



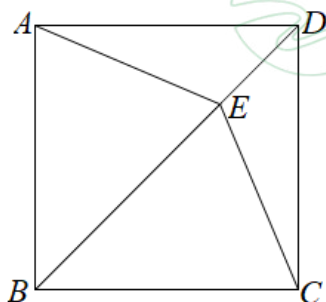
$2^2 = -2$

B. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$

C. $(3\sqrt{2})^2 = 6$

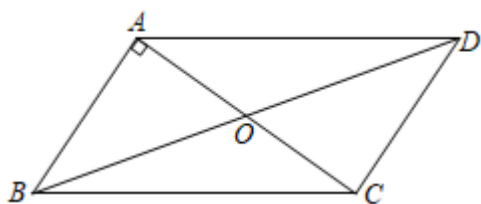
D. $3+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

正方形 $ABCD$ 中，点 E 是对角线 BD 上的一点，且 $BE = AB$ ，连接 CE ， AE ，则 $\angle DAE$ 的度数



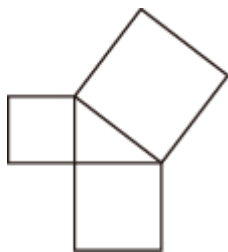
- A. 22.5°
- B. 25°
- C. 30°
- D. 32.5°

9. 如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BD = 10$ ，则 CD 的长为 ()



- A. $\sqrt{34}$
- B. 8
- C. 4
- D. 2

10. 如图是用三块正方形纸片以顶点相连的方式设计的“毕达哥拉斯”图案。现有五种正方形纸片，面积分别是 2，4，6，8，10，选取其中三块（可重复选取）按图的方式组成图案，使所围成的三角形是面积最大的直角三角形，则选取的三块纸片的面积分别是 ()

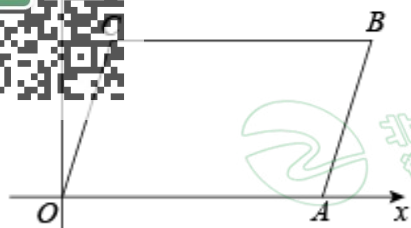


- A. 2，8，10
- B. 4，6，10
- C. 6，8，10
- D. 4，4，8

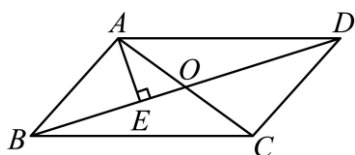
二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

11. 若式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

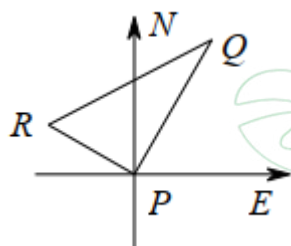
12. 如图，将平行四边形 $OABC$ 放置在平面直角坐标系 xOy 中， O 为坐标原点，若点 C 的坐标是 $(1,3)$ ，点 A 的坐标是 $(5,0)$ ，则点 B 的坐标是_____.



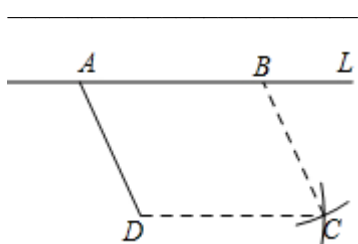
13. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 交于点 O ， $AE \perp BD$ 于 E ， $BD=20$ ， $BE=7$ ， $AE=4$ ，则 AC 的长等于_____.



14. 如图，某港口 P 位于东西方向的海岸线上。“远航”号、“海天”号轮船同时离开港口，“远航”号以每小时 16 n mile 的速度沿北偏东 30° 方向航行，“海天”号以每小时 12 n mile 的速度沿北偏西 60° 方向航行。一小时后，“远航”号、“海天”号分别位于 Q ， R 处，则此时“远航”号与“海天”号的距离为_____ n mile .



15. 如图，点 D 是直线 l 外一点，在 l 上取两点 A ， B ，连接 AD ，分别以点 B ， D 为圆心， AD ， AB 的长为半径画弧，两弧交于点 C ，连接 CD ， BC ，则四边形 $ABCD$ 是平行四边形，理由是：

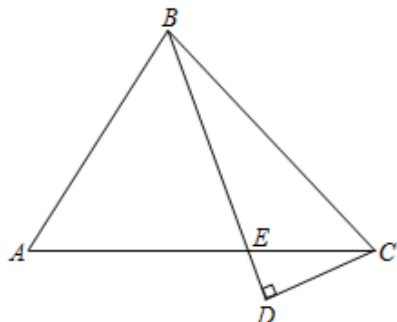


16. 如图，已知 $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 90^\circ$ ，且 $AB = CD = 3$ ， $BC = 4$ ， $DE = EF = 2$ ，则 AF 的长是_____.

17. 已知：如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = \sqrt{10} + \sqrt{2}$ ， $BC = \sqrt{10} - \sqrt{2}$ ，则斜边 AB 边上的高为_____.



18. 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 E 在边 AC 上, $EB=EA$, $\angle A=2\angle CBE$, CD 垂直于 BE 的延长线于点 D , $BD=9$, $AC=11.5$, 则边 BC 的长为 _____.



