

# 2022 北京八中初二（上）期中 数 学

一、选择题（每题 3 分，共 24 分）在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

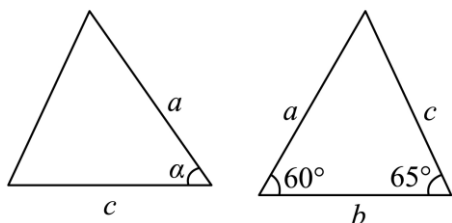
1. 下列长度的三条线段能组成三角形的是（ ）

- A. 2, 3, 5                      B. 5, 6, 10                      C. 1, 1, 3                      D. 3, 4, 9

2. 下列因式分解正确的是（ ）

- A.  $m^2 - 6m + 9 = (m - 3)^2$                       B.  $x^2 - 4y^2 = (x + 4y)(x - 4y)$   
 C.  $x^2 - x - 2 = x(x - 1) - 2$                       D.  $2a^2 + 4a = a(2a + 4)$

3. 如图，两个三角形全等，则  $\angle \alpha$  等于（ ）

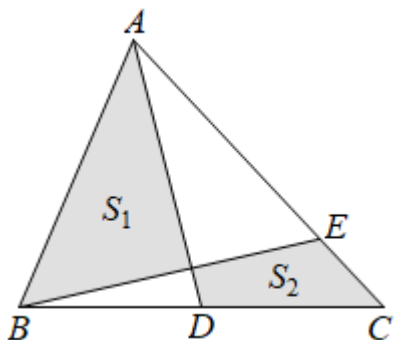


- A.  $65^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $55^\circ$                       D.  $50^\circ$

4. 已知  $x^2 + mxy + y^2$  是完全平方式，则  $m$  的值是（ ）

- A. 1                      B. 2                      C.  $\pm 1$                       D.  $\pm 2$

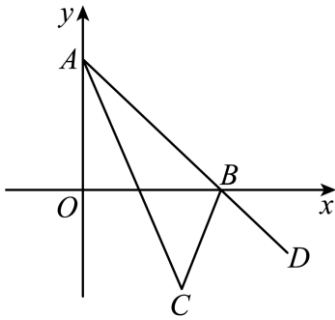
5. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  是边  $BC$  的中点， $CE = \frac{1}{4}AC$ ， $\triangle ABC$  的面积是 4，则下列结论正确的是（ ）



- A.  $S_1 = S_2$                       B.  $S_1 = 2$                       C.  $S_2 = 0.5$                       D.  $S_1 - S_2 = 1$

6. 如图，若点  $A$  在  $y$  轴上，点  $B$  在  $x$  轴上， $\angle OAB$  的平分线交  $\triangle OAB$  外角  $\angle OBD$  的平分线于点  $C$ ，则  $\angle C$  的度数是（ ）





- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $60^\circ$

7. 下列运算：①  $a^2 \cdot a^3 = a^6$ ；②  $(a^3)^2 = a^6$ ；③  $a^5 \div a^5 = a$ ；④  $(3b)^3 = 9b^3$ ；⑤  $2(a+l) = 2a+l$ ；⑥  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$  其中结果正确的个数为 ( )

- A. 1                              B. 2                              C. 3                              D. 4

8. 某中学要举行校庆活动，现计划在教学楼之间 广场上搭建舞台。已知广场中心有一座边长为  $b$  的正方形的花坛，学生会提出两个方案：

方案一：如图 1，绕花坛搭建外围是正方形的“回”字形舞台（阴影部分），面积为  $S_1$ ；

方案二：如图 2，在花坛的三面搭建“凹”字形舞台（阴影部分），面积为  $S_2$ ；

具体数据如图所示，则  $S_1$  与  $S_2$  的大小关系 ( )

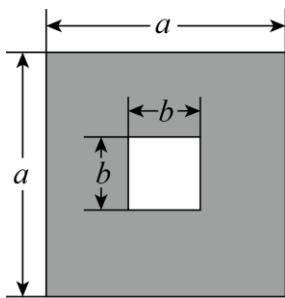


图 1

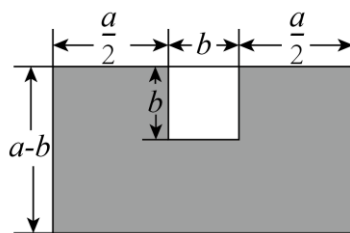


图 2

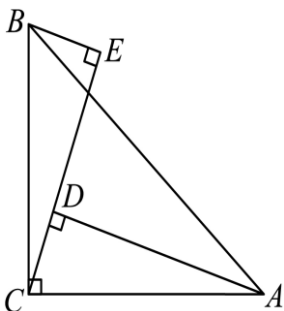


- A. =                              B.  $S_1 < S_2$                       C.  $S_1 > S_2$                       D. 以上结论都不对

二、填空题（每题 3 分，共 24 分）

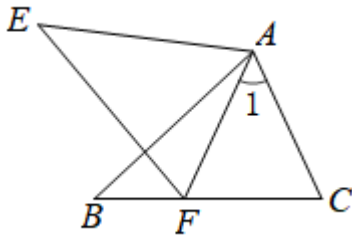
9. 计算： $(-2xy^2) \cdot \frac{1}{4}x^2y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AD \perp CE$ ， $BE \perp CE$ ，垂足分别为  $D$ ， $E$ ，添加一个条件，使  $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ ，添加的条件是  $\underline{\hspace{2cm}}$ （写出一个即可）



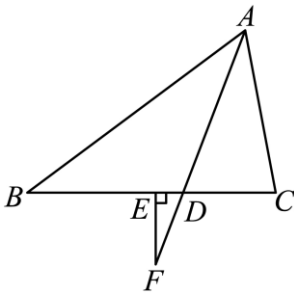
11. 若  $x + y = 2$ ,  $xy = -2$ , 则  $x^2 + y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $(x - y)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 如图,  $\triangle ABC \cong \triangle AEF$ , 且  $\angle 1 = 50^\circ$ , 则  $\angle BEF = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



13. 若多项式  $x^2 + 6x + k$  能因式分解, 则正整数  $k$  的值等于  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

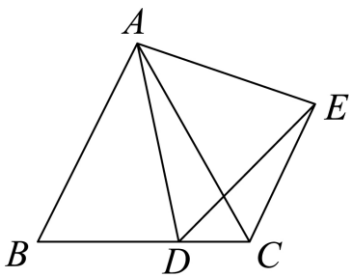
14. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $F$  在射线  $AD$  上,  $FE \perp BC$  于  $E$ ,  $\angle C = 80^\circ$ ,  $\angle B = 36^\circ$ , 则  $\angle F = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



15. 已知: 一个周长为 10 的等腰三角形, 设底边长为  $x$ , 腰长为  $y$ , 则  $x$  与  $y$  的数量关系是  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 若这个等腰三角形的三边均为整数, 则这样的三角形有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个.

