



北京市西城区 2016—2017 学年度第一学期期末试卷

九年级数学

2017.1

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的对称轴为 ().

- A. 直线 $x = 1$ B. 直线 $x = -1$ C. 直线 $x = 2$ D. 直线 $x = -2$

2. 我国民间，流传着许多含有吉祥意义的文字图案，表示对幸福生活的向往，良辰佳节的祝贺。比如下列图案分别表示“福”、“禄”、“寿”、“喜”，其中是轴对称图形，但不是中心对称图形的是 ().



A



B



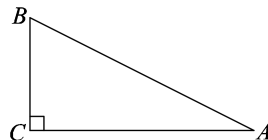
C



D

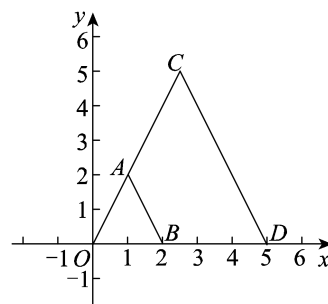
3. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $\tan A = \frac{1}{2}$ ，则 BC 的长度为 ().

- A. 2 B. 8 C. $4\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{5}$



4. 将抛物线 $y = -3x^2$ 平移，得到抛物线 $y = -3(x-1)^2 - 2$ ，下列平移方式中，正确的是 ().

- A. 先向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位
 B. 先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位
 C. 先向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位
 D. 先向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位



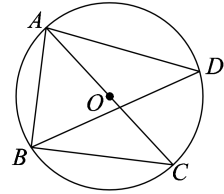
5. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为位似中心，把线段 AB 放大后得到线段 CD 。若点 $A(1, 2)$ ， $B(2, 0)$ ， $D(5, 0)$ ，则点 A 的对应点 C 的坐标是 ().

- A. $(2, 5)$ B. $(\frac{5}{2}, 5)$ C. $(3, 5)$ D. $(3, 6)$



6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是圆上两点, 连接 AC, BC, AD, CD . 若 $\angle CAB=55^\circ$, 则 $\angle ADB$ 的度数为 ().

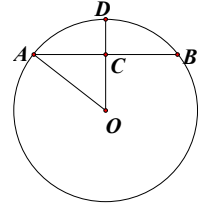
A. 55° B. 45° C. 35° D. 25°



7. 如图, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, $OD \perp AB$ 于点 C , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 OA .

若 $AB=4, CD=1$, 则 $\odot O$ 的半径为 ().

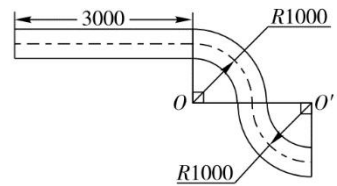
A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. $\frac{5}{2}$



8. 制造弯形管道时, 经常要先按中心线计算“展直长度”, 再下料. 右图是一段弯形管道, 其中 $\angle O = \angle O' = 90^\circ$, 中心线的两条弧的半径都是 1000mm , 这段变形管道的展直长度约

为 (取 $\pi \approx 3.14$) ().

A. 9280mm B. 6280mm C. 6140mm D. 457mm

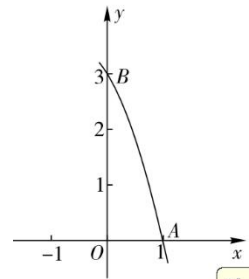


9. 当太阳光线与地面成 40° 角时, 在地面上的一棵树的影长为 10m , 树高 h (单位: m) 的范围是 ().

A. $3 < h < 5$ B. $5 < h < 10$ C. $10 < h < 15$ D. $15 < h < 20$

10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 开口向下的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的一部分图象如图所示, 它与 x 轴交于 $A(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $B(0, 3)$, 则 a 的取值范围是 ().

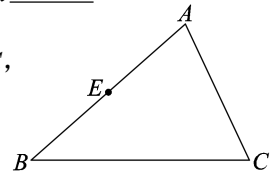
A. $a < 0$ B. $-3 < a < 0$
C. $a < -\frac{3}{2}$ D. $-\frac{9}{2} < a < -\frac{3}{2}$



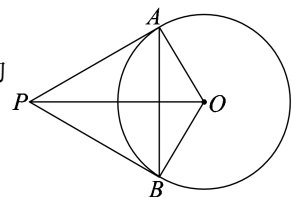
二、填空题 (本题共 18 分, 每小题 3 分)

11. 二次函数 $y = x^2 - 2x + m$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则 m 的值为_____.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E, F 分别在 AB, AC 上, 若 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$, 则需要增加的一个条件是_____ (写出一个即可).

