2023－2024学年第一学期昌平区融合学区（第三组）
初三年级期中质量抽测
数学试卷

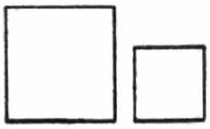
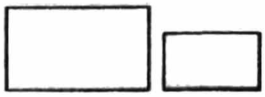
2023.10

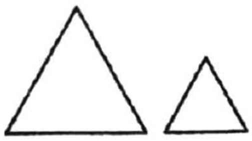
本试卷共6页，三道大题，28个小题，满分100分，考试时间120分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

下列各题均有4个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．下列形状分别为两个正方形、矩形、正三角形、圆的边框，其中不一定是相似图形的是

A. 　　B. 

C. 　　D. 

2．下列长度的各组线段中，是成比例线段的是

A．1cm，2cm，3cm，4cm　　B．1cm，2cm，3cm，6cm

C．2cm，4cm，8cm，8cm　　D．3cm，4cm，5cm，10cm

3．若函数 $y=(m-3)x^{|m|-1}+5$ 是关于 x 的二次函数，则 m 的值为

A．-3　　B．3　　C．3或-3　　D．2

4．若二次函数 $y=(x-3)^2+2$ 的图象过 $A(-1,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(3.5,y_3)$，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是

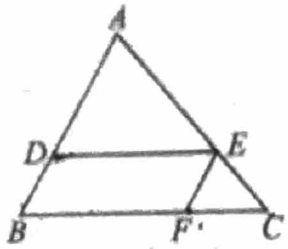
A．$y_2>y_1>y_3$　　B．$y_3>y_2>y_1$　　C．$y_3>y_1>y_2$　　D．$y_1>y_2>y_3$

5．如图，在△ABC中，点D，E，F分别在边AB，AC，BC上，且$DE\parallel BC$，$EF\parallel AB$，若AD=2BD，则$\dfrac{CF}{BF}$的值为

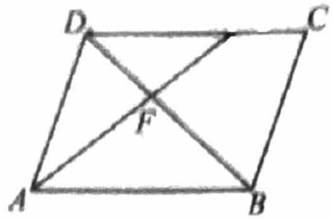
A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{2}{3}$

6．如图，在平行四边形$ABCD$中，E是DC上的点，$DE:EC=3:2$，连接AE交BD于点F，则△DEF与△BAF的面积之比为

A．2:5　　B．3:5　　C．9:25　　D．4:25



第 5 题



第 6 题

第 7 题

7．大约在两千四五百年前，墨子和他的学生做了世界上第 1 个小孔成倒像的实验．并在《墨经》中有这样的精彩记录："景到，在午有端，与景长，说在端"．如图所示的小孔成像实验中，若物距为10cm，像距为15cm，蜡烛火焰倒立的像的高度是8cm，则蜡烛火焰的高度是

A．$\frac{9}{2}$　　B．6　　C．$\frac{16}{3}$　　D．8

8．二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a、b、c 为常数，$a\neq 0$）的 x 与 y 的部分对应值如下表：

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	2	1	2	5	10	…

下列各选项中，正确的是

A．这个函数的图象开口向下　　B　$abc>0$

C．这个函数的最大值为 10　　D．关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 无解

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．将抛物线 $y=3x^2$ 向左平移 2 个单位长度，再向下平移 5 个单位长度后得到的抛物线的表达式为__________．

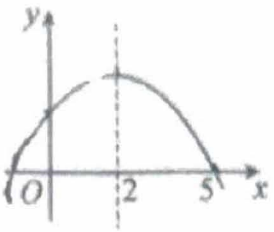
第 10 题

10．五线谱是一种记谱法，通过在五根等距离的平行横线上标以不同时值的音符及其他记号来记载音乐．如图，A，B，C 为直线 l 与五线谱的横线相交的三个点，则 $AB:BC$=__________．

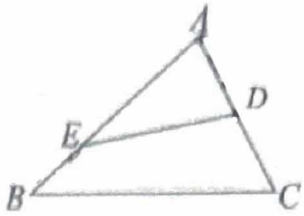
11．写出一个二次函数，其图象满足：(1) 开口向下；(2) 与 y 轴交于点（0，3），这个二次函数的表达式可以是__________．