16. 如图, 点  $D$  是等边  $\triangle ABC$  边  $BC$  上一个动点, 以  $AD$  为边作等边  $\triangle ADE$ , 连接  $CE$ . 则下列结论正确的是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (填正确的序号).

- ①  $\angle ACE = 60^\circ$ ; ②  $D$  在  $BC$  上运动的过程中线段  $AD$  有最小值; ③ 四边形  $ADCE$  的面积是定值; ④  $\angle DAC = \angle CED$ .



**三、解答题 (17 题 6 分, 18 题 7 分, 19 题 4 分, 20 题 11 分, 21 题 5 分, 22 题 5 分, 23 题 7 分, 24 题 7 分, 共 52 分)**

17. 按下列要求画图并回答问题:

- (1) 在图 1 中将  $\triangle ABC$  的面积分成 1: 3 的两部分, 并描述你的作法  $\underline{\hspace{4cm}}$ ;

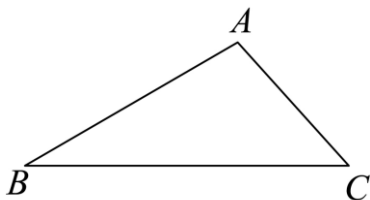


图1

(2) 在图2中，完成以下问题：

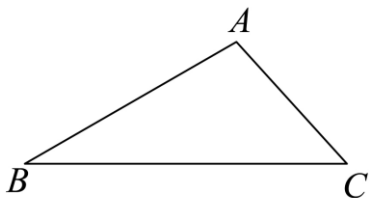


图2

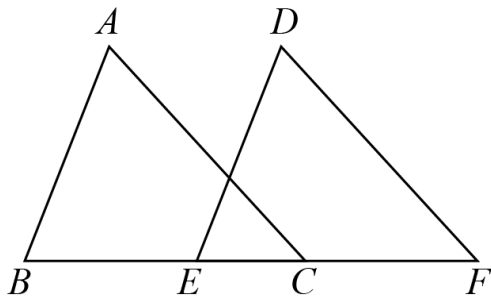
- ①作  $\triangle ABC$  的高  $BD$ ， $CE$ ；
- ②比较  $\angle ABD$  \_\_\_\_\_  $\angle ACE$  的大小（用“>”“<”“=”填空）；
- ③请用无刻度直尺（只能画直线）作出  $BC$  边上的高  $AF$ ，描述  $AF$  的作法\_\_\_\_\_.

18. 计算：

(1)  $(12x^4 - 8x^3) \div 2x$ ；

(2)  $\frac{1}{3}a(3a-6) + (a-2)(a+3)$

19. 图， $BE = CF$ ， $AC = DF$ ， $AC \parallel DF$  . 求证：  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  .



20. 分解因式：

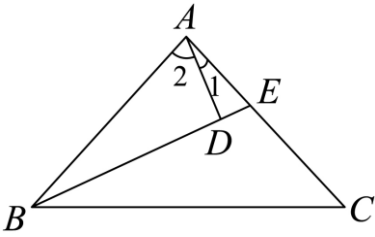
(1)  $4a^2 - 16$ ；

(2)  $(x+1)(x-3)+4$ ；

(3)  $(a-b)(3x-y) + (b-a)(x+y)$ .

21. 先化简，再求值： $(2x+3)^2 - (x+1)(x-1)$ ，其中  $x^2 + 4x - 5 = 0$  .

22. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $BE$  平分  $\angle ABC$ ， $\angle 2 = \angle 1 + \angle C$  .



(1) 求证:  $AD \perp BE$ ;

(2) 若  $\angle ABC = 2\angle 1$ , 证明:  $\angle BAC = 90^\circ$

23. 探究与发现: 我们在过去的学习中已经发现了如下的运算规律:

$$15 \times 15 = 1 \times 2 \times 100 + 25 = 225,$$

$$25 \times 25 = 2 \times 3 \times 100 + 25 = 625,$$

$$35 \times 35 = 3 \times 4 \times 100 + 25 = 1225,$$

.....

(1) 设  $a$  为整数, 且  $0 < a < 10$ , 请用含  $a$  的等式写出一般的规律  $(10a + 5)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 小戴同学通过计算下列两位数的乘积, 发现结果也存在一定的规律, 请你补充小戴同学的探究过程:

$$53 \times 57 = 3021, \quad 38 \times 32 = 1216, \quad 84 \times 86 = 7224, \quad 71 \times 79 = 5609 \dots\dots$$

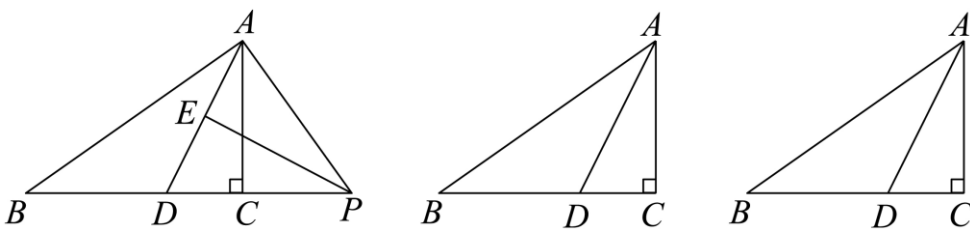
① 观察相乘的两位数, 可以发现, 两位数的十位上的数字  $\underline{\hspace{1cm}}$ , 个位上的数字的和等于  $\underline{\hspace{1cm}}$ ;

② 根据发现, 若设一个两位数的十位上的数字为  $m$ , 个位上的数字为  $n$ , 则另一个两位数的个位上的数字为  $\underline{\hspace{1cm}}$  (其中  $m, n$  为小于 10 的正整数). 则以上两位数相乘的规律是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (用含  $m, n$  的等式表示);

③ 利用发现的规律计算:  $63 \times 67 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

④ 请用所学知识证明②中的规律.