三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 56 分)

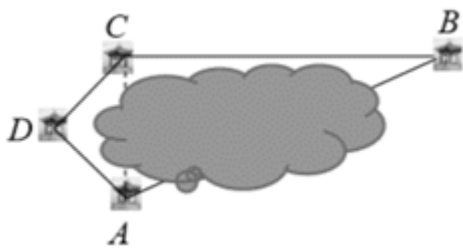
19. 计算:

(1) $2\sqrt{20} - \sqrt{5} + 2\sqrt{\frac{1}{5}}$;

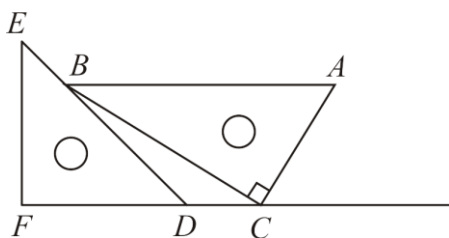
(2) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$.

20. 已知: $x=1-\sqrt{2}$, $y=1+\sqrt{2}$, 求 $x^2+y^2-2x-2y$ 的值.

21. 在一次综合实践活动中, 老师让同学们测量公园里凉亭 A, B 之间的距离(A, B 之间有水池, 无法直接测量). 智慧小组的同学们在公园里选了凉亭 C, D, 测得 $AD=CD=10m$, $\angle D=90^\circ$, $BC=40m$, $\angle DCB=135^\circ$. 请你根据上述数据求出 A, B 之间的距离.



22. 一副三角尺按如图所示方式放置, 点 C 在 FD 的延长线上, $AB \parallel CF$, $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AC = 10$.



(1) 求 $\angle CBD$ 的度数.

(2) 求 CD 的长.

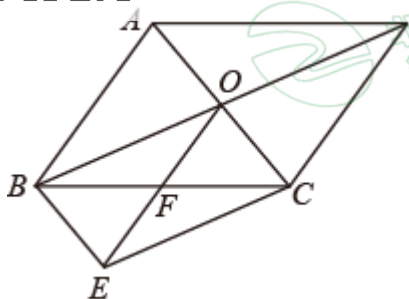
23. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 以 OD , CD 为邻边作平行四边形 $DOEC$, OE 交 BC 于点



北京中考

已知 $AE \perp BE$ ，
 求证： F 为 BC 中点；

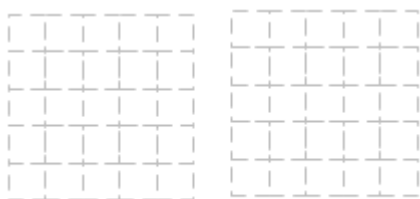
若 $OB \perp AC$ ， $OF=2$ ，求平行四边形 $ABCD$ 的周长。



北京中考在线
 微信号: BJ_zkao

北京中考在线
 微信号: BJ_zkao

24. 如图，正方形网格中的每个小正方形的边长都是 1，每个顶点叫做格点。



(1)

(2)

(1) 在图 (1) 中以格点为顶点画一个面积为 5 的正方形；

(2) 在图 (2) 中以格点为顶点画一个三角形，使三角形三边长分别为 2 ， $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{13}$ ；这个三角形的面积为 _____。

北京中考在线
 微信号: BJ_zkao

北京中考在线
 微信号: BJ_zkao

25. 已知， $\square AOBC$ 一边 OB 在平面直角坐标系的 x 轴上，点 $B(8, 0)$ 。

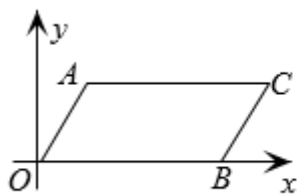


图1

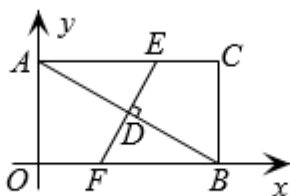
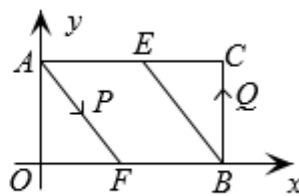


图2



备用图

(1) 如图 1，点 $A(2, 2\sqrt{3})$ ，则 OA 的长为 _____；

(2) 如图 2，当 OA 在 y 轴上时， AB 的中垂线 EF 分别交 AC ， AB ， OB 于点 E ， D ， F 。

①求证：四边形 $AFBE$ 是平行四边形；

②若点 $A(0, 4)$ ，动点 P ， Q 分别从点 A ， B 以每秒 1 个单位长度和每秒 0.8 个单位长度的速度同时出发匀速运动，动点 P 自 $A \rightarrow F \rightarrow O \rightarrow A$ 停止， Q 自 $B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B$ 停止。请问是否存在 $\square APBQ$ ，若存在，直接写出点 P ， Q 的坐标；若不存在，请说明理由。

26. 阅读下列解题过程

例：若代数式 $\sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$ 值是 2，求 a 的取值范围。

解：原式 $= |a-1| + |a-3|$

当 $a < 1$ 时，原式 $= (1-a) + (3-a) = 4-2a = 2$ ，解得 $a = 1$ (舍去)；



当 $a \leq 3$ 时, 原式 $= (a-1) + (3-a) = 2 = 2$, 符合条件;

当 $a > 3$ 时, 原式 $= (a-1) + (a-3) = 2a-4 = 2$, 解得 $a=3$ (舍去).