12．已知点 C 是线段 AB 的黄金分割点 $(AC>BC)$，若线段 AB 的长 10cm，则线段 AC 的长为__________．（结果保留根号）

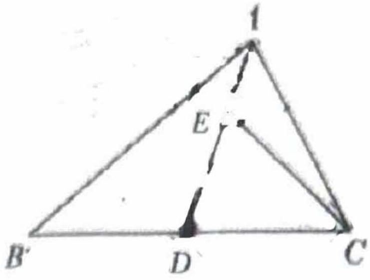
13．如图所示是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象，根据图象可知，关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解是__________．



第 13 题



第 14 题

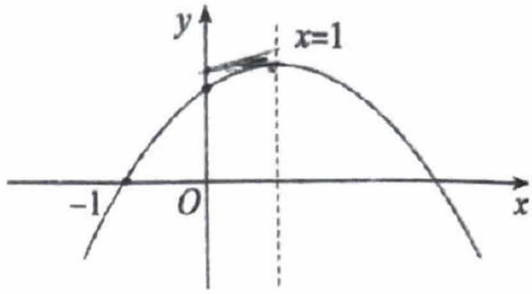


第 15 题

14. 如图，在△ABC中，$AB=6$，$CA=4$，点D为AC中点，点E在AB上，当$AE=$______时，△ABC与以点A、D、E为顶点的三角形相似.

15. 如图AD是△ABC的中线，E是AD上一点，且$AE=\frac{1}{3}AD$，CE的延长线交AB于点F，若$AF=1.2$，则$AB=$____________.

16. 已知二次函数$y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$的图象如图所示. 则有以下结论：①$abc<0$；②$b^2<4ac$；③$b=-2a$；④$a-b+c>0$；⑤对于任意实数$m$，总有$am^2+bm\leq a+b$. 其中正确的结论是____________.（填序号）



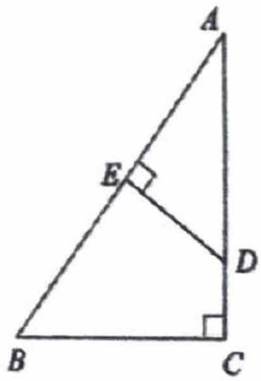
第 16 题

三、解答题（本题共 68 分，第 17－22 题，每小题 5 分，第 23－26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17. 如图，在△ABC中，∠C=90°，，点D在AC上，$DE\perp AB$于点E，

（1）求证：△ADE∽△ABC；

（2）AC=4，AB=5 且AD=3，求AE的长.



18. 线段a、b、c，且$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$

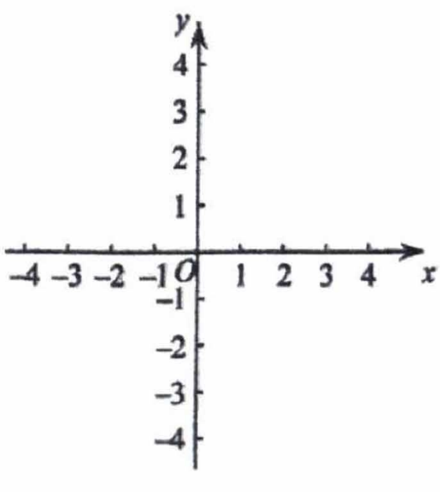
（1）求$\frac{a+b}{b}$的值；

（2）如线段a、b、c满足$a+b+c=27$，求$a+b-c$的值.

19. 已知二次函数$y=x^2-2x-3$.

（1）求该二次函数图象的对称轴及顶点坐标，并画出函数图象；

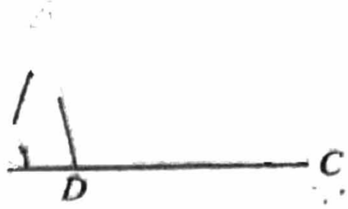
（2）结合函数图象，直接写出$y<0$时x的取值范围.



