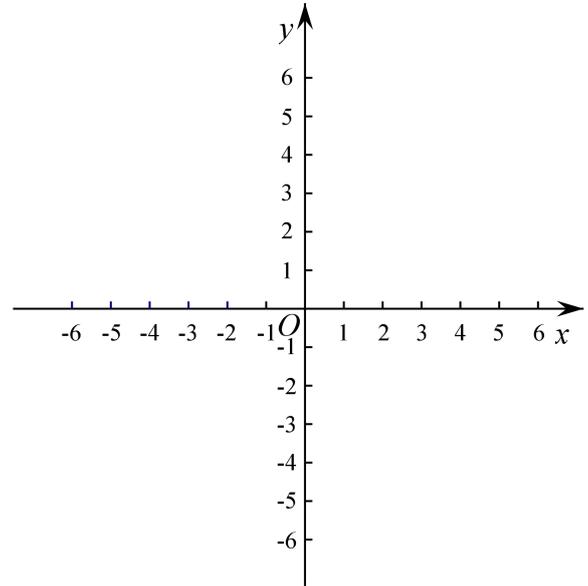


五、解答题 (本题共 15 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

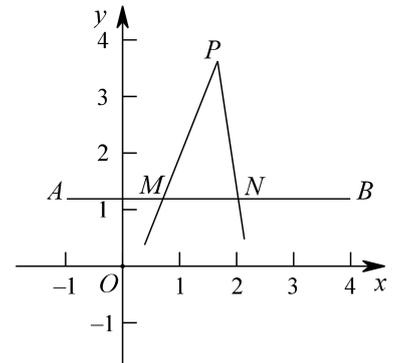


28. 已知抛物线 $G_1: y = a(x-h)^2 + 2$ 的对称轴为 $x = -1$, 且经过原点.

- (1) 求抛物线 G_1 的表达式;
- (2) 将抛物线 G_1 先沿 x 轴翻折, 再向左平移 1 个单位后, 与 x 轴分别交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于 C 点, 求 A 点的坐标;
- (3) 记抛物线在点 A, C 之间的部分为图象 G_2 (包含 A, C 两点), 如果直线 $m: y = kx - 2$ 与图象 G_2 只有一个公共点, 请结合函数图象, 求直线 m 与抛物线 G_2 的对称轴交点的纵坐标 t 的值或范围.



29. 如图, 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和线段 AB , 给出如下定义: 如果线段 AB 上存在两个点 M, N , 使得 $\angle MPN = 30^\circ$, 那么称点 P 为线段 AB 的伴随点.

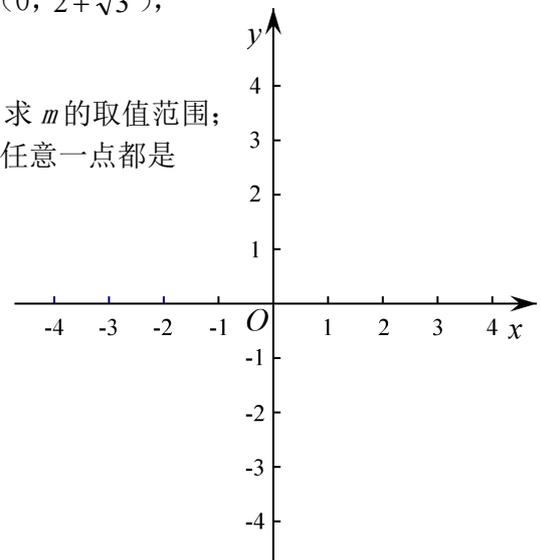


(1) 已知点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 及 $D(1, -1)$, $E\left(\frac{5}{2}, -\sqrt{3}\right)$, $F(0, 2+\sqrt{3})$,

①在点 D, E, F 中, 线段 AB 的伴随点是_____;

②作直线 AF , 若直线 AF 上的点 $P(m, n)$ 是线段 AB 的伴随点, 求 m 的取值范围;

(2) 平面内有一个腰长为 1 的等腰直角三角形, 若该三角形边上的任意一点都是某条线段 a 的伴随点, 请直接写出这条线段 a 的长度的范围.