所以, a 的取值范围是 $1 \leq a \leq 3$.

上述解题过程主要运用了分类讨论方法, 请你根据上述理解, 解答下列问题:

(1) 当 $2 \leq a \leq 5$ 时, 化简: $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(a-5)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 若等式 $\sqrt{(3-a)^2} + \sqrt{(a-7)^2} = 4$ 成立, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$

(3) 若 $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-5)^2} = 8$, 求 a 的取值.

27. 阅读下列材料, 完成相应任务.

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, BD 是斜边 AC 上的中线. 求证: $BD = \frac{1}{2} AC$.

分析: 要证明 BD 等于 AC 的一半, 可以用“倍长法”将 BD 延长一倍, 如图 2. 延长 BD 到 E , 使得 $DE = BD$.

连接 AE, CE . 可证 $BE = AC$, 进而得到 $BD = \frac{1}{2} AC$.

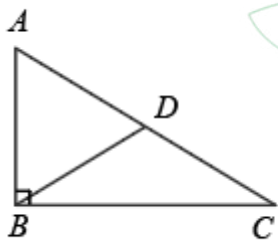


图1

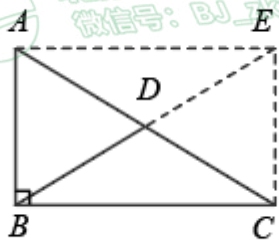


图2

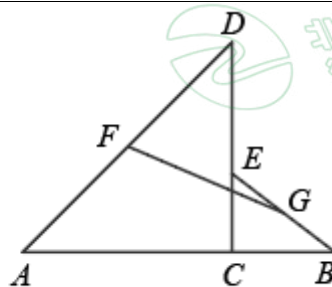


图3

(1) 请你按材料中的分析写出证明过程;

(2) 如图 3, 点 C 是线段 AB 上一点, $CD \perp AB$, 点 E 是线段 CD 上一点, 分别连接 AD, BE , 点 F, G 分别是 AD 和 BE 的中点, 连接 FG . 若 $AB=12, CD=8, CE=3$, 则 $FG = \underline{\hspace{2cm}}$.



参考答案

一、选择题（每小题2分，共20分）

1. 【答案】B

【解析】

【分析】利用二次根式的性质进行化简即可.

【详解】 $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$.

故选 B.

【点睛】本题考查二次根式化简，掌握二次根式化简方法是解题关键.

2. 【答案】C

【解析】

【详解】解： $\because 4 < 5 < 9$,

$\therefore \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ ，即 $2 < \sqrt{5} < 3$

\therefore 估计 $\sqrt{5}$ 在 2~3 之间

故选 C.

【点睛】本题考查估计无理数的大小.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】先将各选项化简，再找到被开方数为 $\sqrt{2}$ 的选项即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{0.2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 与 $\sqrt{2}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

B、 $\sqrt{4} = 2$ 与 $\sqrt{2}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

C、 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{2}$ 被开方数相同，故是同类二次根式；

D、 $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{2}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式.

故选 C.

【点睛】此题主要考查了同类二次根式的定义，即：化成最简二次根式后，被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】根据勾股定理求得 AC^2 ，即可求解.

【详解】解： $\because \angle B = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， $BC = 4$. 四边形 $ADEC$ 是正方形，

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ ，

所以正方形 $ADEC$ 的面积是 20，



本题考查了勾股定理，正方形的性质，掌握勾股定理是解题的关键.

C

【解析】

【分析】根据角平分线的定义以及两直线平行，内错角相等求出 $\angle BEC = \angle BCE$ ，再根据等角对等边的性质可得 $BE = BC$ ，然后利用平行四边形对边相等求出 AB 、 BC 的长度，再求出 $\square ABCD$ 的周长.

【详解】解： $\because CE$ 平分 $\angle DCB$,

$$\therefore \angle DCE = \angle BCE,$$

$\because \square ABCD$ 中, $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BEC = \angle DCE,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BCE,$$

$$\therefore BE = BC,$$

\because 在 $\square ABCD$ 中, $AE = 2$, $CD = 6$,

$$\therefore AB = CD = 6,$$

$$\therefore BE = AB - AE = 6 - 2 = 4,$$

$$\therefore BC = BE = 4,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长} = 6 + 6 + 4 + 4 = 20.$$

故选：C.

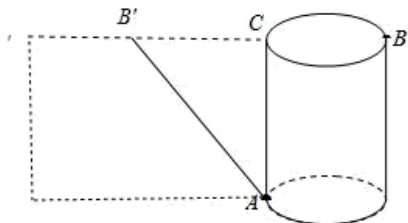
【点睛】此题考查了平行四边形的性质：对边平行，对边相等，以及角平分线的性质，熟记平行四边形的性质是解题的关键.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】把圆柱沿母线 AC 剪开后展开，点 B 展开后的对应点为 B' ，利用两点之间线段最短可判断蚂蚁爬行的最短路径为 AB' ，如图，由于 $AC = 24$ ， $CB' = 7$ ，然后利用勾股定理计算出 AB' 即可.