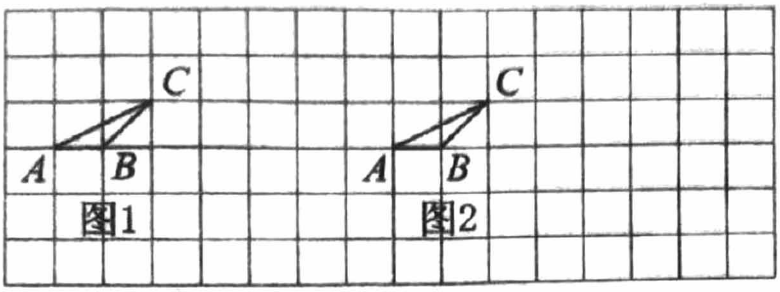
20．如图，在$\triangle ABC$中，D为BC上一点，$\angle BAD=\angle C$．

（1）求证：$\triangle ABD\backsim\triangle CBA$；

（2）若$AB=6$，$BD=3$，求CD的长．



21．网格中每个小正方形的边长都是1．



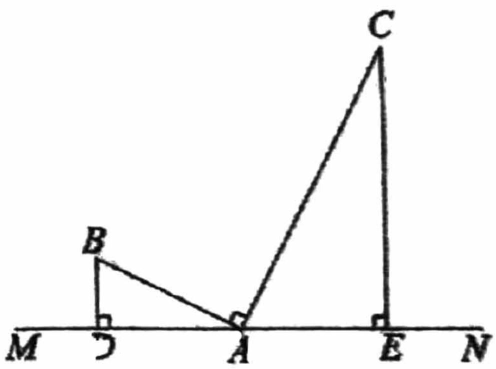
（1）在图1中画一个格点$\triangle A_1B_1C_1$，使$\triangle A_1B_1C_1\backsim\triangle ABC$，且相似比为2：1；

（2）在图2中画一个格点$\triangle A_2B_2C_2$，使$\triangle A_2B_2C_2\backsim\triangle ABC$，且相似比为$\sqrt{2}:1$．

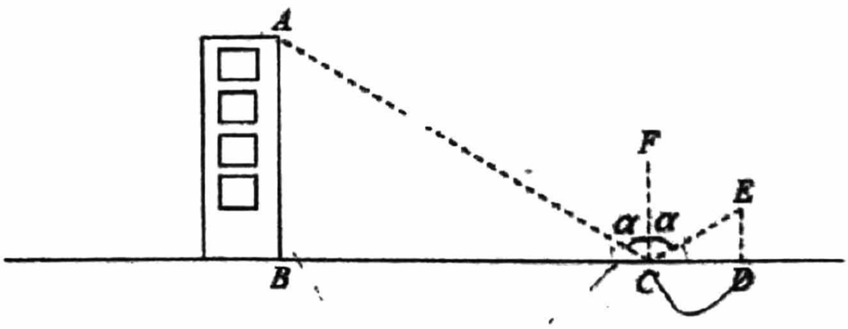
22. 如图，A是直线MN上一点，$\angle BAC=90°$，过点B作$BD\perp MN$于点D，过点C作$CE\perp MN$于点E.

(1) 求证：$\triangle ADB\backsim\triangle CEA$；

(2) 若$AB=\sqrt{5}$，$AD=AE=2$，求CE的长.



23. 为了测量水平地面上一栋建筑物AB的高度，学校数学兴趣小组做了如下的探索：根据光的反射定律，利用一面镜子和一根皮尺，设计如图所示的测量方案：先在水平地面上放置一面平面镜，并在镜面上做标记点C，后退至点D处恰好看到建筑物AB的顶端A在镜子中的像与镜面上的标记点C重合，法线是FC，小军的眼睛与地面距离DE是$1.65m$，BC、CD的长分别为$60m$、$3m$，求建筑物AB的高度.



24. 抛物线 $y=-x^2+(m-1)x+m$.

(1) 求证：无论 m 为何值，这条抛物线都与 x 轴至少有一个交点；

(2) 求它与 x 轴交点坐标 A，B 和与 y 轴的交点 C 的坐标；(用含 m 的代数式表示点坐标)

(3) $S_{\triangle ABC}=3$，求抛物线的表达式.

25. 材料 1：昌平南环大桥是经典的悬索桥，当今大跨度桥梁大多采用此种结构. 此种桥梁各结构的名称如图 1 所示，其建造原理是在两边高大的桥塔之间，悬挂着主索，再以相应的间隔，从主索上设置竖直的吊索，与桥面垂直，并连接桥面，承接桥面的重量，主索的几何形态近似符合地物线.

材料 2：如图 2，某一同类型悬索桥，两桥塔 $AD=BC=10m$，间距 $AB=32m$，桥面 AB 水平，主索最低点为点 P，点 P 距离桥面为 $2m$.