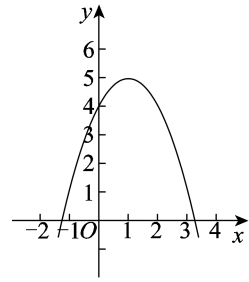


13. 如图, $\odot O$ 的半径为 1, PA, PB 是 $\odot O$ 的两条切线, 切点分别为 A, B . 连接 OA, OB, AB, PO , 若 $\angle APB = 60^\circ$, 则 $\triangle PAB$ 的周长为_____.

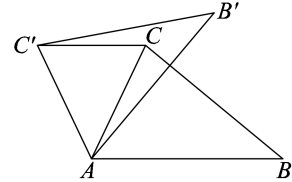




14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y_1 = kx + m (k \neq 0)$ 的抛物线 $y_2 = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 交于点 $A(0, 4), B(3, 1)$, 当 $y_1 \leq y_2$ 时, x 的取值范围是_____.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 65^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到 $\triangle AB'C'$, 连接 $C'C$. 若 $C'C \parallel AB$, 则 $\angle BAB' =$ _____ $^\circ$.



16. 考古学家发现了一块古代圆形残片如图所示, 为了修复这块残片, 需要找出圆心.

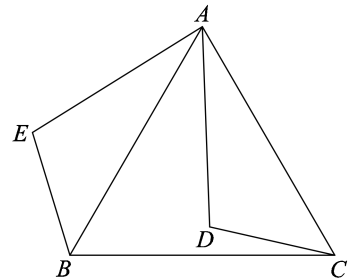
- (1) 请利用尺规作图确定这块残片的圆心 O ;
 (2) 写出作图的依据: _____.



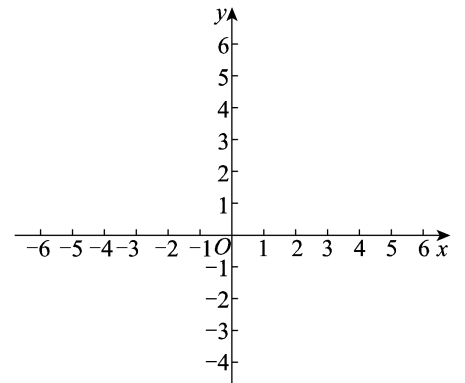
三、解答题 (本题共 72 分, 第 17~26 题, 每小题 5 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

17. 计算: $4\cos 30^\circ - 3\tan 60^\circ + 2\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ$.
 18. 如图, D 是等边三角形 ABC 内一点, 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60° , 得到线段 AE , 连接 CD, BE .



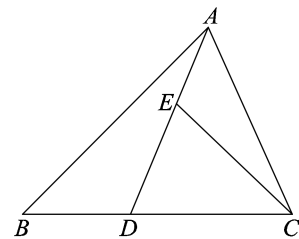
- (1) 求证: $\angle AEB = \angle ADC$;
 (2) 连接 DE , 若 $\angle ADC = 105^\circ$, 求 $\angle BED$ 的度数.
 19. 已知二次函数 $y = x^2 + 4x + 3$.
 (1) 用配方法将二次函数的表达式化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
 (2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出这个二次函数的图象;
 (3) 根据 (2) 中的图象, 写出一条该二次函数的性质.



20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 边上, $\angle DAC = \angle B$.

点 E 在 AD 边上, $CD = CE$.

- (1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle CAE$;
 (2) 若 $AB = 6, AC = \frac{9}{2}, BD = 2$, 求 AE 的长.





21. 一张长为 30cm, 宽 20cm 的矩形纸片, 如图 1 所示, 将这张纸片的四个角各剪去一个边长相同的正方形后, 把剩余部分折成一个无盖的长方体纸盒, 如图 2 所示, 如果折成的长方体纸盒的底面积为 264cm^2 , 求剪掉的正方形纸片的边长.

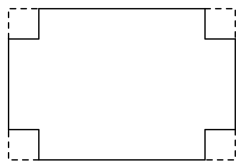


图 1

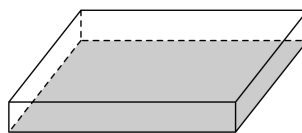
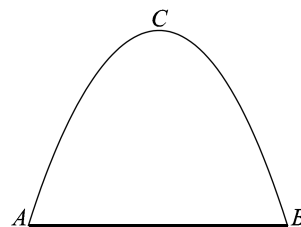


图 2

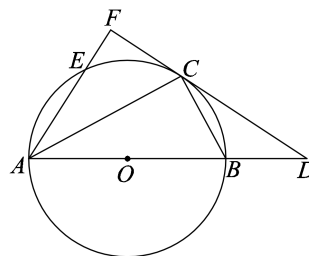
22. 一条单车道的抛物线形隧道如图所示. 隧道中公路的宽度 $AB=8\text{m}$, 隧道的最高点 C 到公路的距离为 6m .