【详解】解：把圆柱沿母线 AC 剪开后展开，点 B 展开后的对应点为 B' ，则蚂蚁爬行的最短路径为 AB' ，如图：



$$AC = 24, CB' = 7,$$

在 $Rt\triangle ACB'$ 中,

根据勾股定理得:

$$AB' = \sqrt{B'C^2 + AC^2} = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25,$$



所走行的最短路程为 25cm .

【分析】本题考查勾股定理，解题关键在于把圆柱侧面展开去构建直角三角形.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的性质，二次根式的乘法，二次根式的乘方，二次根式的加法法则逐一进行计算即可.

【详解】A. 原式 $=2$ ，所以 A 选项不符合题意；

B. 原式 $=\sqrt{3 \times 2} = \sqrt{6}$ ，所以 B 选项符合题意；

C. 原式 $=9 \times 2 = 18$ ，所以 C 选项不符合题意；

D. 3 与 $4\sqrt{2}$ 不能合并，所以 D 选项不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题主要考查二次根式的性质，二次根式的乘法，二次根式的乘方，二次根式的加法，熟知运算法则是解题的关键.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】根据正方形的性质得到 $\angle ABD = 45^\circ$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，再利用等腰三角形的性质和三角形内角和计算出 $\angle BAE = 67.5^\circ$ ，然后计算 $\angle BAD - \angle BAE$ 即可.

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$$\therefore \angle ABD = 45^\circ, \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore BE = AB,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BEA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 45^\circ) = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAD - \angle BAE = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ.$$

故选：A.

【点睛】本题考查了正方形的性质：正方形的四条边都相等，四个角都是直角；两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形.

9. 【答案】C

【解析】

【分析】利用平行四边形的性质和勾股定理易求 AB 的长，进而可求出 CD 的长.

【详解】解：∵ $\square ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，

$$\therefore BO = DO, AO = CO, AB = CD,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ, AC = 6, BD = 10,$$

$$\therefore BO = 5, OA = 3,$$

$$\therefore AB = \sqrt{BO^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$



本题考查了平行四边形的性质以及勾股定理的运用，关键是利用平行四边形的性质和勾股定理易求 AB 的长.

10. 【答案】B

【解析】

【分析】根据题意可知，三块正方形的面积中，两个较小的面积之和等于最大的面积，再根据三角形的面积公式，分别计算出各个选项中围成的直角三角形的面积，比较大小，即可解答本题.

【详解】解：当选取的三块纸片的面积分别是 2，8，10 时，围成的直角三角形的面积是： $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{8}}{2} = 2$ ，

当选取的三块纸片的面积分别是 4，6，10 时，围成的直角三角形的面积是： $\frac{\sqrt{6} \times 2}{2} = \sqrt{6}$ ，

当选取的三块纸片的面积分别是 6，8，10 时，围成的不是直角三角形，

当选取的三块纸片的面积分别是 4，4，8 时，围成的直角三角形的面积是： $\frac{2 \times 2}{2} = 2$ ，

$\therefore \sqrt{6} > 2$ ，

\therefore 所围成的三角形是面积最大的直角三角形，则选取的三块纸片的面积分别是 4，6，10

故选：B.

【点睛】本题考查了勾股定理，解答本题的关键是明确题意，利用勾股定理的逆定理推出：三块正方形的面积中，两个较小的面积之和等于最大的面积，是解题的关键.

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

11. 【答案】 $x \geq 2$

【解析】

【详解】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，

要使 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，必须 $x-2 \geq 0$ ，

$\therefore x \geq 2$.

故答案为： $x \geq 2$

12. 【答案】(6,3)

【解析】

【分析】利用平行四边形的性质即可解决问题；

【详解】解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OA=BC$ ， $OA \parallel BC$ ，

$\because A(5, 0)$ ，

$\therefore OA=BC=5$ ，



),
)
(6, 3).

【点睛】本题考查平行四边形的性质、坐标与图形的性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型。

13. 【答案】10

【解析】

【分析】根据平行四边形的对角线互相平分可得 $BO=10$ ， $AC=2OA$ ，利用勾股定理求得 OA 即可。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $BD=20$ ，

$$\therefore BO=OD=\frac{1}{2}BD=10, OA=OC=\frac{1}{2}AC, \text{ 即 } AC=2OA,$$

∵ $AE \perp BD$ ， $BE=7$ ，

∴ 在 $Rt\triangle AEO$ 中， $AE=4$ ， $OE=BO - BE=3$ ，

$$\text{由勾股定理得：} OA = \sqrt{AE^2 + OE^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

∴ $AC=2OA=10$ ，

故答案为：10.

【点睛】本题考查平行四边形的性质、勾股定理，熟练掌握平行四边形的性质是解答的关键。

14. 【答案】20

【解析】

【分析】根据两船的航行方向得出 $\angle RPQ = 90^\circ$ ，在直角三角形 RPQ 中，易得 $PQ = 16$ ， $PR = 12$ ，利用勾股定理求得 RQ 的长，即两船的距离。

【详解】解：由题意可得， $\angle NPQ = 30^\circ$ ， $\angle NPR = 60^\circ$ ，所以 $\angle RPQ = 90^\circ$ 。

直角三角形 RPQ 中，

因为 $PQ = 16 \times 1 = 16$ ， $PR = 12 \times 1 = 12$ ，

$$\text{所以 } RQ = \sqrt{PQ^2 + PR^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20, \text{ 即两船的距离为 } 20 \text{ n mile.}$$

故答案为：20.

