数学试卷

班级__________ 姓名__________ 学号__________ 成绩__________

考生须知	1. 本试卷共 7 页，第一部分共 24 道小题，第二部分共 2 道小题，满分 110 分。考试时间 100 分钟. 2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号. 3. 答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效. 4. 在答题卡上，选择题和作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答.

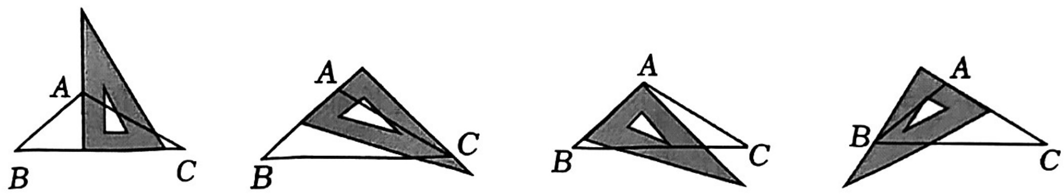
第一部分

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1．下列博物院的标识中是轴对称图形的是（　　）.

A.　　B.　　C.　　D.

2．如图，用三角板作$\triangle ABC$的边AB上的高，下列三角板摆放的位置正确的是（　　）.



A.　　B.　　C.　　D.

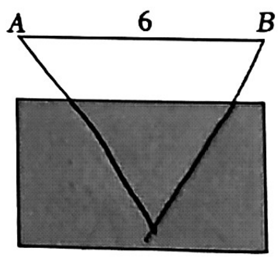
3．下列计算正确的是（　　）.

A．$(4ab)^2=4a^2b^2$　　B．$a^2\cdot a^3=a^6$

C．$a^2+a^2=a^4$　　D．$(-3a^3b)^2=9a^6b^2$

4．如图，$\triangle ABC$被木板遮住了一部分，其中$AB=6$，则$AC+BC$的值不可能是（　　）.

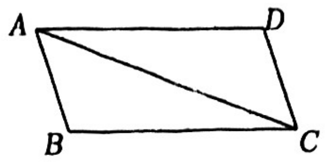
A．11　　B．9　　C．7　　D．5



5．根据分式的基本性质，分式$\dfrac{-a}{a-b}$可变形为（　　）.

A．$\dfrac{a}{-a-b}$　　B．$\dfrac{a}{a+b}$　　C．$\dfrac{a}{a-b}$　　D．$\dfrac{a}{b-a}$

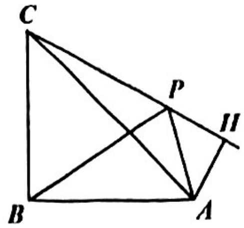
6．如图，已知 $AD \parallel BC$，欲用“边角边”证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$，需补充条件（　　）．



. $AB = CD$　　B．$\angle B = \angle D$

C．$CB = AD$　　D．$\angle BAC = \angle DCA$

7．如图，等腰直角三角形 ABC 中，$\angle ABC = 90°$，$BA = BC$，将 BC 绕点 B 顺时针旋转 θ $(0° < \theta < 90°)$ 得到 BP，连结 CP，过点 A 作 $AH \perp CP$ 交 CP 的延长线于点 H，连结 AP，则 $\angle PAH$ 的度数（　　）．



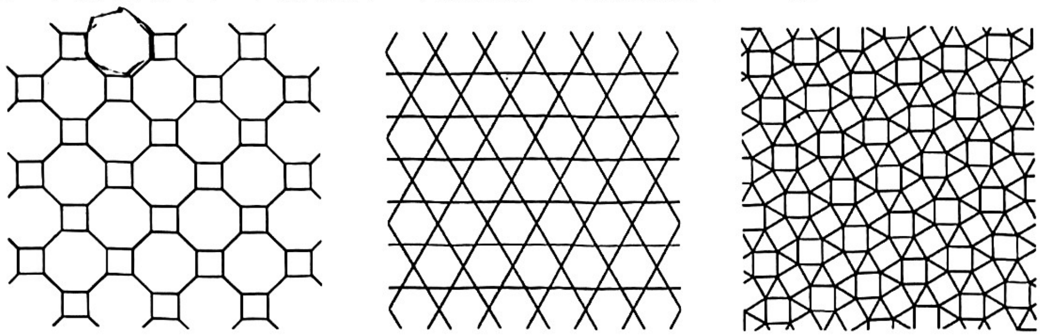
A．随着 θ 的增大而增大

B．随着 θ 的增大而减小

C．不变

D．随着 θ 的增大，先增大后减小

8．用两种或两种以上的正多边形没有重叠、没有缝隙地填充一个平面，并且每个顶点周围的多边形排列是相同的，所得到的图案叫做“半正密铺”图案．下图所示的三个“半正密铺”图案可以依次用记号 $(4, 8, 8)$, $(3, 6, 3, 6)$, $(3, 3, 4, 3, 4)$ 表示．下列记号中，不能表示“半正密铺”图案的是（　　）．