- (1) 建立适当的平面直角坐标系, 求抛物线的表达式;
- (2) 现有一辆货车的高度是 4.4m , 货车的宽度是 2m , 为了保证安全, 车顶距离隧道顶部至少 0.5m , 通过计算说明这辆货车能否安全通过这条隧道.



23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 经过点 C 的直线与 AB 的延长线交于点 D , 连接 AC , BC , $\angle BCD = \angle CAB$. E 是 $\odot O$ 上一点, 弧 $CB =$ 弧 CE , 连接 AE 并延长与 DC 的延长线交于点 F .

- (1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\sin D = \frac{3}{5}$, 求线段 AF 的长.





24. 测量建筑物的高度

在《相似》和《锐角三角函数》的学习中，我们了解了借助太阳光线、利用标杆、平面镜等可以测量建筑物的高度。

综合实践活动课上，数学王老师让同学制作了一种简单测角仪：把一根细线固定在量角器的圆心处，细线的另一端系一个重物（如图 1）；将量角器拿在眼前，使视线沿着量角器的直径刚好看到需测量物体的顶端，这样可以得出需测量物体的仰角 α 的度数（如图 2, 3）。利用这种简单测角仪，也可以帮助我们测量一些建筑物的高度。



图 1



图 2

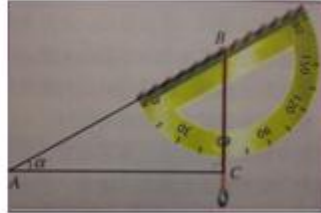


图 3

天坛是世界上最大的祭天建筑群，1998 年被确认为世界文化遗产。它以严谨的建筑分布，奇特的建筑构造和瑰丽的建筑装饰闻名于世。

祈年殿是天坛主体建筑，又称祈谷殿（如图 4）。采用的是上殿下屋的构造形式，殿为圆形，象征天圆；瓦为蓝色，象征蓝天。祈年殿的殿座是圆形的祈谷坛。



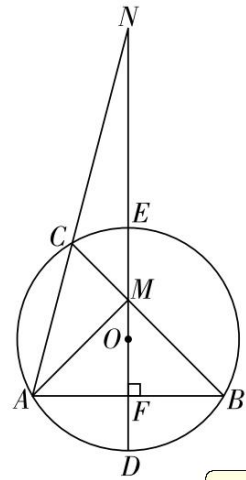
图 4

请你利用所学习的数学知识，设计一个测量方案，解决“测量天坛祈年殿的高度”的问题。要求：

- (1) 写出所使用的测量工具；
- (2) 画出测量过程中的几何图形，并说明需要测量的几何量；
- (3) 写出求天坛祈年殿高度的思路。

25. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，直径 $DE \perp AB$ 于点 F ，交 BC 于点 M ， DE 的延长线与 AC 的延长线交于点 N ，连接 AM 。

- (1) 求证： $AM=BM$ ；
- (2) 若 $AM \perp BM$ ， $DE=8$ ， $\angle N=15^\circ$ ，求 BC 的长。





26. 阅读下列材料：

有这样一个问题：关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$) 有两个不相等的且非零的实数根。探究 a, b, c 满足的条件。

小明根据学习函数的经验，认为可以从二次函数的角度看一元二次方程，下面是小明的探究过程：

① 设一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$) 对应的二次函数为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$)；

② 借助二次函数图象，可以得到相应的一元二次方程中 a, b, c 满足的条件，列表如下：

方程根的几何意义：请将 (2) 补充完整

方程两根的情况	对应的二次函数的大致图象	a, b, c 满足的条件
方程有两个不相等的负实根		$\begin{cases} a > 0, \\ \Delta = b^2 - 4ac > 0, \\ -\frac{b}{2a} < 0, \\ c > 0. \end{cases}$
		$\begin{cases} a > 0, \\ c < 0. \end{cases}$
方程有两个不相等的正实根		

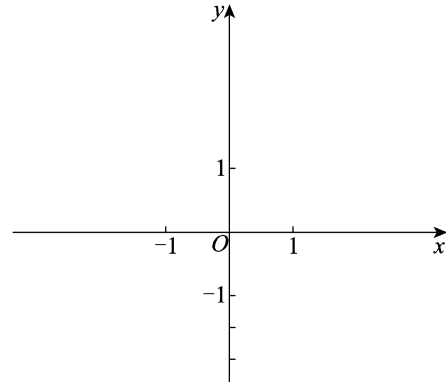
(1) 参考小明的做法，把上述表格补充完整；

(2) 若一元二次方程 $mx^2 - (2m+3)x - 4m = 0$ 有一个负实根，一个正实根，且负实根大于-1，求实数 m 的取值范围。



7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + mx + n$ 与 x 轴交于点 A, B (A 在 B 的左侧).