【点睛】本题考查方向角及勾股定理的实际应用。从实际问题中抽象出直角三角形，进而利用勾股定理是解题关键。

15. 【答案】两组对边分别相等的四边形是平行四边形

【解析】

【分析】先根据分别以点 B ， D 为圆心， AD ， AB 的长为半径画弧，两弧交于点 C ，连接 CD ， BC ，得出 $AB=DC$ ， $AD=BC$ ，根据“两组对边分别相等的四边形是平行四边形”可判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

【详解】解：根据尺规作图的作法可得， $AB=DC$ ， $AD=BC$ ，

∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形（两组对边分别相等的四边形是平行四边形）

故答案为：两组对边分别相等的四边形是平行四边形。



本题主要考查了平行四边形的判定，解题时注意：两组对边分别相等的四边形是平行四边形。

【答案】10

【详解】本题考查勾股定理，可以过点 F 作 $FG \perp AB$ ，交 AB 延长线于点 G ，根据题意可得： $AG = AB + CD + EF = 3 + 3 + 2 = 8$ ， $CF = BC + DE = 4 + 2 = 6$ ，

在 $Rt\triangle AGF$ 中， $AF = \sqrt{AG^2 + GF^2} = 10$ 。

17. 【答案】 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

【解析】

【分析】先利用勾股定理求出 AB 的长，再利用三角形的面积公式求解即可得。

【详解】解：设斜边 AB 边上的高为 h ，

$\because \angle C = 90^\circ$ ， $AC = \sqrt{10} + \sqrt{2}$ ， $BC = \sqrt{10} - \sqrt{2}$ ，

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 2\sqrt{6}$ ，

$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot h = \frac{1}{2} AC \cdot BC$ ，

$\therefore h = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{(\sqrt{10} + \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2})}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ ，

故答案为： $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 。

【点睛】本题考查了勾股定理、三角形的面积公式，熟练掌握勾股定理是解题关键。

18. 【答案】 $3\sqrt{13}$

【解析】

【分析】延长 BD 到 F ，使得 $DF = BD$ ，连接 CF ，过点 C 作 $CH \parallel AB$ ，交 BF 于点 H ，则 $\triangle BCF$ 是等腰三角形，得出 $BC = CF$ ，再证明 $HF = CH$ ， $EH = CE$ ， $AC = BH$ ，求出 DH 、 CH 的长，最后由勾股定理求出 CD 的长与 BC 的长即可。

【详解】解：延长 BD 到 F ，使得 $DF = BD$ ，连接 CF ，如图所示：

$\because CD \perp BF$ ，

$\therefore \triangle BCF$ 是等腰三角形，

$\therefore BC = CF$ ，

过点 C 作 $CH \parallel AB$ ，交 BF 于点 H ，

$\therefore \angle ABD = \angle CHD = 2\angle CBD = 2\angle F$ ，

$\therefore HF = CH$ ，

$\because EB = EA$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle BAE$ ，



$$\angle BAE = \angle CHE, \quad \angle BAE = \angle ECH,$$

$$\angle ABE = \angle ECH,$$

$$\therefore EH = CE,$$

$$\therefore EA = EB,$$

$$\therefore AC = BH,$$

$$\therefore BD = 9, \quad AC = 11.5,$$

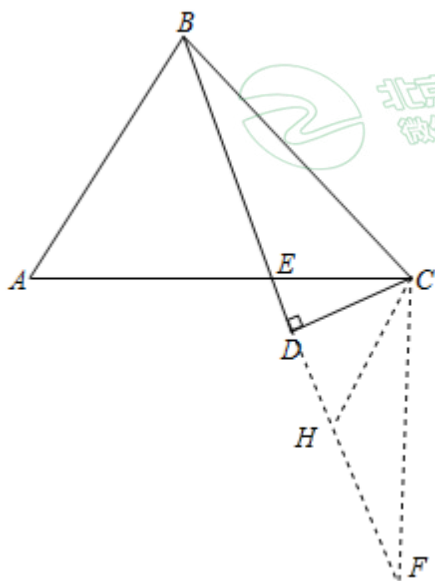
$$\therefore DH = BH - BD = AC - BD = 11.5 - 9 = \frac{5}{2},$$

$$\therefore HF = CH = DF - DH = BD - DF = 9 - 2.5 = \frac{13}{2},$$

在 $Rt\triangle CDH$ 中, 由勾股定理得: $CD = \sqrt{CH^2 - DH^2} = \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = 6$

在 $Rt\triangle BCD$ 中, 由勾股定理得: $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}$,

故答案为: $3\sqrt{13}$.



【点睛】 本题考查等腰三角形的性质, 平行的性质和判定, 勾股定理的应用, 能够在图中添加适合的辅助线是解决本题的关键.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 56 分)

19. **【答案】** (1) $\frac{17\sqrt{5}}{5}$; (2) $6+2\sqrt{6}$.

【解析】

【分析】 (1) 先利用二次根式的性质化简, 然后根据二次根式的加减运算法则求解即可;

(2) 利用平方差和完全平方公式求解即可.