数学试题答案

一、选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	D	A	B	B	D	C	C

二、填空题 (本题共 18 分, 每小题 3 分)

11. -5; 12. $\frac{1}{3}$; 13. 12; 14. 答案不唯一, 如: $y = -\frac{5}{x}$; 15. $2\sqrt{5}$; 16. 45, 300.

三、解答题 (本题共 35 分, 每小题 5 分)

17. 解: 原式 = $6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ -----3 分

$$= 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} + 1}{2}$$

18. 解: $\because \angle C = 90^\circ, BC = 12, \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4} \therefore AC = 16.$ -----3 分

$\because AB^2 = AC^2 + BC^2, \therefore AB^2 = 16^2 + 12^2 = 400, AB = 20.$ -----5 分

19. 解: (1) 由题意得 $\Delta = 1 + 4c = 0, \therefore c = -\frac{1}{4}.$

$\therefore y = -x^2 + x - \frac{1}{4}.$ -----2 分

\because 当 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ 时, $y = 0, \therefore$ 顶点坐标为 $\left(\frac{1}{2}, 0\right).$ -----3 分

(2) $\because a = -1 < 0,$ 开口向下,

\therefore 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小. -----5 分

20. (1) 证明: $\because AE$ 平分 $\angle BAC, \therefore \angle BAE = \angle EAC.$ -----1 分

又 $\because \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC},$ 得到 $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC.$ -----2 分

$\therefore \angle E = \angle C.$ -----3 分

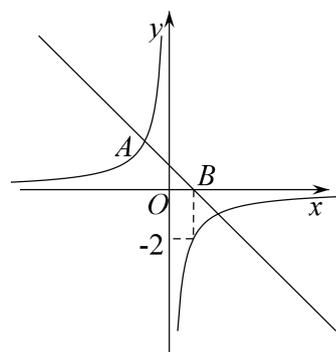
(2) 解: $\because \triangle ABE \sim \triangle ADC, \therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BE}{DC}.$ -----4 分

设 $BE = x, \therefore \frac{9}{5} = \frac{x}{3}, \therefore x = \frac{27}{5},$ 即 $BE = \frac{27}{5}.$ -----5 分

21. 解: (1) \because 点 A 在一次函数 $y = -x + 1$ 的图象上,

$\therefore m = 2. \therefore A(-1, 2).$ -----1 分

\because 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,





$\therefore k = -2. \therefore y = -\frac{2}{x}$. -----2分

(2) 令 $y = -x+1=0, x=1, \therefore B(1, 0)$. -----3分

\therefore 当 $x=1$ 时, $y = -\frac{2}{1} = -2$.

由图象可知, 当 $x < 1$ 时, $y > 0$ 或 $y < -2$. -----5分

22. 解: (1) $\because PA, PC$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore PA=PC, \angle PAB=90^\circ$. -----2分

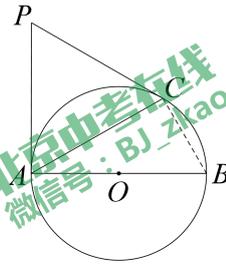
$\because \angle BAC=30^\circ, \therefore \angle PAC=60^\circ$.

$\therefore \triangle ACP$ 为等边三角形. $\therefore \angle P=60^\circ$. -----3分

(2) 连接 $BC, \because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB=90^\circ$. -----4分

$\because \angle BAC=30^\circ, AB=6, \cos \angle CAB = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore AC=3\sqrt{3}. \therefore PA=AC=3\sqrt{3}$. -----5分



23. 解: 作图正确 -----3分

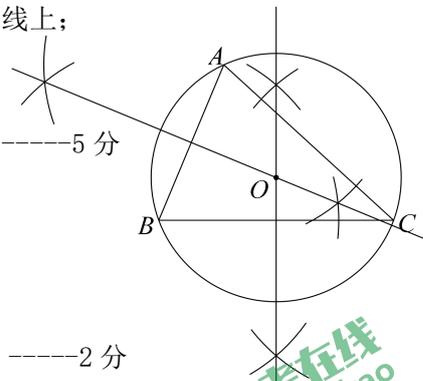
作图依据:

(1) 到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上;

(2) 两点确定一条直线;

(3) 垂直平分线上一点到线段的两个端点距离相等;

(4) 在平面内, 圆是到定点的距离等于定长的点的集合. -----5分



四、解答题 (本题共 22 分, 第 24 至 25 题, 每小题 5 分,

第 26 至 27 题, 每小题 6 分)

24. 解: $p=(x-20)(-3x+108) = -3x^2+168x-2160$ -----2分

$\because 20 < x < 36$, 且 $a=-3 < 0$,

\therefore 当 $x=28$ 时, $y_{\text{最大}}=192$. -----4分

答: 销售单价定为 28 元时, 每天获得的利润最大, 最大利润是 192 元. -----5分

25. 解: (1) 3; $Rt\triangle EPB, Rt\triangle PDF, Rt\triangle EAF$. -----2分

(2) 答案不唯一, 如:

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore \angle ABP + \angle PBC = \angle C = 90^\circ$.

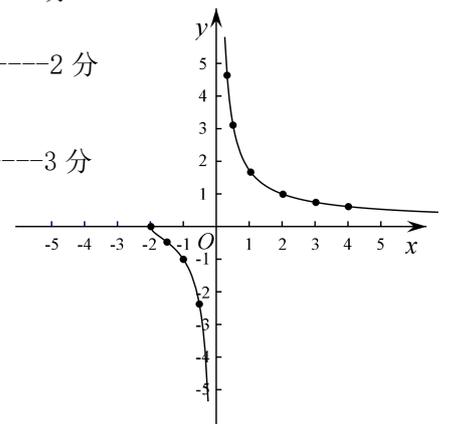
$\because \angle PBC + \angle BPC = 90^\circ, \therefore \angle ABP = \angle BPC$.

又 $\because \angle BPE = \angle C = 90^\circ, \therefore Rt\triangle BCP \sim Rt\triangle EPB$. -----5分

26. 解: (1) $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$. -----2分

(2) 当 $x=2$ 时, $m = \frac{\sqrt{2+2}}{2} = 1$. -----3分

(3) 图象如图所示:





-----5分

-----6分

(4) 当 $-2 \leq x < 0$ 或 $x > 0$ 时, y 随 x 增大而减小.

27. (1) 证明: 连接 AD .

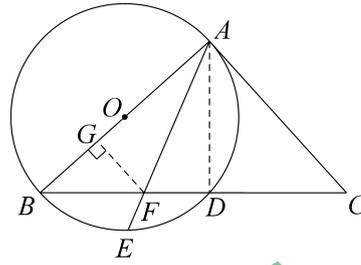
$\because E$ 是弧 BD 的中点, \therefore 弧 $BE =$ 弧 ED , $\therefore \angle BAD = 2\angle BAE$.

$\because \angle ACB = 2\angle BAE$, $\therefore \angle ACB = \angle BAD$. -----1分

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$, $\therefore \angle DAC + \angle ACB = 90^\circ$.

$\therefore \angle BAC = \angle DAC + \angle BAD = 90^\circ$. -----2分

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线. -----3分



(2) 解: 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G .

$\because \angle BAE = \angle DAE$, $\angle ADB = 90^\circ$, $\therefore GF = DF$. -----4分

在 $Rt\triangle BGF$ 中, $\angle BGF = 90^\circ$, $\sin B = \frac{GF}{BF} = \frac{2}{3}$,

设 $BF = x$, 则 $GF = 5 - x$, $\therefore \frac{5 - x}{x} = \frac{2}{3}$, $x = 3$, 即 $BF = 3$. -----6分

五、解答题 (本题共 15 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

28. 解: (1) \because 抛物线 $G_1: y = a(x - h)^2 + 2$ 的对称轴为 $x = -1$,

$$\therefore y = a(x + 1)^2 + 2.$$

\because 抛物线 $y = a(x + 1)^2 + 2$ 经过原点,

$$\therefore a(0 + 1)^2 + 2 = 0. \text{ 解得 } a = -2.$$

\therefore 抛物线 G_1 的表达式为 $y = -2(x + 1)^2 + 2 = -2x^2 - 4x$. -----2分

(2) 由题意得, 抛物线 G_2 的表达式为 $y = 2(x + 1)^2 - 2 = 2x^2 + 8x + 6$.