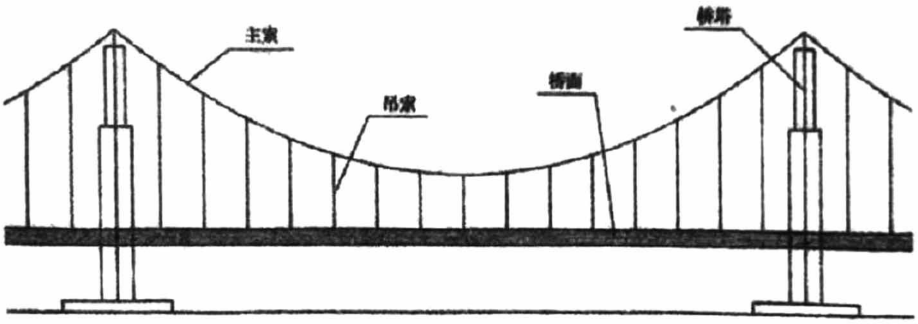


图 1

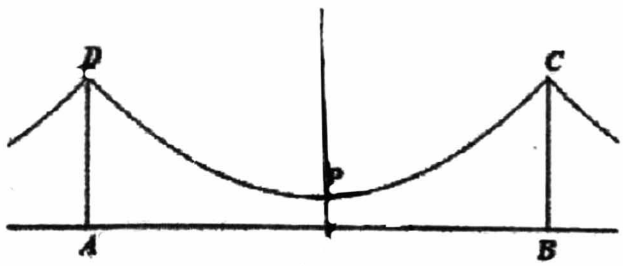


图 2

(1) 建立适当的平面直角坐标系，并求出主索抛物线的表达式;

(2) 若距离点 P 水平距离为 $8m$ 处有两条吊索需要更换，求这两条吊索的总长度.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=x^2-2ax+a^2-1$，P $(x_1，m)$，Q $(x_2，m)$ $(x_1<x_2)$ 是此抛物线上的两点.

(1) 若 $a=1$，

①求抛物线顶点坐标；

②若 $2x_2-x_1=7$，求 m 的值；

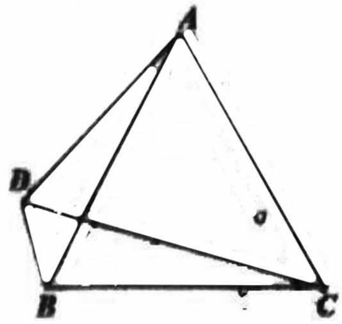
(2) 若存在实数 b，使得 $x_1\le b-3$，且 $x_2\ge b+7$ 成立，则 m 的取值范围是____________.

27. 如图，在等边△ABC中，作$\angle ACD=\angle ABD=45°$，边$CD$、$BD$交于点$D$，连接$AD$.

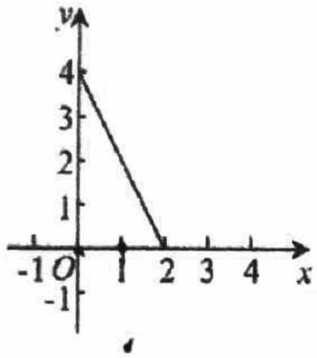
(1) 请直接写出$\angle CDB$的度数；

(2) 求$\angle ADC$的度数；

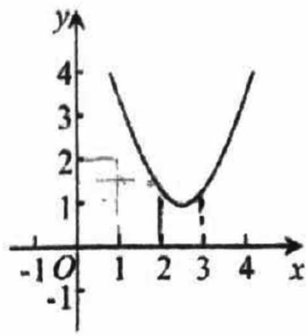
(3) 用等式表示线段AC、BD、CD三者之间的数量关系，并证明.



28. 城市的许多街道是相互垂直或平行的，因此，往往不能沿直线行走到达目的地，只能按直角拐弯的方式行走．可以按照街道的垂直和平行方向建立平面直角坐标系xOy，对两点$A(x_1,y_1)$和$B(x_2,y_2)$，用以下方式定义两点间距离：$d(A,B)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$.



图①



图②

(1) ①已知点$A(-2,1)$，则$d(O,A)=$______.