解：(1) $2\sqrt{20} - \sqrt{5} + 2\sqrt{\frac{1}{5}}$

$$= 4\sqrt{5} - \sqrt{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$= \frac{17\sqrt{5}}{5};$$

$$(2) (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$= 2 + 2\sqrt{6} + 3 - (2 - 3)$$

$$= 6 + 2\sqrt{6}.$$

【点睛】本题主要考查了利用二次根式的性质化简，二次根式的加减运算，完全平方公式和平方差公式，解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解。

20. 【答案】2

【解析】

【分析】先计算出 $x+y$ 与 xy 的值，再利用完全平方公式变形得到原式 $= (x+y)^2 - 2xy - 2(x+y)$ ，然后利用整体代入的方法计算。

【详解】解：∵ $x=1-\sqrt{2}$ ， $y=1+\sqrt{2}$ ，

$$\therefore x+y=2, xy=(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=1-2=-1,$$

$$\therefore x^2+y^2-2x-2y$$

$$= (x+y)^2 - 2xy - 2(x+y)$$

$$= 2^2 - 2 \times (-1) - 2 \times 2$$

$$= 2.$$

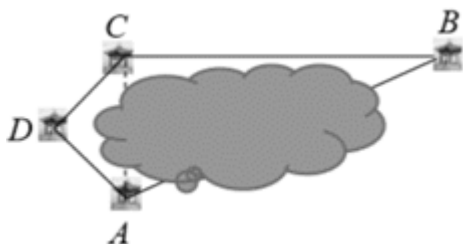
【点睛】本题考查了二次根式的化简求值：利用整体代入的方法可简化计算。

21. 【答案】A, B 之间的距离为 $30\sqrt{2}m$.

【解析】

【分析】连接 AC 得到两个直角三角形 $\triangle ACD$ 、 $\triangle ABC$ ，先利用勾股定理求出线段 AC 的长，再利用勾股定理求出 AB 即可得到答案。

【详解】解：连接 AC



在 $\triangle ADC$ 中， $\angle D = 90^\circ$ ， $DC = AD = 10m$ ，



$$\angle CAD = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle D) = 45^\circ$$

$$\text{由勾股定理得 } AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$

$$\because \angle BCD = 135^\circ, \therefore \angle ACB = \angle BCD - \angle ACD = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

在 $Rt\triangle ACB$ 中, $BC = 40m$,

$$\text{由勾股定理得 } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 + 40^2} = \sqrt{1800} = 30\sqrt{2}m$$

答: A, B 之间的距离为 $30\sqrt{2}m$

【点睛】此题考察勾股定理实际应用, 连接 AC, 将四边形转化为两个直角三角形, 利用勾股定理求解是解题的关键.

22. 【答案】(1) 15° (2) $15 - 5\sqrt{3}$

【解析】

【分析】(1) 利用余角的定义求出 $\angle EDF = 45^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, 根据 $AB \parallel CF$ 求出 $\angle ABD = \angle EDF = 45^\circ$, 即可得到 $\angle CBD = \angle ABD - \angle ABC = 15^\circ$;

(2) 过 B 作 $BM \perp CF$ 于 M, 勾股定理求出 BC, 由 $AB \parallel CF$, 得到 $\angle BCM = \angle ABC = 30^\circ$, 证得

$BM = \frac{1}{2} BC = 5\sqrt{3}$, 利用勾股定理求出 CM, 再由 $\angle DBM = \angle BDM = 45^\circ$, 得到 $DM = BM$, 即可得到 CD.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle F = \angle ACB = 90^\circ, \angle E = 45^\circ, \angle A = 60^\circ,$

$$\therefore \angle EDF = 45^\circ, \angle ABC = 30^\circ,$$

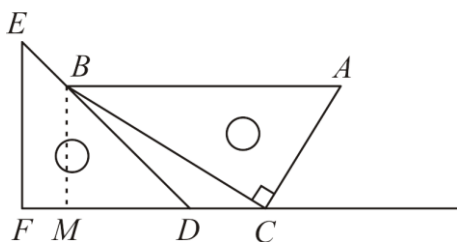
$$\because AB \parallel CF,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle EDF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ABD - \angle ABC = 15^\circ;$$

【小问 2 详解】

过 B 作 $BM \perp CF$ 于 M,



$$\because \angle ACB = 90^\circ, \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2AC = 20,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}$$

$$\because AB \parallel CF,$$

$$\therefore \angle BCM = \angle ABC = 30^\circ,$$



$$BC = 5\sqrt{3},$$

$$\sqrt{BC^2 - BM^2} = \sqrt{300 - 75} = 15$$

$$\because \angle BDM = 45^\circ, \angle BMD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBM = \angle BDM = 45^\circ,$$