- (1) 抛物线的对称轴为直线 $x = -3$, $AB = 4$. 求抛物线的表达式;
- (2) 平移 (1) 中的抛物线, 使平移后的抛物线经过点 O , 且与 x 正半轴交于点 C , 记平移后的抛物线顶点为 P , 若 $\triangle OCP$ 是等腰直角三角形, 求点 P 的坐标;
- (3) 当 $m = 4$ 时, 抛物线上有两点 $M(x_1, y_1)$ 和 $N(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 2, x_2 > 2, x_1 + x_2 > 4$, 试判断 y_1 与 y_2 的大小, 并说明理由.



28. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, AC = BC, CD$ 为 AB 边上的中线. 在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $\angle AEF = 90^\circ, AE = EF, AF < AC$. 连接 BF, M, N 分别为线段 AF, BF 的中点, 连接 MN .

- (1) 如图 1, 点 F 在 $\triangle ABC$ 内, 求证: $CD = MN$;
- (2) 如图 2, 点 F 在 $\triangle ABC$ 外, 依题意补全图 2, 连接 CN, EN , 判断 CN 与 EN 的数量关系与位置关系, 并加以证明;
- (3) 将图 1 中的 $\triangle AEF$ 绕点 A 旋转, 若 $AC = a, AF = b$ ($b < a$), 直接写出 EN 的最大值与最小值.

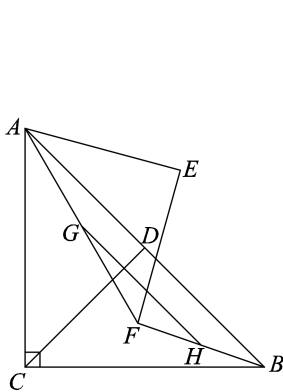


图 1

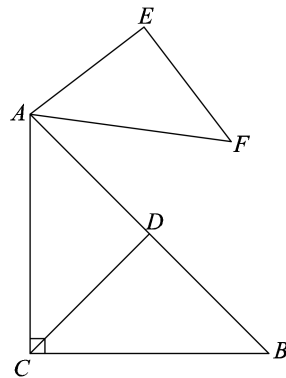
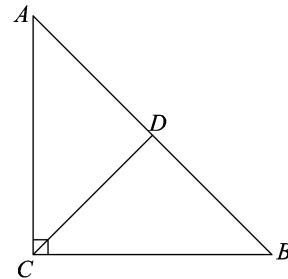


图 2



备用图



29. 在平面直角坐标系 xOy 中, 给出如下定义:

对于 $\odot C$ 及 $\odot C$ 外一点 P , M, N 是 $\odot C$ 上两点, 当 $\angle MPN$ 最大, 称 $\angle MPN$ 为点 P 关于 $\odot C$ 的“视角”.

直线 l 与 $\odot C$ 相离, 点 Q 在直线 l 上运动, 当点 Q 关于 $\odot C$ 的“视角”最大时, 则称这个最大的“视角”为直线 l 关于 $\odot C$ 的“视角”.

(1) 如图, $\odot O$ 的半径为 1,

① 已知点 $A(1, 1)$, 直接写出点 A 关于 $\odot O$ 的“视角”;

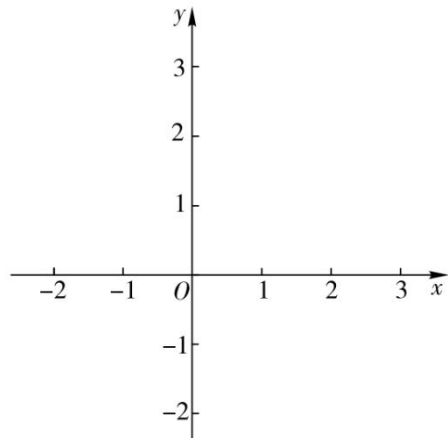
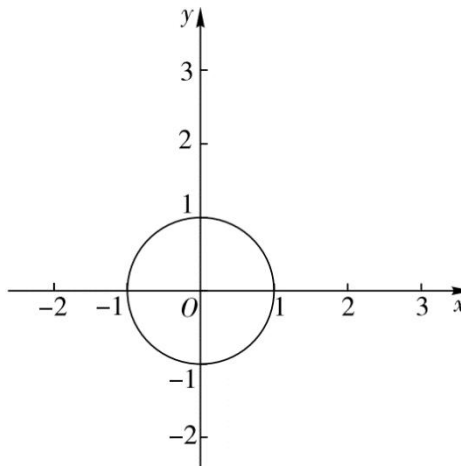
已知直线 $y=2$, 直接写出直线 $y=2$ 关于 $\odot O$ 的“视角”;