②函数$y=-2x+4(0\le x\le 2)$的图象如图①所示，B是图象上一点，$d(O,B)=3$，求点B的坐标.

(2) 函数$y=x^2-5x+7(x\ge 0)$的图象如图②所示，D是图象上一点，求$d(O,D)$的最小值及对应的点D的坐标.

2023 - 2024 学年第一学期昌平区融合学区（第三组）
初三年级期中质量抽测
数学试卷参考答案及评分标准

2023.10

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	A	D	B	C	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12
答案	$y=3(x+2)^2-5$	2	$y=-x^2+3$（不唯一）	$(5\sqrt{5}-5)$cm
题号	13	14	15	16
答案	$x_1=-1$，$x_2=5$．	3 或 $\frac{4}{3}$	6	①③⑤

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17.（1）证明：【详解】∵$DE\perp AB$ 于点 E，$\angle C=90°$，

∴$\angle AED=\angle C$. ……………………………………………………………1 分

∵$\angle A=\angle A$，

∴$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$. ……………………………………………………………2 分

（2）∵$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

∴$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$， ……………………………………………………………3 分

$\frac{3}{5}=\frac{AE}{4}$，

解得，$AE=\frac{12}{5}$. ……………………………………………………………5 分

18. 解：（1）∵$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$，

∴$\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$. ……………………………………………………1 分

∴$\frac{a+b}{b}=\frac{a}{b}+1=\frac{5}{3}$. ……………………………………………………2 分

（2）设 $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=k$，则 $a=2k$，$b=3k$，$c=4k$，

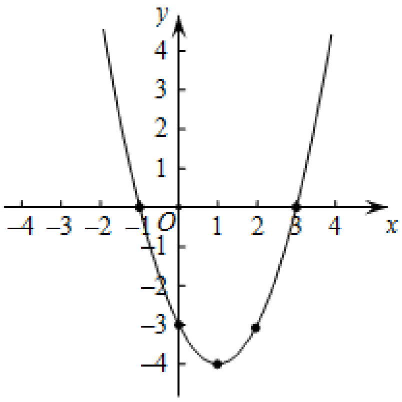
∵ $a+b+c=27$，∴ $2k+3k+4k=27$，解得 $k=3$． ……………………………………3 分

∴ $a=6$， $b=9$， $c=12$， ……………………………………4 分

∴ $a+b-c=6+9-12=3$． ……………………………………………5 分

19. 解：（1）∵ $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

∴顶点为（1，-4），对称轴为 x=1. ……………………………………………2 分



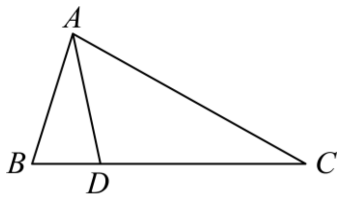
……………………………………………3 分

（2）$-1<x<3$． ……………………………………………5 分

20.（1）证明：∵ $\angle BAD=\angle C$， $\angle B=\angle B$，

∴△ABD∽△CBA. ……………………………………………2 分

（2）解：设 $DC=x$，



∵△ABD∽△CBA，

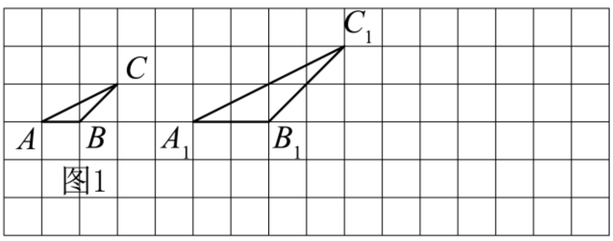
∴ $\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{BC}{AB}$．