24. 如图,  $AD$  是  $\text{Rt}\triangle ABC$  的平分线,  $E$  是  $AD$  上的一点, 作  $PE \perp AD$  交直线  $BC$  于点  $P$  (点  $P$  与  $B, C, D$  不重合).



(1) 当  $E$  是  $AD$  的中点时, 求证:  $\angle B = \angle CAP$ ;

(2) 当点  $E$  在  $AD$  上移动时, 补全图形, 直接写出  $\angle EPC$  与  $\angle B$  的数量关系:  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### 附加卷

25. 如图, 在四边形  $ABCF$  中,  $D, E$  分别是边  $AF, BC$  上的动点, 将四边形  $ABCF$  沿  $DE$  折叠,

(1) 如图 1,  $\angle A', \angle B'$  与  $\angle 1, \angle 2$  的数量关系是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ,

(2) 如图 2,  $\angle A', \angle B'$  与  $\angle 1, \angle 2$  的数量关系是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

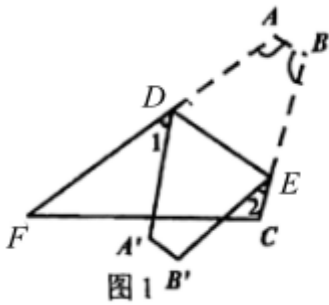


图1

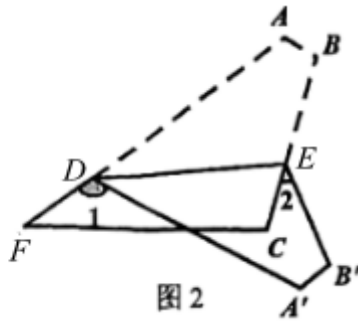


图2

题文

26. 爱思考的小郭同学发现教科书中介绍了多项式除以单项式的方法，并没有介绍多项式除以多项式的方法，通过查阅资料小郭同学发现了多项式除以多项式的一种方法叫“综合除法”，综合除法主要用于一元多项式  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ ，除以一次多项式  $x - m$  的演算，以便获得商式和余式，具体方法如下：

\_\_\_\_\_

①写出分离系数竖式：

$$m \left| \begin{array}{cccccc} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \end{array} \right.$$

②进行相关计算：

将  $a_0$  落下得到  $b_0$ ，计算  $mb_0$  并置于  $a_1$  下方，计算  $a_1 + mb_0$  得到  $b_1$ ；计算  $mb_1$  并置于  $a_2$  下方，计算  $a_2 + mb_1$  得到  $b_2$ ……计算  $mb_{n-1}$  并置于  $a_n$  下方，计算  $a_n + mb_{n-1}$  得到  $b_n$ 。

$$m \left| \begin{array}{cccccc} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ mb_0 & mb_1 & \cdots & mb_{n-2} & mb_{n-1} & \\ \hline b_0 & b_1 & b_2 & \cdots & b_{n-1} & b_n \end{array} \right.$$

③写出计算结果： $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$  除以  $x - m$  得到商式

$b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \dots + b_{n-2}x + b_{n-1}$  和余式  $b_n$ 。

解决问题：利用综合除法求  $3x^3 + 13x^2 - 9x + 7$  除以  $x + 5$  的商式和余式。

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & 13 & -9 & 7 \\ & & & & \\ \hline 3 & & & & \end{array}$$

由此可知， $3x^3 + 13x^2 - 9x + 7$  除以  $x + 5$  的商式是\_\_\_\_\_，余式是\_\_\_\_\_。

## 参考答案

一、选择题（每题3分，共24分）在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

1. 【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系进行分析判断.

【详解】解：根据三角形任意两边的和大于第三边，得

A.  $2 + 3 = 5$ ，不能组成三角形；

B.  $5 + 6 = 11 > 10$ ，能组成三角形；

C.  $1 + 1 = 2 < 3$ ，不能组成三角形；

D.  $3 + 4 = 7 < 9$ ，不能组成三角形.

故选：B.

【点睛】本题考查了能够组成三角形三边的条件：“任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边”.

2. 【答案】A

【解析】

【分析】根据因式分解的定义：将一个多项式化成几个整式积的形式，一一进行判断即可.

【详解】解：A、 $x^2 - 4y^2 = (x + 2y)(x - 2y)$ ，因式分解，此选项符合题意；

B、 $x^2 - 4y^2 = (x + 2y)(x - 2y)$ ，故此选项错误，不符合题意；

C、等式右边不是几个整式积的形式，故此选项不符合题意；

D、因式分解不彻底，还可以提取公因数2，故此选项不符合题意；

故选 A.

【点睛】此题考查了因式分解的概念，熟练掌握因式分解的概念是解答此题的关键.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】由全等三角形的对应角相等可求得答案.

【详解】解： $\because$ 两三角形全等，

$\therefore a、c$  两边的夹角相等，

$\therefore \alpha = 180^\circ - 60^\circ - 65^\circ = 55^\circ$ ，

故选 C.

【点睛】本题考查了全等三角形的性质和三角形内角和定理，掌握全等三角形的对应角相等是解题的关键.

4. 【答案】D



【解析】

【分析】首末两项是  $x$  和  $y$  这两个数的平方，那么中间一项为加上或减去  $x$  和  $y$  积的 2 倍.

【详解】解：∵  $x^2 + y^2 + mxy$  是一个完全平方式，

$$\therefore mxy = \pm 2 \cdot x \cdot y,$$

$$\therefore m = \pm 2.$$

故选：D.