② 若点 B 关于 $\odot O$ 的“视角”为 60° , 直接写出一个符合条件的 B 点坐标;

(2) $\odot C$ 的半径为 1,

① 点 C 的坐标为 $(1, 2)$, 直线 $l: y=kx+b$ ($k>0$) 经过点 $D(-2\sqrt{3}+1, 0)$, 若直线 l 关于 $\odot C$ 的“视角”为 60° , 求 k 的值;

② 圆心 C 在 x 轴正半轴上运动, 若直线 $y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$ 关于 $\odot C$ 的“视角”大于 120° , 直接写出圆心 C 的横坐标 x_c 的取值范围.



备用图



北京市西城区 2016—2017 学年度第一学期期末试卷

九年级数学参考答案及评分标准 2017.1

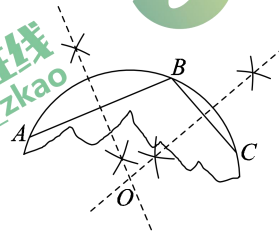
一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	A	D	B	C	D	C	B	B

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. $m = 1$. 12. 答案不唯一，如： $EF \parallel BC$. 13. $3\sqrt{3}$. 14. $1 \leq y \leq 5$. 15. 50.

16. (1) 如图所示，点 O 即为所求作的圆心.



(2) 作图的依据：

线段垂直平分线上的点与线段两个端点的距离相等；不在同一直线上的三个点确定一个圆.

三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 解：原式 $= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \times \sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4 分

$= 1 - \sqrt{3}$ 5 分

18. (1) 证明：∵ 等边 $\triangle ABC$,

∴ $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = AC$.

∵ 线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60° , 得到线段 AE ,

∴ $\angle DAE = 60^\circ$, $AE = AD$.

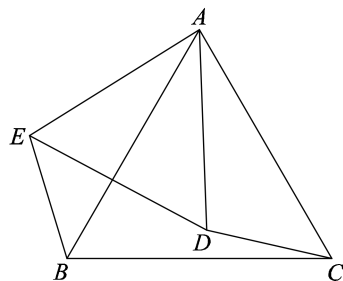
∴ $\angle BAD + \angle EAB = \angle BAD + \angle DAC$.

∴ $\angle EAB = \angle DAC$.

∴ $\triangle EAB \cong \triangle DAC$.

∴ $\angle AEB = \angle ADC$

(2) 解：∵ $\angle DAE = 60^\circ$, $AE = AD$,





∴ $\triangle EAD$ 为等边三角形.

∴ $\angle AED=60^\circ$,

又 ∵ $\angle AEB = \angle ADC=105^\circ$.

∴ $\angle BED=45^\circ$ 5 分

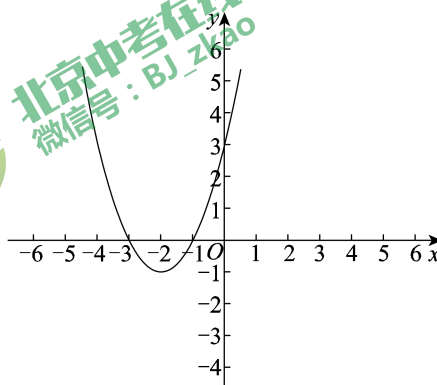
19. 解: (1) $y = x^2 + 4x + 3$

$$= x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 3$$

$$= (x+2)^2 - 1 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 列表:

x	...	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	3	0	-1	0	3	...



(3) 答案不唯一, 如: 当 $x < -2$ 时, y 随 x 的增大而减小,

当 $x > -2$ 时, y 随 x 的增大而增大.

..... 5 分

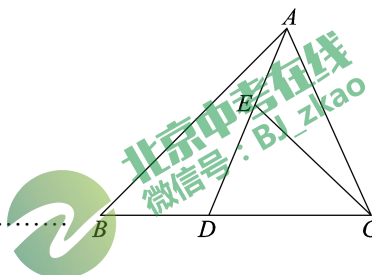
20. (1) 证明: ∵ $CE = CD$,

$$\therefore \angle CDE = \angle CED.$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CEA.$$

$$\therefore \angle DAC = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CAE. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



(2) 解: 由 (1) $\triangle ABD \sim \triangle CAE$,

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{AE}.$$

$$\therefore AB=6, AC=\frac{9}{2}, BD=2,$$

$$\therefore AE = \frac{3}{2} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

21. 解: 设剪掉的正方形纸片的边长为 x cm. 1 分

由题意, 得 $(30-2x)(20-2x)=264$ 3 分

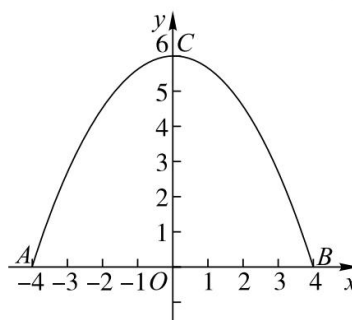
整理, 得 $x^2 - 25x + 84=0$.