\therefore 当 $y = 0$ 时, $x = -1$ 或 -3 . $\therefore A(-3, 0)$ -----4分

(3) 由题意得, 直线 $m: y = kx - 2$ 交 y 轴于点 $D(0, -2)$.

由抛物线 G_2 的解析式 $y = 2x^2 + 8x + 6$, 得到顶点 $E(-2, -2)$.

当直线 $y = kx - 2$ 过 $E(-2, -2)$ 时与图象 G_2 只有一个公共点, 此时 $t = -2$.

当直线 $y = kx - 2$ 过 $A(-3, 0)$ 时,

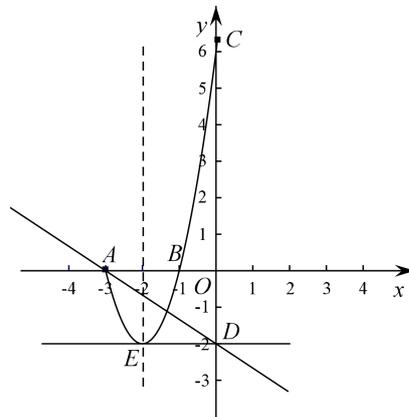
$$\text{把 } x = -3 \text{ 代入 } y = kx - 2, k = -\frac{2}{3},$$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x - 2.$$

$$\text{把 } x = -2 \text{ 代入 } y = -\frac{2}{3}x - 2,$$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}, \text{ 即 } t = -\frac{2}{3}.$$

\therefore 结合图象可知 $t = -2$ 或 $t > -\frac{2}{3}$. -----7分





29. 解: (1) ①D、F; -----2分

②以 AB 为一边, 在 x 轴上方、下方分别构造等边 $\triangle ABO_1$ 和等边 $\triangle ABO_2$,
 分别以点 O_1 , 点 O_2 为圆心, 线段 AB 的长为半径画圆,
 \because 线段 AB 关于 y 轴对称, \therefore 点 O_1 , 点 O_2 都在 y 轴上.

$$\because AB=AO_1=2, AO=1, \therefore OO_1=\sqrt{3} \therefore O_1(0, \sqrt{3}).$$

$$\text{同理 } O_2(0, -\sqrt{3}).$$

$$\because F(2+\sqrt{3}, 0), \therefore O_1F=2+\sqrt{3}-\sqrt{3}=2=AB.$$

\therefore 点 F 在 $\odot O_1$ 上.

设直线 AF 交 $\odot O_2$ 于点 C ,

\therefore 线段 FC 上除点 A 以外的点都是线段 AB 的“伴随点”,

\therefore 点 $P(m, n)$ 是线段 FC 上除点 A 以外的任意一点.

连接 O_2C , 作 $CG \perp y$ 轴于点 G ,

\because 等边 $\triangle O_1AB$ 和等边 $\triangle O_2AB$, 且 y 轴垂直 AB ,

$$\therefore \angle AO_1B = \angle AO_2B = \angle O_1AB = \angle O_2AB = 60^\circ, \angle AO_1O = \angle AO_2O = 30^\circ.$$

$$\because O_1A = O_1F, \therefore \angle AFO_1 = \angle FAO_1 = 15^\circ$$

$$\therefore \angle CAO_2 = \angle AFO_2 + \angle AO_2F = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ.$$

$$\because O_2A = O_2C, \therefore \angle CAO_2 = \angle ACO_2 = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle O_2CG = 180^\circ - \angle CFG - \angle FGC - \angle ACO_2 = 30^\circ.$$

$$\therefore CG = O_2C \cdot \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$\therefore -\sqrt{3} \leq m \leq 0 \text{ 且 } m \neq -1. \quad \text{-----6分}$$

$$(2) a \geq \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \text{-----8分}$$