【点睛】本题考查了完全平方式的应用，注意：完全平方式有两个： $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$  和  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ .

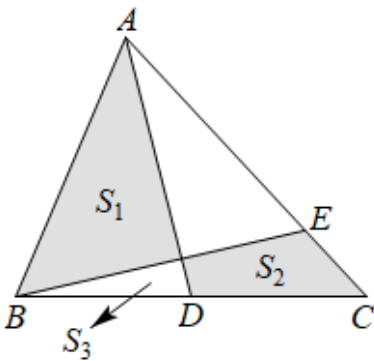
5. 【答案】D

【解析】

【分析】设小空白部分的面积为  $S_3$ ，根据中线的性质和  $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 2$ ，

$S_{\triangle BCE} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = 1$ ，通过计算即可得到正确的结论.

【详解】解：如图，设小空白部分的面积为  $S_3$ ，



∵ 点  $D$  是边  $BC$  中点，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 2,$$

∵  $S_{\triangle BCE} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = 1$ ，

$$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = 1,$$

$$\therefore S_1 = 2 - S_3, \quad S_2 = 1 - S_3,$$

$$\therefore S_1 \neq S_2, \text{ A 选项结论错误;}$$

由图可得：  $S_1 \neq S_3, S_2 \neq S_3$ ，

∴ B、C 选项结论不正确；

$$S_1 - S_2 = (S_1 + S_3) - (S_2 + S_3) = 2 - 1 = 1,$$



D 选项结论正确，

故选：D.

【点睛】本题考查了中线的性质和三角形的面积计算，三角形的中线可将三角形分为面积相等的两部分.

6. 【答案】B

【解析】

【分析】如下图所示，根据三角形角平分线定义，三角形外角的性质，直角三角形两锐角互余，得出  $\angle 3 - \angle 1 = 45^\circ$ ，然后再根据三角形的外角性质得出 .

详解】解：如图所示，

$\because$  的平分线交  $\triangle OAB$  外角 的平分线于点  $C$ ，

$\therefore \angle OAB = 2\angle 1$ ，  $\angle OBD = 2\angle 3$ ，

$\because \angle AOB = 90^\circ$ ，  $\angle OBD = \angle AOB + \angle OAB$ ，

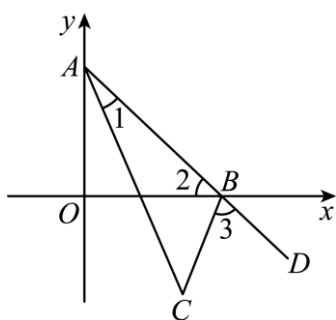
$\therefore 2\angle 3 = 90^\circ + 2\angle 1$

$\therefore \angle 3 - \angle 1 = 45^\circ$ ，

$\because \angle 3 = \angle 1 + \angle C$ ，

$\therefore \angle C = \angle 3 - \angle 1 = 45^\circ$ ；

故选：B.



【点睛】此题考查了三角形的角平分线的定义、三角形的外角性质、直角三角形的性质等知识，熟练掌握直角三角形两锐角互余与三角形外角的性质是解此题的关键.

7. 【答案】A

【解析】

【分析】根据同底数幂乘法、幂的乘方、同底数幂除法、积的乘方、整式加法和完全平方公式逐一进行计算即可判断.

【详解】解：①  $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，原计算错误；

② ，原计算正确；

③  $a^5 \div a^5 = 1$ ，原计算错误；

④  $(3b)^3 = 27b^3$ ，原计算错误；

⑤  $2(a+l) = 2a + 2l$ ，原计算错误；

⑥  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，原计算错误，

结果正确的有：②，正确的个数为1，

故选：A.

【点睛】本题考查了同底数幂乘法、幂的乘方、同底数幂除法、积的乘方、整式加法和完全平方公式，熟练掌握以上运算法则是解题的关键.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】先根据图形中已知条件，利用正方形和长方形的面积公式求出  $S_1$  与  $S_2$ ，然后再根据  $S_1$  与  $S_2$  差的符号比较大小即可.

【详解】解：方案一：  $S_1 = a^2 - b^2$ ；

方案二：  $S_2 = (\frac{a}{2} + b + \frac{a}{2})(a-b) - b^2$

$= (a+b)(a-b) - b^2$

$= a^2 - 2b^2$ ，

$\therefore S_1 - S_2 = a^2 - b^2 - (a^2 - 2b^2)$

$= a^2 - b^2 - a^2 + 2b^2$

$= b^2 > 0$ ，

$\therefore S_1 > S_2$ ，

故选 C.

【点睛】此题考查了正方形与长方形的面积公式、整式的加减运算、不等式的性质等知识，熟练掌握相关知识的应用是解答此题的关键.

## 二、填空题（每题3分，共24分）

9. 【答案】  $-\frac{1}{2}x^3y^3$

【解析】

【分析】根据单项式乘以单项式法则计算，即可求解.

【详解】解：  $(-2xy^2) \cdot \frac{1}{4}x^2y = -\frac{1}{2}x^3y^3$ .

故答案为：  $-\frac{1}{2}x^3y^3$

【点睛】本题主要考查了单项式乘以单项式，熟练掌握单项式乘以单项式法则是解题的关键.

10. 【答案】  $AC = BC$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】根据垂直关系，可以判断  $\triangle BCE$  与  $\triangle ACD$  有两对对应角相等，就只需要找它们的一对对应边相等

就可以了.

【详解】解：∵  $BE \perp AC$ ， $AD \perp BC$ ，垂足分别为  $D$ 、 $E$ ，

$$\therefore \angle BEC = \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle ACD = 90^\circ, \quad \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle CAD,$$

根据 AAS 添加  $AC = BC$ .

在  $\triangle BCE$  与  $\triangle ACD$  中

$$\begin{cases} \angle BCE = \angle CAD \\ \angle BEC = \angle ADC = 90^\circ \\ BC = AC \end{cases}$$

$$\triangle BCE \cong \triangle ACD (\text{AAS}).$$

故答案为： $AC = BC$ （答案不唯一）.