解方程, 得 $x_1 = 4, x_2 = 21$ (不符合题意, 舍去). 4 分

答: 剪掉的正方形的边长为 4cm.

22. 解: (1) 本题答案不唯一, 如:

以 AB 所在直线为 x 轴, 以抛物线的对称轴





为 y 轴建立平面直角坐标系 xOy ，如图所示。

$\therefore A(-4, 0), B(4, 0), C(0, 6)$ 。

设这条抛物线的表达式为

$y = a(x-4)(x+4)$ 。

\therefore 抛物线经过点 C ，

$\therefore -16a = 6$ 。

$\therefore a = -\frac{3}{8}$ 。

\therefore 抛物线的表达式为 $y = -\frac{3}{8}x^2 + 6 (-4 \leq x \leq 4)$ 4 分

(2) 当 $x=1$ 时, $y = \frac{45}{8}$ 。

$\therefore 4.4 + 0.5 = 4.9 < \frac{45}{8}$ 。

\therefore 这辆货车能安全通过这条隧道。 5 分

23. (1) 证明: 连接 OC ,

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$, 即 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ 。

$\therefore OA = OC$,

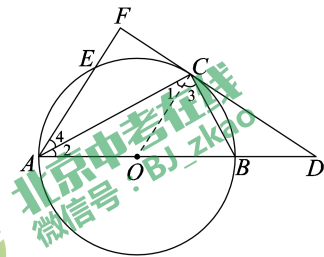
$\therefore \angle 1 = \angle 2$ 。

$\therefore \angle DCB = \angle BAC = \angle 1$ 。

$\therefore \angle DCB + \angle 3 = 90^\circ$ 。

$\therefore OC \perp DF$ 。

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线。 2 分



(2) 解: 在 $Rt\triangle OCD$ 中, $OC=3, \sin D = \frac{3}{5}$ 。

$\therefore OD = 5, AD = 8$ 。

\therefore 弧 $CE =$ 弧 CB ,

$\therefore \angle 2 = \angle 4$ 。

$\therefore \angle 1 = \angle 4$ 。

$\therefore OC \parallel AF$ 。

$\therefore \triangle DOC \sim \triangle DAF$ 。

$\therefore \frac{OC}{AF} = \frac{OD}{AD}$ 。



$\therefore AF = \frac{24}{5}$ 5 分

24. 本题答案不唯一，如：

(1) 测量工具有：简单测角仪，测量尺等； 1 分

(2) 设 CD 表示祈年殿的高度，测量过程的几何图形如图所示；

需要测量的几何量如下：

- ① 在点 A ，点 B 处用测角仪测出仰角 α ， β ；
- ② 测出 A ， B 两点之间的距离 s ； 3 分

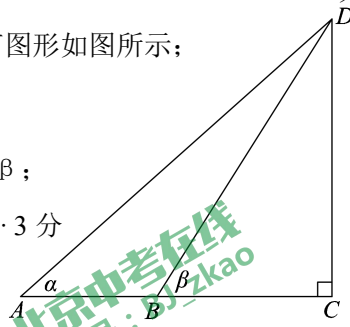
(3) 求解思路如下：

a. 设 CD 的高度为 x m.

在 $Rt\triangle DBC$ 中，由 $\angle DBC = \beta$ ，可得 $BC = \frac{x}{\tan \beta}$ ；

同理，在 $Rt\triangle DAC$ 中，由 $\angle DAC = \alpha$ ，可得 $AC = \frac{x}{\tan \alpha}$ ；

b. 由 $AB = AC - BC$ 得 $s = \frac{x}{\tan \alpha} - \frac{x}{\tan \beta}$ ， x 可求。 5 分



25. (1) 证明：∵ 直径 $DE \perp AB$ 于点 F ，

$\therefore AF = BF$.

$\therefore AM = BM$ 2 分

(2) 连接 AO ， BO ，如图.

由 (1) 可得 $AM = BM$ ，

$\therefore AM \perp BM$ ，

$\therefore \angle MAF = \angle MBF = 45^\circ$.

$\therefore \angle CMN = \angle BMF = 45^\circ$.

$\therefore AO = BO$ ， $DE \perp AB$ ，

$\therefore \angle AOF = \angle BOF = \frac{1}{2} \angle AOB$.