A．$(3, 12, 12)$　　B．$(3, 4, 6, 4)$　　C．$(3, 3, 4, 12)$　　D．$(3, 3, 3, 3, 6)$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

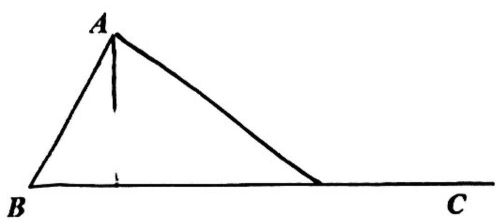
9．计算：$(\pi - 3.14)^0 =$________；$(-\frac{3}{2})^{-1} =$________．

10．要使分式 $\frac{5}{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是________．

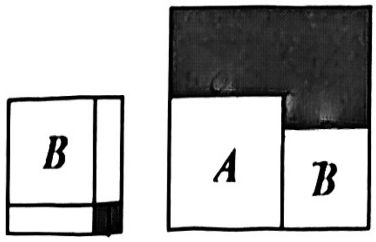
11．一个多边形的每个内角都等于 150°，则这个多边形是________边形．

12．等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 20°，则等腰三角形的顶角的度数是____________．

13．如图，$\angle ABC = 60°, AB = 3$，动点 P 从点 B 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿射线 BC 运动，设点 P 的运动时间为 t 秒，当 $\triangle ABP$ 是直角三角形时，$t =$____________．



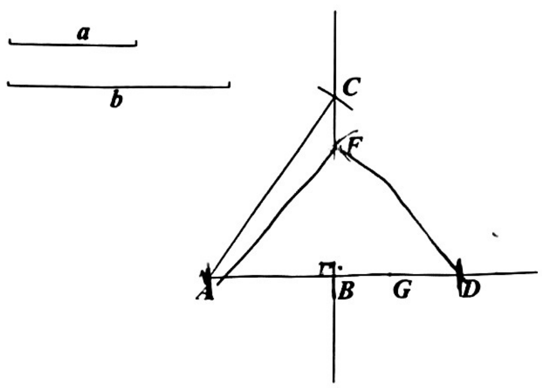
14．如图，有两个正方形 A、B，现将 B 放在 A 的内部得图甲，将 A、B 并列放置后构造新的正方形得图乙．若图甲和图乙中阴影部分的面积分别为 1 和 10，则正方形 A，B 的面积之和为________．



图甲　　图乙

15．数学课上，老师提出问题：任画两条长度不等的线段 a、b，利用“尺规作图”作 Rt△ABC 使所画线段分别为三角形的一条直角边和斜边．

在交流讨论环节，小明看到小勇所作之图如下，请你回答下列问题：



所以，Rt△ABC 为所求作的三角形．

（1）在以下作图步骤中，小勇的作图顺序可能是__________；（只填序号）

①以点 B 为圆心，BA 的长为半径画弧，交射线 AG 于点 D；

②画直线 BF；

③分别以点 A，D 为圆心，大于线段 AB 的长为半径画弧，交于点 F；

④以点 A 为圆心，线段 b 的长为半径画弧，交直线 BF 于点 C，连接 AC；

⑤画射线 AG，并在 AG 上截取线段 $AB=a$．

（2）$\angle ABC=90°$ 的理由是______________________________．

16．在等边△ABC 中，M，N，P 分别是边 AB，BC，CA 上的点（不与端点重合），对于任意等边△ABC，下面四个结论中：

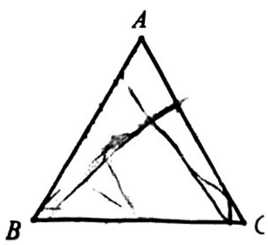
①存在无数个△MNP 是等腰三角形；

②存在无数个△MNP 是等边三角形；

③存在无数个△MNP 是等腰直角三角形；

④存在一个△MNP 在所有△MNP 中面积最小．

所有正确结论的序号是____________．



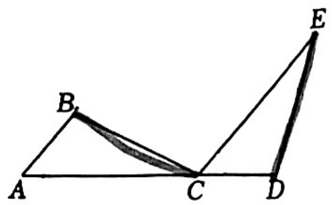
二、解答题（本大题共 8 小题，第 17 题每小题 4 分，共 24 分，第 18，19，20，21，23 题每题 6 分，第 22，24 题每题 7 分，共 68 分）