【点睛】本题考查三角形全等的判定方法；判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL. 添加时注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，不能添加，根据已知结合图形及判定方法选择条件是正确解答本题的关键.

11. 【答案】 ①. 8 ②. 12

【解析】

【分析】根据完全平方公式  $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ ， $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ ，将  $x+y=2$ ， $xy=-2$  代入计算即可.

【详解】解：由完全平方公式： $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ ， $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$  代入数据：

$$\text{得到：} 2^2 = x^2 + y^2 + 2 \times (-2),$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 8,$$

$$\therefore (x-y)^2 = 8 - 2 \times (-2) = 8 + 4 = 12,$$

故答案为：8，12.

【点睛】本题考查了完全平方公式及其恒等变形，熟练掌握完全平方公式是解决本题的关键.

12. 【答案】50

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质得  $\angle C = \angle AFE$ ，然后根据三角形的外角性质即可得解.

【详解】解：∵  $\triangle ABC \cong \triangle AEF$ ，

$$\therefore \angle C = \angle AFE,$$

$$\therefore \angle BFA = \angle 1 + \angle C$$

$$\text{即 } \angle BFE + \angle AFE = \angle 1 + \angle C,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle 1,$$

$$\because \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = 50^\circ,$$

故答案为：50.

【点睛】此题考查了全等三角形的性质、三角形的外角性质，熟练运用全等三角形的对应角相等与三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，是解答此题的关键.

13. 【答案】9

【解析】

【分析】先根据多项式能进行因式分解可知该多项式是一个完全平方式，根据完全平方公式的特点即可确定  $k$  的值.

【详解】解： $\because$  多项式  $x^2 + 6x + k$  能因式分解，

$\therefore x^2 + 6x + k$  是一个完全平方式，

$$\therefore k = (6 \div 2)^2 = 3^2 = 9.$$

故答案为：9.

【点睛】本题主要考查了公式法进行因式分解，熟记完全平方公式对解题非常重要.

14. 【答案】22

【解析】

【分析】根据三角形内角和定理可求出  $\angle BAC$  的度数，由  $AD$  是  $\triangle$  的角平分线，可知

$\angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC$ ，根据对顶角相等可得  $\angle ADC = \angle EDF$ ，由  $FE \perp BC$ ，可知  $\angle F + \angle EDF = 90^\circ$ ，

即可求出  $\angle F$  的大小.

【详解】解： $\because$  在  $\triangle$  中， $\angle C = 80^\circ$ ， $\angle B = 36^\circ$ ，

又  $\because \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 36^\circ - 80^\circ = 64^\circ,$$

$\because AD$  是  $\triangle$  的角平分线，

$$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ,$$

$\because$  在  $\triangle ADC$  中， $\angle DAC + \angle ADC + \angle C = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle DAC - \angle C = 180^\circ - 32^\circ - 80^\circ = 68^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle EDF = 68^\circ,$$

$\because FE \perp BC$ ，

$$\therefore \angle F + \angle EDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 90^\circ - \angle EDF = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ,$$

故答案为：22.

【点睛】本题考查了三角形的内角和定理、直角三角形的性质，根据三角形内角和定理求三角形内角的度数是解答本题的关键.

15. 【答案】 ①.  $x + 2y = 10$  ②. 2

【解析】

【分析】根据周长为 10 的等腰三角形即可得出  $x$  与  $y$  的数量关系，然后根据这个等腰三角形的三边均为整数，得出这样的三角形即可。

【详解】解：根据题意： $x + 2y = 10$ ，

根据三角形三边关系可得  $\begin{cases} 2y < 10 \\ 2y > 10 - 2y \end{cases}$ ，

解得： $2.5 < y < 5$ ，

$\because$  这个等腰三角形的三边均为整数，

$\therefore y = 3$  时， $x = 4$ ，

$y = 4$  时， $x = 2$ ，

所以这样的三角形有 2 个，

故答案为： $x + 2y = 10$ ，2。

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，不等式组的应用，三角形三边关系，读懂题意，写出  $x$  与  $y$  的数量关系式以及得出相应边的取值范围是解本题的关键。

16. 【答案】①②③④

【解析】

【分析】求出  $\angle BAD = \angle CAE$ ，证明  $\triangle BAD \cong \triangle CAE$  (SAS)，根据全等三角形的性质可判断①正确；根据垂线段最短可知线段  $AD$  有最小值，进而得到②正确；设点  $A$  到  $BC$  的距离为  $h$ ，证明  $AB \parallel CE$ ，可得点  $A$  到  $CE$  的距离为  $h$ ，然后根据  $S_{\text{四边形}ADCE} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ACE}$  列式整理，进而可判断③正确；根据四边形内角和定理结合已知求出  $\angle EDC + \angle DEC = 60^\circ$ ，证明  $\angle EAO = \angle ODC$ ，可得  $\angle DAC + \angle EDC = 60^\circ$ ，则  $\angle DAC = \angle CED$ ，故④正确。

【详解】解： $\because \triangle ABC$  是等边三角形，

$\therefore AB = AC = BC$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，

$\because \triangle ADE$  是等边三角形，

$\therefore AD = AE$ ， $\angle DAE = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle DAE$ ，即  $\angle BAD + \angle DAC = \angle DAC + \angle CAE$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$ ，

在  $\triangle BAD$  和  $\triangle CAE$  中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$  (SAS)，

$\therefore \angle ABC = \angle ACE = 60^\circ$ ，故①正确；

$D$  在  $BC$  上运动的过程中，当  $AD \perp BC$  时，线段  $AD$  有最小值，故②正确；

设点  $A$  到  $BC$  的距离为  $h$ ，

$\because \triangle ABC$  是等边三角形，

$\therefore$  点  $C$  到  $AB$  的距离为  $h$ ，

$\because \angle ACB = \angle ABC = \angle ACE = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC + \angle BCE = \angle ABC + \angle ACB + \angle ACE = 180^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel CE$ ，