$$\therefore DM = BM,$$

$$\therefore CD = CM - DM = 15 - 5\sqrt{3}.$$

【点睛】此题考查了平行线的性质，勾股定理，含 30° 角直角三角形的性质，等角对等边证明边相等，熟练掌握各知识点并综合应用是解题的关键。

23. 【答案】(1) 见解析；(2) 16

【解析】

【分析】(1) 根据平行四边形的性质与判定定理证明四边形 $OBEC$ 为平行四边形，故可求解；

(2) 先证明四边形 $ABCD$ 是菱形，再证明四边形 $OBEC$ 是矩形，根据矩形的性质求出 BC 的长，故可求解。

【详解】(1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OB = OD,$$

\because 四边形 $DOEC$ 为平行四边形，

$$\therefore OD \parallel EC, OD = EC,$$

$$\therefore EC \parallel OB, EC = OB,$$

\therefore 四边形 $OBEC$ 为平行四边形，

$$\therefore BF = CF, \text{ 即 } F \text{ 是 } BC \text{ 的中点.}$$

(2) \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $OB \perp AC$ ，

$\therefore \square ABCD$ 是菱形，

\because 四边形 $OBEC$ 为平行四边形， $OB \perp AC$ ，

$\therefore \square OBEC$ 是矩形，

$$\therefore BC = OE = 2OF,$$

$$\because OF = 2,$$

$$\therefore BC = 4,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长} = 4BC = 16.$$

【点睛】此题主要考查特殊平行四边形的判定与性质，解题的关键是熟知菱形、矩形的判定定理。

24. 【答案】(1) 见解析 (2) 图见解析，2

【解析】

【分析】(1) 根据正方形的面积为 5，可得正方形的边长为 $\sqrt{5}$ ，画出一个边长为 $\sqrt{5}$ 的正方形即可；

(2) 根据勾股定理和已知画出符合条件的三角形即可。

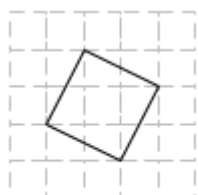


【详解】

∴ 如图所示即为所求面积为 5 的正方形；

$$\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

∴ 如图所示的正方形即为所求；



(1)

【小问 2 详解】

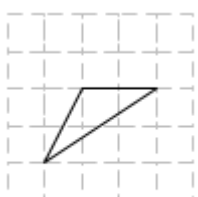
如图所示，

$$\because \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

∴ 如图所示三角形即为所求；

$$\text{这个三角形的面积为 } \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,$$

故答案为：2.



(2)

【点睛】此题考查了正方形的性质，勾股定理，熟练掌握正方形的性质，运用勾股定理得出相关线段长是解决问题的关键.

25. 【答案】(1) 4 (2) 点 $P(\frac{4}{3}, 0)$, 点 $Q(\frac{20}{3}, 4)$

【解析】

【分析】(1)由两点距离公式可求解；

(2)①由“**AAS**”可证 $\triangle ADE \cong \triangle BDF$ ，可得 $AE = BF$ ，可得结论；

②先证平行四边形 $AFBE$ 是菱形，可得 $AF = BF = AE = BE$ ，由勾股定理可求 $AF = BE = 5$ ， $OF = CE = 3$ ，由平行四边形的性质可求解

【小问 1 详解】

$$\because \text{点 } A(2, 2\sqrt{3}),$$

$$\therefore OA = \sqrt{(2-0)^2 + (2\sqrt{3}-0)^2} = 4,$$

故答案为：4；

【小问 2 详解】



∵ 四边形 $AOBC$ 是平行四边形,

$\therefore AC \parallel OB$,

$\therefore EF$ 是 AB 的中垂线,

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore AC \parallel OB,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle EFB, \angle EAB = \angle FBA,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BDF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = BF,$$

又 $\because BO \parallel AC$,

\therefore 四边形 $AFBE$ 是平行四边形;

② $\because EF$ 是 AB 的中垂线,

$$\therefore AE = BE,$$

\therefore 平行四边形 $AFBE$ 菱形,

$$\therefore AF = BF = AE = BE,$$

\because 点 $A(0, 4)$, 点 $B(8, 0)$,

$$\therefore OA = 4 = CD, OB = 8 = AC,$$

$$\therefore BF^2 = 16 + (8 - BF)^2$$

$$\therefore BF = 5,$$

$$\therefore AF = BF = AE = BE = 5,$$

$$\therefore OF = CE = 3,$$

当点 P 在 OF 上时, 点 Q 在 CE 上时, 四边形 $APBQ$ 为平行四边形,

$$\therefore BP = AQ,$$

设运动时间为 t 秒,

$$\therefore 5 + t - 5 = 8 - (0.8t - 4),$$

$$\therefore t = \frac{20}{3},$$

$$\therefore BP = AQ = \frac{20}{3},$$

$$\therefore OP = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{点 } P \left(\frac{4}{3}, 0 \right), \text{ 点 } Q \left(\frac{20}{3}, 4 \right)$$

【点睛】本题是四边形综合题, 考查了平行四边形的性质, 全等三角形的判定和性质, 勾股定理等知识, 灵活运用这些性质解决问题是解题的关键

26. 【答案】(1) 3; (2) $3 \leq a \leq 7$; (3) $a = -2$ 或 $a = 6$.



根据 $2 \leq a \leq 5$, 得出 $a-2 \geq 0, a-5 \leq 0$; 再将原式化为 $|a-2|+|a-5|$ 去绝对值即可得出答案;

(2) 先将原式化为 $|a-3|+|a-7|$ 再分 $a < 3, 3 \leq a \leq 7, a > 7$ 三种情况解方程, 得出符合条件的即可;

(3) 先将原式化为 $|a+1|+|a-5|$, 再分 $a < -1, -1 \leq a \leq 5, a > 5$ 三种情况解方程, 即可求出 a 的值.