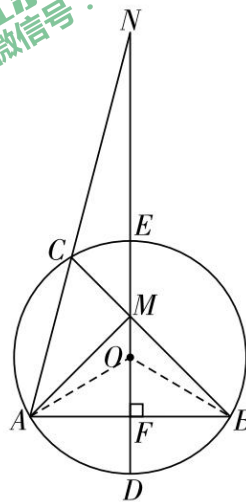
$\therefore \angle N = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle ACM = \angle CMN + \angle N = 60^\circ$. 即 $\angle ACB = 60^\circ$.

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$.

$\therefore \angle AOF = \angle ACB = 60^\circ$.

$\therefore DE = 8$ ，





$\therefore AO=4.$

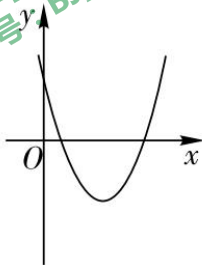
在 $Rt\triangle AOF$ 中, 由 $\sin \angle AOB = \frac{AF}{AO}$, 得 $AF=2\sqrt{3}$

在 $Rt\triangle AMF$ 中, $AM=BM=\sqrt{2}AF=2\sqrt{6}.$

在 $Rt\triangle ACM$ 中, 由 $\tan \angle ACM = \frac{AM}{CM}$, 得 $CM=2\sqrt{2}.$

$\therefore BC=CM+BM=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}.$ 5 分

26. 解: (1) 补全表格如下:

方程两根的情况	二次函数的大致图象	得出的结论
方程有一个负实根, 一个正实根		$\begin{cases} a > 0, \\ \Delta = b^2 - 4ac > 0, \\ -\frac{b}{2a} > 0, \\ c > 0. \end{cases}$

..... 3 分

(2) 解: 设一元二次方程 $mx^2 - (2m+3)x - 4m = 0$ 对应的二次函数为:

$y = x^2 - (2m+3)x - 4m$

\therefore 一元二次方程 $mx^2 + (2m-3)x - 4 = 0$ 有一个负实根, 一个正实根, 且负实根大于-1,

$\therefore \begin{cases} -4m < 0 \\ (-1)^2 - (2m+3) \cdot (-1) - 4m > 0 \end{cases}$

解得 $0 < m < 2.$

$\therefore m$ 的取值范围是 $0 < m < 2.$ 5 分

27. 解: (1) 抛物线 $y = -x^2 + mx + n$ 的对称轴为直线 $x = -3$, $AB = 4.$

\therefore 点 $A(-5, 0)$, 点 $B(-1, 0).$

\therefore 抛物线的表达式为 $y = -(x+5)(x+1)$



$\therefore y = -x^2 - 6x - 5$2分

(2) 依题意, 设平移后的抛物线表达式为: $y = -x^2 + bx$.

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{b}{2}$, 抛物线与 x 正半轴交于点 $C(b, 0)$.

$\therefore b > 0$.

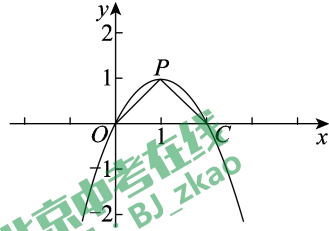
$\therefore \triangle OCP$ 是等腰直角三角形,

\therefore 点 P 的坐标 $(\frac{b}{2}, \frac{b}{2})$.

$\therefore \frac{b}{2} = -(\frac{b}{2})^2 + b(\frac{b}{2})$.

解得 $b = 2$.

\therefore 点 P 的坐标 $(1, 1)$5分



(3) 当 $m=4$ 时, 抛物线表达式为: $y = -x^2 + 4x + n$.

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = 2$.

\therefore 点 $M(x_1, y_1)$ 和 $N(x_2, y_2)$ 在抛物线上,

且 $x_1 < 2, x_2 > 2$,

\therefore 点 M 在直线 $x = 2$ 的左侧, 点 N 在直线 $x = 2$ 的右侧.

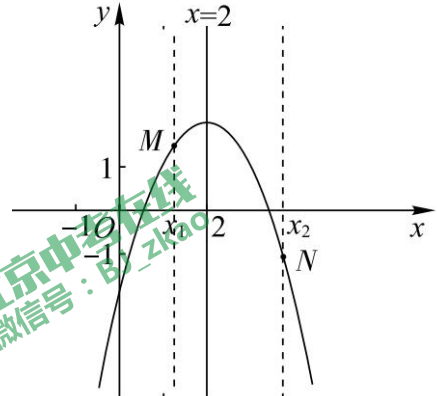
$\therefore x_1 + x_2 > 4$,

$\therefore 2 - x_1 < x_2 - 2$.