$\therefore$  点  $A$  到  $CE$  的距离为  $h$ ，

$\because \triangle BAD \cong \triangle CAE$ ，

$\therefore BD = CE$ ，

$\therefore S_{\text{四边形}ADCE} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ACE}$

$$= \frac{1}{2} CD \cdot h + \frac{1}{2} CE \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} CD \cdot h + \frac{1}{2} BD \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} (CD + BD) \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} BC \cdot h，$$

$\because BC$  和  $h$  都是定值，

$\therefore$  四边形  $ADCE$  的面积是定值，故③正确；

$\because \angle DAE + \angle DCE = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC + \angle AEC = \angle ADE + \angle EDC + \angle AED + \angle DEC = 60^\circ + \angle EDC + 60^\circ + \angle DEC = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle EDC + \angle DEC = 60^\circ$ ，

设  $AC$  与  $DE$  交于点  $O$ ，

$\because \angle AOE = \angle DOC$ ， $\angle AEO = \angle DCO = 60^\circ$ ，

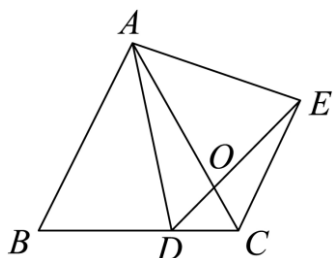
$\therefore \angle EAO = \angle ODC$ ，

又  $\because \angle DAE = \angle DAC + \angle CAE = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle DAC + \angle EDC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle DEC$ ，故④正确，

故答案为：①②③④。



【点睛】本题考查了等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，垂线段最短，平行线的判定和性质，三角形内角和定理，四边形的内角和等知识，灵活运用各性质进行推理计算是解题的关键.

### 三、解答题（17题6分，18题7分，19题4分，20题11分，21题5分，22题5分，23题7分，24题7分，共52分）

17. 【答案】(1) 作图见解析，作法：找到线段  $BC$  四等分点  $E$ ，连接  $AE$ ；

(2) ①作图见解析；②=；③见解析，延长  $BD$ ， $CE$  交于点  $O$ ，连接  $OA$  并延长，交  $BC$  于点  $F$ ，则  $AF$  为  $BC$  边上的高.

【解析】

【分析】(1) 若将  $\triangle$  的面积分成 1:3 的两部分，找到  $BC$  的四等分点，利用三角形面积计算公式即可解答；

(2) ①根据高线的作法作图即可；

②根据三角形内角和定理可得答案；

③根据三角形的三条高线交于一点，先作出交点，进而可得高线  $AF$  .

【小问1详解】

解：如图所示，

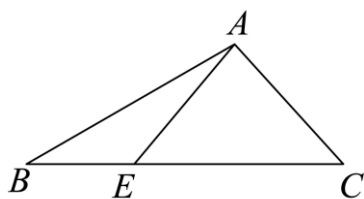


图1

找到线段  $BC$  的四等分点  $E$ ，连接  $AE$ ，则  $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$ ， $S_{\triangle ACE} = \frac{3}{4} S_{\triangle ABC}$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABE} : S_{\triangle ACE} = 1:3.$$

【小问2详解】

解：①作图如下：

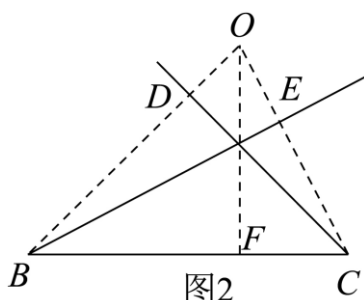


图2

如图， $BD$ ， $CE$ 分别为 $\triangle$  边 $AC$ 和边 $AB$ 上的高，

作法：过点 $B$ 作 $CA$ 的垂线交 $CA$ 的延长线于点 $D$ ，过点 $C$ 作 $BA$ 的垂线交 $BA$ 的延长线于点 $E$ ，垂足分别为点 $D$ 和点 $E$ ，线段 $BD$ ， $CE$ 即为所求；

② $\because \angle BDA = \angle CEA = 90^\circ, \angle BAD = \angle CAE,$

$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$

故答案为：=；

③如图，延长 $BD$ ， $CE$ 交于点 $O$ ，连接 $OA$ 并延长，交 $BC$ 于点 $F$ ，则 $AF$ 为 $BC$ 边上的高。

理由： $\because$ 点 $O$ 为 $\triangle$  边 $AC$ 和边 $AB$ 上的高线的交点，

$\therefore$ 高线 $AF$ 过点 $O$ ，

$\therefore$ 连接 $OA$ 并延长，交 $BC$ 于点 $F$ ， $AF$ 为 $BC$ 边上的高。

【点睛】本题考查了三角形的面积，三角形高线的作法和性质，三角形内角和定理等知识，掌握三角形三条高线交于一点（即垂心）是解题的关键。

18. 【答案】(1)  $6x^3 - 4x^2$

(2)  $2a^2 - a - 6$

【解析】

【分析】(1) 根据多项式除以单项式的法则进行计算；

(2) 根据单项式乘以多项式及多项式乘以多项式的法则展开，再合并同类项。

【小问1详解】

解：原式 $= 6x^3 - 4x^2$ ；

【小问2详解】

解：原式 $= a^2 - 2a + a^2 + 3a - 2a - 6$

$= 2a^2 - a - 6.$

【点睛】本题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键。

19. 【答案】见解析

【解析】

【分析】首先根据 $BE = CF$ 可得 $BC = EF$ ，再由 $AC \parallel DF$ 可得 $\angle ACB = \angle F$ ，然后利用定理证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 即可。

【详解】证明： $\because BE = CF,$

$\therefore BE + EC = CF + EC,$

即 $BC = EF,$

$\because AC \parallel DF,$

$\therefore \angle ACB = \angle F,$

在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DFE$ 中，



$$\begin{cases} BC = EF \\ \angle ACB = \angle F, \\ AC = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SAS).

**【点睛】**此题主要考查了全等三角形的判定和平行线的性质，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL. 注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

20. **【答案】** (1)  $4(a+2)(a-2)$

(2)  $(x-1)^2$

(3)  $2(a-b)(x-y)$

**【解析】**

**【分析】**(1) 先提取公因式，然后根据平方差公式因式分解即可；

(2) 先将原式展开合并同类项，然后根据完全平方公式进行因式分解即可；

(3) 将原式整理，提取公因式即可.