17.（1）计算：$(-8ab)\cdot(\frac{3}{4}a^2b)$；　（2）计算：$2022^2-2020\times2024$（需简便运算）；

（3）计算：$(15x^2y-10xy^2)\div5xy$；　（4）计算：$(2x+3y)^2-(2x+y)(2x-y)$；

（5）因式分解：$(x+m)^2-(x+n)^2$；（6）因式分解：$3ax^2+6axy+3ay^2$．

18．如图，A，C，D 三点共线，$\triangle ABC$ 和$\triangle CDE$ 落在 AD 的同侧，$AB\parallel CE$，$BC=DE,\angle B=\angle D$，求证：（1）$\triangle ABC\cong\triangle CDE$；（2）$AB+CE=AD$．



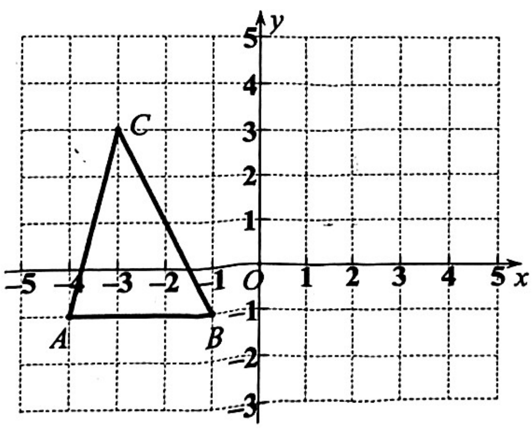
19．先化简：$\frac{2}{x^2-4}\div\frac{1}{x^2-2x}$，再从 $0,-1,-2,2$ 中选择一个合适的数作为 x 的值代入求值．

20．如图所示的正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1，$\triangle ABC$ 顶点都在网格线的交点上，点 A 坐标为$(-4,-1)$，点 B 坐标为$(-1,-1)$，点 C 坐标为$(-3,3)$．

（1）画出$\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形$\triangle A_1B_1C_1$；

（2）请写出点 B 关于 x 轴对称点的坐标为________；

（3）点 P 在 y 轴上，且$\triangle ABP$ 与$\triangle ABC$ 的面积相等，则点 P 的坐标为________．

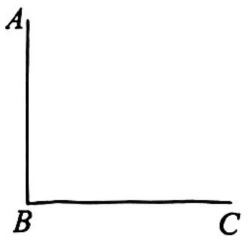


21.中国清朝末期的几何作图教科书《最新中学教科书用器画》由国人自编，书中记载了大量几何作图题，所有内容均用浅近的文言文表述，第一编记载了这样一道几何作图题：

原文	释义
甲乙丙为定直角. 以乙为圆心，以任何半径作丁戊弧； 以丁为圆心，以乙丁为半径画弧得交点己； 再以戊为圆心，仍以原半径画弧得交点庚； 乙与己及庚相连作线.	如图，$\angle ABC$ 为直角， 以点 B 为圆心，以任意长为半径画弧，交射线 BA，BC 分别于点 D，E； 以点 D 为圆心，以 BD 长为半径画弧与弧 DE 交于点 F； 再以点 E 为圆心，仍以 BD 长为半径画弧与弧 DE 交于点 G； 作射线 BF，BG.

（1）根据以上信息，请你用不带刻度的直尺和圆规，在图中完成这道作图题（保留作图痕迹，不写作法）；

（2）根据（1）完成的图，直接写出 $\angle DBG$，$\angle GBF$，$\angle FBE$ 的大小关系.

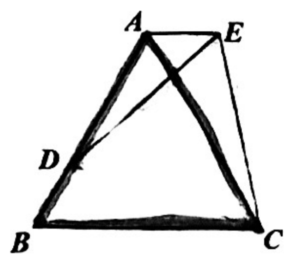


22. 如图（1），等边$\triangle ABC$ 中，D 是 AB 边上的动点，作等边$\triangle DCE$ 使得点 B 和点 E 位于 CD 两侧，连接 AE.

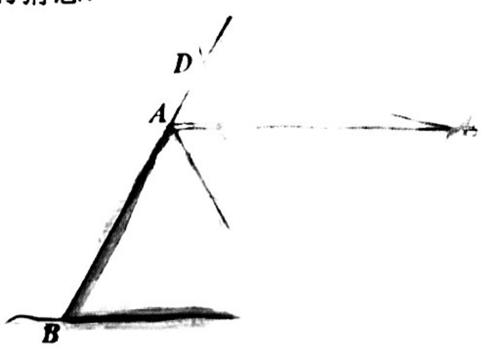
（1）$\triangle DBC$ 与$\triangle EAC$ 全等吗？请说明你的理由；

（2）求证：$AE /\!/ BC$；

（3）如图（2），将（1）动点 D 运动到边 BA 的延长线上，其余条件不变，请问是否仍有 $AE /\!/ BC$？证明你的猜想.