\therefore 点 P 到直线 $x = 2$ 的距离比

点 M 到直线 $x = 2$ 的距离比点 N 到直线 $x = 2$ 的距离近,

如图所示.



$\therefore y_1 > y_2$7分

28. 解: (1) 证明: 在 $Rt\triangle ABC$ 中,

$\therefore CD$ 是斜边 AB 上的中线.

$\therefore CD = \frac{1}{2}AB$.

在 $\triangle ABF$ 中, 点 M, N 分别是边 AF, BF 的中点,



$$\therefore MN = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore CD = MN. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 答: CN 与 EN 的数量关系 $CN = EN$,

$$CN \text{ 与 } EN \text{ 的位置关系 } CN \perp EN. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

证明: 连接 EM, DN , 如图.

与 (1) 同理可得 $CD = MN, EM = DN$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 边上的中线.

$$\therefore CD \perp AB.$$

在 $\triangle ABF$ 中, 同理可证 $EM \perp AF$.

$$\therefore \angle EMF = \angle CDB = 90^\circ.$$

$\because D, M, N$ 分别为边 AB, AF, BF 的中点,

$$\therefore DN \parallel AF, MN \parallel AB.$$

$$\therefore \angle FMN = \angle MND, \angle BDN = \angle MND.$$

$$\therefore \angle FMN = \angle BDN.$$

$$\therefore \angle EMF + \angle FMN = \angle CDB + \angle BDN.$$

$$\therefore \angle EMN = \angle NDC.$$

$$\therefore \triangle EMN \cong \triangle DNC.$$

$$\therefore CN = EN, \angle 1 = \angle 2.$$

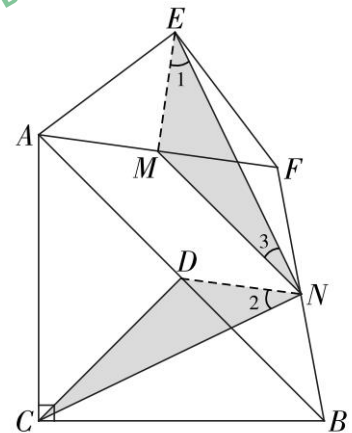
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 + \angle EMN = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 + \angle EMN = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 + \angle DNM = 90^\circ, \text{ 即 } \angle CNE = 90^\circ.$$

$$\therefore CN \perp EN. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(3) EN \text{ 的最大值为 } \frac{\sqrt{2}a+b}{2}, \text{ 最小值为 } \frac{\sqrt{2}a-b}{2}. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



29. 解: (1) ① $90^\circ, 60^\circ. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

② 本题答案不唯一, 如: $B(0, 2). \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 解: ① \because 直线 $l: y=kx+b (k>0)$ 经过点 $D(-2\sqrt{3}+1, 0),$



$$\therefore (-2\sqrt{3}+1)k+b=0.$$

$$\therefore b=2\sqrt{3}k-k.$$

$$\therefore \text{直线 } l: y=kx+2\sqrt{3}k-k.$$

对于 $\odot C$ 外的点 P , 点 P 关于 $\odot C$ 的“视角”为 60° ,

则点 P 在以 C 为圆心, 2为半径的圆上.

又直线 l 关于 $\odot C$ 的“视角”为 60° ,

此时, 点 P 是直线 l 上与圆心 C 的距离最短的点.

$\therefore CP \perp$ 直线 l .

则直线 l 是以 C 为圆心, 2为半径的圆的一条切线, 如图所示.

作 $CH \perp x$ 轴于点 H .

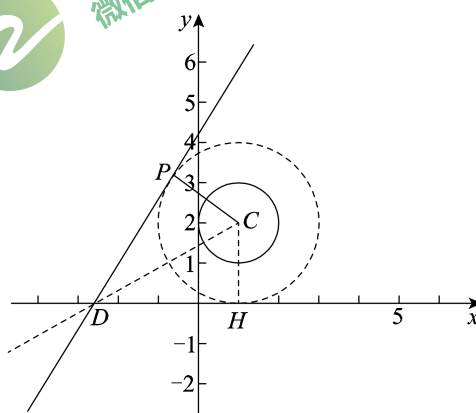
\therefore 点 H 的坐标为 $(1, 0)$,

$$\therefore DH = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore \angle CDH = 30^\circ, \angle PDH = 60^\circ,$$

可求得点 P 的坐标 $(-\sqrt{3}+1, 3)$.

进而求得 $k = \sqrt{3}$.



.....6分

(3) 圆心 C 的横坐标 x_c 的取值范围是 $-1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} < x_c < \frac{1}{3}$.

.....8分