**【小问 1 详解】**

$$\begin{aligned} \text{解: } & 4a^2 - 16 \\ & = 4(a^2 - 2^2) \\ & = 4(a+2)(a-2); \end{aligned}$$

**【小问 2 详解】**

$$\begin{aligned} & (x+1)(x-3)+4 \\ & = x^2 - 2x - 3 + 4 \\ & = x^2 - 2x + 1, \\ & = (x-1)^2; \end{aligned}$$

**【小问 3 详解】**

$$\begin{aligned} & (a-b)(3x-y)+(b-a)(x+y) \\ & = (a-b)(3x-y)-(a-b)(x+y) \\ & = (a-b)(3x-y-x-y) \\ & = (a-b)(2x-2y) \\ & = 2(a-b)(x-y). \end{aligned}$$

**【点睛】**本题考查了因式分解，熟练掌握乘法公式以及提公因式是解本题的关键.

21. **【答案】**  $3x^2 + 12x + 10$ , 25

**【解析】**

**【分析】**先根据平方差公式和完全平方公式对原式进行化简，再合并同类项，最后将化简的结果变形之后整

体代入计算即可.

【详解】解：原式 $=4x^2+12x+9-x^2+1$

$$=3x^2+12x+10$$

$$\because x^2+4x-5=0,$$

$$\therefore x^2+4x=5,$$

$$\therefore 3x^2+12x+10=3(x^2+4x)+10=3\times 5+10=25.$$

【点睛】本题考查了整式的化简求值，注意整体代入思想的应用.

22. 【答案】(1) 见解析;

(2) 见解析.

【解析】

【分析】(1) 如图，延长  $AD$  交  $BC$  于  $F$ ，根据三角形外角的性质可得  $\angle AFB = \angle 1 + \angle C$ ，结合已知可得  $\angle AFB = \angle 2$ ，然后根据等腰三角形的判定和性质得出结论；

(2) 根据角平分线的定义结合已知求出  $\angle ABE = \angle 1$ ，然后根据  $\angle ABE + \angle 2 = 90^\circ$  可得结论.

【小问 1 详解】

证明：如图，延长  $AD$  交  $BC$  于  $F$ ，

$$\therefore \angle AFB = \angle 1 + \angle C,$$

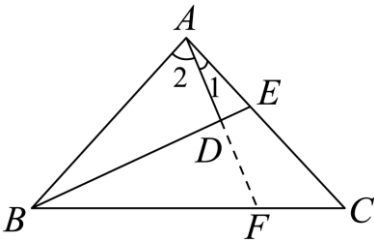
$$\because \angle 2 = \angle 1 + \angle C,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle 2,$$

$$\therefore BA = BF,$$

又  $\because BE$  平分  $\angle ABC$ ，

$$\therefore BD \perp AF, \text{ 即 } AD \perp BE;$$



【小问 2 详解】

证明： $\because BE$  平分  $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABC = 2\angle ABE,$$

$$\because \angle ABC = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle 1,$$

由 (1) 可知  $AD \perp BE$ ，

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABE + \angle 2 = 90^\circ,$$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，即  $\angle BAC = 90^\circ$ 。

【点睛】本题考查了三角形外角的性质，等腰三角形的判定和性质，角平分线的定义以及三角形内角和定理等知识，作出合适的辅助线，构造等腰三角形是解题的关键。

23. 【答案】(1)  $a(a+1) \times 100 + 25$

(2) ①相同，10；② $10-n$ ， $(10m+n)(10m+10-n) = 100m(m+1) + n(10-n)$ ；③4221；④见解析

【解析】

【分析】(1) 根据题目式子得出其规律即可；

(2) ①根据题意可知两位数的十位上的数字相同，个位上的数字的和等于10；

②若设一个两位数的十位上的数字为  $m$ ，个位上的数字为  $n$ ，则另一个两位数的个位上的数字为  $10-n$ ，将两数的积拆成一个四位数和一个两位数的和，然后找出其规律即可；

③直接运用②中得出的规律计算即可；

④运用整式的混合运算法则进行计算，然后分别提取公因式即可。

【小问1详解】

解：根据题意得： $(10a+5)^2 = a(a+1) \times 100 + 25$ ，

故答案为： $a(a+1) \times 100 + 25$ ；

【小问2详解】

①由题意可得：两位数的十位上的数字相同，个位上的数字的和等于10，

故答案为：相同，10；

②由①得：若设一个两位数的十位上的数字为  $m$ ，个位上的数字为  $n$ ，

则另一个两位数的个位上的数字为  $10-n$ ，

$\therefore 53 \times 57 = 3021 = 3000 + 21 = 500 \times 6 + 3 \times 7 = 5 \times 100 \times (5+1) + 3 \times (10-3)$ ，

$38 \times 32 = 1216 = 1200 + 16 = 300 \times 4 + 8 \times 2 = 3 \times 100 \times (3+1) + 8 \times (10-8)$ ，

$\therefore$  以上两位数相乘的规律是  $(10m+n)(10m+10-n) = 100m(m+1) + n(10-n)$ ，

故答案为： $10-n$ ， $(10m+n)(10m+10-n) = 100m(m+1) + n(10-n)$ ；

③ $63 \times 67 = 6 \times 100 \times (6+1) + 3 \times (10-3) = 4221$ ，

故答案为：4221；

④ $(10m+n)(10m+10-n)$

$= 100m^2 + 100m - 10mn + 10mn + 10n - n^2$

$= 100m^2 + 100m + 10n - n^2$

$= 100m(m+1) + n(10-n)$

【点睛】本题考查了规律型中的数字变化类，整式的混合运算，读懂题意，根据题目所给式子得出其规律是解本题的关键。

24. 【答案】(1) 见解析；

(2) 图形见解析， $\angle B = 2\angle EPC - 270^\circ$  或  $\angle B = 90^\circ - 2\angle EPC$ 。