【详解】(1) 解: 当 $2 \leq a \leq 5$ 时, $a-2 \geq 0, a-5 \leq 0$

$$\therefore \text{原式} = |a-2| + |a-5| = a-2 - (a-5) = 3$$

$$(2) \text{原式} = |a-3| + |a-7|$$

当 $a < 3$ 时, 原式 $= (3-a) + (7-a) = 10-2a = 4$, 解得 $a = 3$ (舍去);

当 $3 \leq a \leq 7$ 时, 原式 $= (a-3) + (7-a) = 4$, 符合条件;

当 $a > 7$ 时, 原式 $= (a-3) + (a-7) = 2a-10 = 4$, 解得 $a = 7$ (舍去).

所以, a 的取值范围是 $3 \leq a \leq 7$;

$$(3) \text{原式} = |a+1| + |a-5|$$

当 $a < -1$ 时, 原式 $= (-1-a) + (5-a) = 4-2a = 8$, 解得 $a = -2$ 符合条件;

当 $-1 \leq a \leq 5$ 时, 原式 $= (a+1) + (5-a) = 8$, 次方程无解, 不符合条件;

当 $a > 5$ 时, 原式 $= (a+1) + (a-5) = 2a-4 = 8$, 解得 $a = 6$ 符合条件.

所以, a 的值是 $a = -2$ 或 $a = 6$.

【点睛】 本题考查了二次根式的性质与化简, 运用了数形结合的思想, 在解答此类问题时要注意进行分类讨论.

27. **【答案】**(1) 证明见解析

$$(2) \frac{13}{2}$$

【解析】

【分析】(1) 先根据 SAS 定理证出 $\triangle BCD \cong \triangle EAD$, 根据全等三角形的性质可得

$BC = AE, \angle BCD = \angle EAD$, 再根据矩形的判定证出四边形 $ABCE$ 是矩形, 然后根据矩形的性质可得 $BE = AC$, 由此即可得证;

(2) 连接 CF , 延长到点 M , 使得 $MF = CF$, 连接 AM, DM , 再连接 CG , 延长到点 N , 使得 $NG = CG$, 连接 BN, EN, MN , 延长 MD, BN , 交于点 O , 先根据矩形的判定与性质可得

$OM = AB = 12, ON = DE = 5, \angle O = 90^\circ$, 再利用勾股定理可得 $MN = 13$, 然后根据三角形中位线定理即可得出答案.

【小问 1 详解】



图2, 延长 BD 到 E , 使得 $DE = BD$. 连接 AE, CE ,

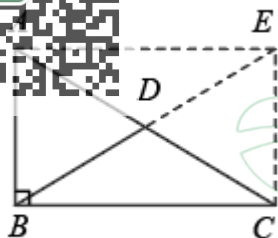


图2

则 $BD = \frac{1}{2}BE$,

$\therefore BD$ 是斜边 AC 上的中线,

$\therefore CD = AD$,

在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle EAD$ 中,
$$\begin{cases} CD = AD \\ \angle BDC = \angle EDA, \\ BD = ED \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle EAD (SAS)$,

$\therefore BC = AE, \angle BCD = \angle EAD$,

$\therefore BC \parallel AE$,

\therefore 四边形 $ABCE$ 是平行四边形,

又 $\therefore \angle ABC = 90^\circ$,

\therefore 平行四边形 $ABCE$ 是矩形,

$\therefore BE = AC$,

$\therefore BD = \frac{1}{2}AC$.

【小问 2 详解】

解: 如图 3, 连接 CF , 延长到点 M , 使得 $MF = CF$, 连接 AM, DM , 再连接 CG , 延长到点 N , 使得 $NG = CG$, 连接 BN, EN, MN , 延长 MD, BN , 交于点 O ,

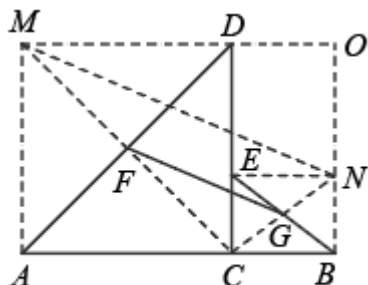


图3

由 (1) 可知, 四边形 $ACDM$ 和四边形 $BCEN$ 均为矩形,

$\therefore \angle CDM = \angle CEN = \angle BNE = 90^\circ, MD = AC, EN = BC$,



$$\angle CDE = \angle DEN = \angle ONE = 90^\circ,$$

∴ 四边形 $ODEN$ 为矩形,

$$\therefore ON = DE = CD - CE = 8 - 3 = 5, \quad OD = EN, \quad \angle O = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = 12,$$

$$\therefore OM = MD + OD = AC + EN = AC + BC = AB = 12,$$

$$\therefore MN = \sqrt{OM^2 + ON^2} = 13,$$

又 $\because MF = CF, NG = CG$, 即点 F, G 分别是 CM, CN 的中点,

$$\therefore FG = \frac{1}{2}MN = \frac{13}{2},$$

故答案为: $\frac{13}{2}$.

【点睛】 本题考查了矩形的判定与性质、三角形中位线定理、勾股定理、三角形全等的判定与性质等知识点, 通过作辅助线, 构造矩形和全等三角形是解题关键.