图（1）



图（2）

23．阅读下列材料：

对于多项式 x^2+x-2，如果我们把 $x=1$ 代入此多项式，发现 x^2+x-2 的值为 0，这时可以确定多项式中有因式 $(x-1)$；同理，可以确定多项式中有另一个因式 $(x+2)$ ，于是我们可以得到：$x^2+x-2=(x-1)(x+2)$．

又如：对于多项式 $2x^2-3x-2$，发现当 $x=2$ 时，$2x^2-3x-2$ 的值为 0，则多项式 $2x^2-3x-2$ 有一个因式 $(x-2)$，

我们可以设 $2x^2-3x-2=(x-2)(mx+n)$，解得 $m=2$，$n=1$．

于是我们可以得到：$2x^2-3x-2=(x-2)(2x+1)$．

请你根据以上材料，解答以下问题：

(1)当 $x=$______时，多项式 $6x^2-x-5$ 的值为 0，

所以多项式 $6x^2-x-5$ 有因式______，从而因式分解 $6x^2-x-5=$__________；

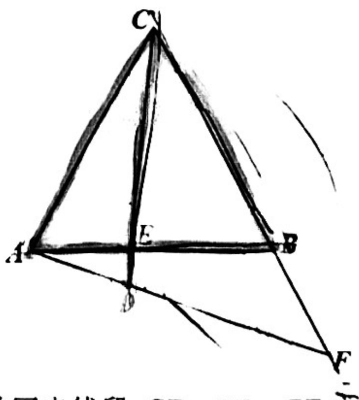
(2)以上这种因式分解的方法叫“试根法”，常用来分解一些比较复杂的多项式，请你尝试用试根法分解多项式：x^3-7x+6．

24．如图，已知△ABC 是等边三角形，点 E 在射线 AB 上且 $\angle ACE=2\alpha$，在射线 CE 上取点 D 使得 $CD=CA$，连接 AD 并延长交射线 CB 于点 F.

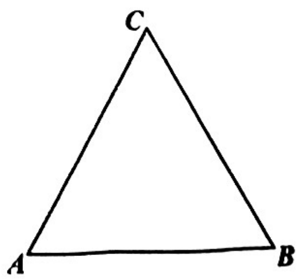
（1）当 $0°<2\alpha<60°$ 时，

①$\angle DAB=$____________；（请用含 α 的代数式表示）

②求证：$CE+BE=CF$；



（2）当 $60°<2\alpha<120°$ 时，请根据题意补全图形，并写出线段 CE，BE，CF 之间的数量关系______________________．



第二部分 附加题（共 10 分）

1．（5 分）找规律．

第 1 组：$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$，$4^2+3^2=5^2$；

第 2 组：$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{8}{15}$，$8^2+15^2=17^2$；

第 3 组：$\frac{1}{5}+\frac{1}{7}=\frac{12}{35}$，$12^2+35^2=37^2$；

……

（1）请写出第 4 组等式____________，______________；

（2）请写出第 n 组等式____________，______________；

（3）若$k^2+9603^2=9605^2\ (k>0)$，则$k=$______．

2．（5 分）为了比较两个实数的大小，常用的方法是判定这两个数的差的符号，我们称这种方法为“作差比较法”．要比较两个代数式的大小，同样可以采用类似的方法．因此，可以利用不等式比较大小．如果要证明 $A>B$，只需要证明 $A-B>0$；同样的，要证明 $A<B$，只需要证明 $A-B<0$．

例如：

小明对于命题：任意的实数 a 和 b，总有 $a^2+b^2\geq 2ab$，当 $a=b$ 并且只有 $a=b$ 时，等号成立，给出了如下证明：

证明：$\because a^2+b^2-2ab=(a-b)^2\geq 0$，

$\therefore a^2+b^2\geq 2ab$，当 $a=b$ 并且只有 $a=b$ 时，等号成立．

（1） 请仿照小明的证明方法，证明如下命题：

若 a，b，x，$y\geq 0$，且 $a\geq x$，则 $(a-x)^2+(b-y)^2\leq (a+b-x)^2+y^2$．

（2） 若 $a_1\geq a_2\geq\cdots\geq a_n\geq 0$，$b_1\geq b_2\geq\cdots\geq b_n\geq 0$，

且 $a_1+a_2+\cdots+a_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=1$，

求 $(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2+\cdots+(a_n-b_n)^2$ 的最大值．