**【解析】**

**【分析】**(1) 根据线段垂直平分线的判定和性质可得  $PA = PD$ ，则  $\angle PAD = \angle PDA$ ，然后根据角的和差以及三角形外角的性质即可证得结论；

(2) 分情况讨论：①当点  $P$  在线段  $DC$  上时，②当点  $P$  在  $BC$  的延长线上时，分别根据直角三角形两锐角互余和角平分线的定义求解即可。

**【小问 1 详解】**

证明：∵  $AD$  是  $\text{Rt}\triangle ABC$  的平分线，

$$\therefore \angle BAD = \angle DAC,$$

$$\because E \text{ 是 } AD \text{ 的中点, } PE \perp AD,$$

$$\therefore PE \text{ 垂直平分 } AD,$$

$$\therefore PA = PD,$$

$$\therefore \angle PAD = \angle PDA,$$

$$\because \angle PAD = \angle DAC + \angle CAP, \quad \angle PDA = \angle B + \angle BAD,$$

$$\therefore \angle B = \angle CAP;$$

**【小问 2 详解】**

解：①当点  $P$  在线段  $DC$  上时，如图 1，

$$\because \quad \quad \quad , \quad PE \perp AD,$$

$$\therefore \angle ADC + \angle DAC = 90^\circ, \quad \angle ADC + \angle EPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EPD,$$

$$\because AD \text{ 是 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 的平分线,}$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle DAC = 2\angle EPD,$$

$$\text{又} \because \angle B + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + 2\angle EPD = 90^\circ,$$

$$\because \angle EPD = 180^\circ - \angle EPC,$$

$$\therefore \angle B + 2(180^\circ - \angle EPC) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 2\angle EPC - 270^\circ;$$

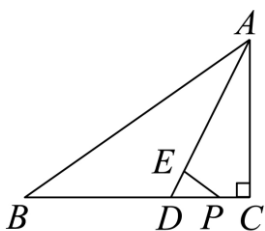


图1

②当点  $P$  在  $BC$  的延长线上时，如图 2，

$$\because \quad \quad \quad , \quad PE \perp AD,$$

$$\therefore \angle ADC + \angle DAC = 90^\circ, \quad \angle ADC + \angle EPC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EPC,$$

$\because AD$  是  $\text{Rt}\triangle ABC$  的平分线,

$$\therefore \angle BAC = 2\angle DAC = 2\angle EPC,$$

$$\text{又} \because \angle B + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + 2\angle EPC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - 2\angle EPC.$$

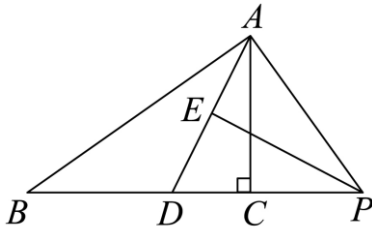


图2

**【点睛】** 本题考查了线段垂直平分线的判定和性质，角平分线定义，等腰三角形的性质，三角形外角的性质，直角三角形两锐角互余等知识，熟知线段垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等是解题的关键。

### 附加卷

25. **【答案】** (1)  $\angle A' + \angle B' = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle 1 + \frac{1}{2}\angle 2$

(2)  $\angle A' + \angle B' = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle 1 - \frac{1}{2}\angle 2$

**【解析】**

**【分析】** (1) 根据折叠的性质求出  $\angle A'DE$  和  $\angle B'ED$ ，然后根据四边形内角和是  $360^\circ$  列式计算；

(2) 根据折叠的性质求出  $\angle A'DE$  和  $\angle B'ED$ ，然后根据四边形内角和是  $360^\circ$  列式计算。

**【小问 1 详解】**

解：由折叠得： $\angle ADE = \angle A'DE$ ， $\angle BED = \angle B'ED$ ，

$$\therefore \angle A'DE = \frac{180^\circ - \angle 1}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 1, \quad \angle B'ED = \frac{180^\circ - \angle 2}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 2,$$

$$\because \angle A' + \angle B' + \angle A'DE + \angle B'ED = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle A' + \angle B' + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 1 + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 2 = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle A' + \angle B' = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle 1 + \frac{1}{2}\angle 2;$$

**【小问 2 详解】**

由折叠得： $\angle ADE = \angle A'DE$ ， $\angle BED = \angle B'ED$ ，

$$\therefore \angle A'DE = \frac{180^\circ - \angle 1}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 1, \quad \angle CED = \angle B'ED - \angle 2,$$

$$\because \angle CED = 180^\circ - \angle BED = 180^\circ - \angle B'ED,$$

$$\therefore \angle B'ED - \angle 2 = 180^\circ - \angle B'ED,$$

$$\therefore \angle B'ED = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle 2,$$

$$\because \angle A' + \angle B' + \angle A'DE + \angle B'ED = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle A' + \angle B' + 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 1 + 90^\circ + \frac{1}{2}\angle 2 = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle A' + \angle B' = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle 1 - \frac{1}{2}\angle 2.$$

$$\text{故答案为: } \angle A' + \angle B' = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle 1 + \frac{1}{2}\angle 2; \quad \angle A' + \angle B' = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle 1 - \frac{1}{2}\angle 2.$$

【点睛】本题考查了折叠的性质，四边形的内角和，根据折叠的性质求出  $\angle A'DE$  和  $\angle B'ED$  是解题的关键.

26. 【答案】 ①.  $3x^2 - 2x + 1$ ; ②. 2.

【解析】

【分析】根据题中“综合除法”的运算方法进行计算即可.

【详解】解：由题意得：

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -5 & 3 & 13 & -9 & 7 \\
 & & -15 & 10 & -5 \\
 \hline
 & 3 & -2 & 1 & 2
 \end{array}$$

$$\therefore \text{商式为 } 3x^2 - 2x + 1, \text{ 余式为 } 2,$$

$$\text{故答案为: } \textcircled{1} 3x^2 - 2x + 1, \textcircled{2} 2.$$

【点睛】本题考查了整式的除法运算，正确理解“综合除法”的运算方法是解题的关键.