∴ $\dfrac{6}{3}=\dfrac{3+x}{6}$ ……………………………………………4 分

解得： $x=9$

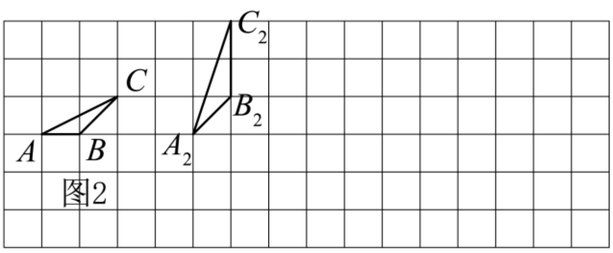
即 $CD=9$． ……………………………………………5 分

21.（1）

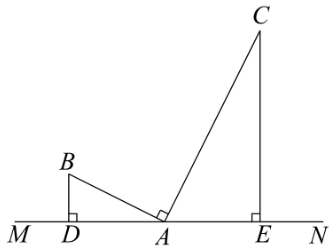


∴△$A_1B_1C_1$ 为所求. ………2 分

（2）



∴△$A_2B_2C_2$ 为所求. …….5 分



22. （1）∵ $\angle BAC = 90°$，

∴ $\angle BAD + \angle CAE = 90^{\circ}$，

∵ $BD \perp MN$， $CE \perp MN$

∴ $\angle BDA = \angle CEA = 90^{\circ}$. ……………………………………………………1 分

∵ $\angle CAE + \angle ACE = 90^{\circ}$，

∴ $\angle BAD = \angle ACE$. ……………………………………………………2 分

∴ $\triangle ADB \backsim \triangle CEA$.

（2）在 Rt$\triangle ABD$ 中， $AD = 2, AB = \sqrt{5}$，

由勾股定理得， $BD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 1$， ……………………………………………………3 分

∵ $\triangle ADB \backsim \triangle CEA$ ，

∴ $\dfrac{AE}{CE} = \dfrac{BD}{AD}$. ……………………………………………………4 分

∴ $\dfrac{2}{CE} = \dfrac{1}{2}$.

∴ $CE = 4$. ……………………………………………………5 分

23. 解：根据题意，易得∠ABC＝∠EDC＝90°，∠ACB＝∠ECD，

则$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$. ……………………………………………………2 分

∴ $\dfrac{AB}{ED} = \dfrac{BC}{DC}$. ……………………………………………………3 分

即 $\dfrac{AB}{1.65} = \dfrac{60}{3}$. ……………………………………………………4 分

解得：AB＝33（米） . ……………………………………………………5 分

答：建筑物 AB 的高度为 33 米. ……………………………………………………6 分

24.（1）∵△=（m－1）^{2}－4×1×m=$(m+1)^2$ ，

∵$(m+1)^2 \geq 0$ ， ………………………………1 分

∴无论 m 为何值这条抛物线都与 x 轴至少有一个交点. ………………………………2 分

（2）∵令 x=0 得：y=m，∴点 C 的坐标为（0，m）.

∵令 y=0 得；－x^2+(m－1)x+m=0，解得：x=－1 或 x=m，

∴A（－1，0），B（m，0）或者 A（m，0），B（－1，0） ……………………4 分

（3）由上题可得|AB|=|m+1|，OC=|m|，

∵$S_{\triangle ABC}$=3，

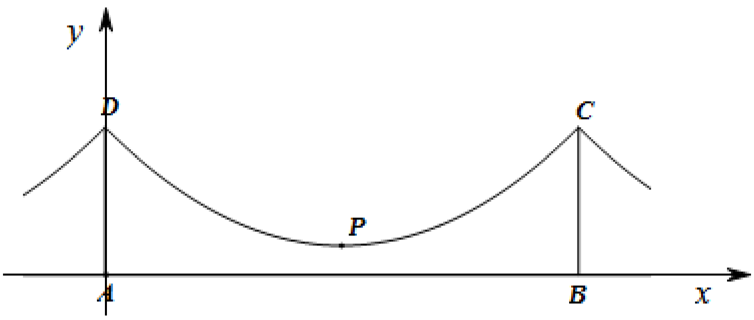
∴|m+1| . |m|=6.

∴| m^2+m|=6. 则 $m^2+m-6=0$，① 或 $m^2+m+6=0$. ②

解方程①得：$m=-3$，$m=2$.　方程②无解，舍.

∴当 $m=-3$ 时，$y=-x^2-4x-3$；当 $m=2$ 时，$y=-x^2+x+2$.　……..…………………….6 分

25. 解：（1）如图，以点 A 为坐标原点，直线 AB 为 x 轴，AD 为 y 轴建立平面直角坐标系.



∴由题意知，$AD=BC=10m$，$AB=32m$，P（16，2），D（0，10）.

则设该抛物线解析式为 $y=a(x-16)^2+2$.　………………………..…………………1 分

将 D（0，10）代入 $y=a(x-16)^2+2$，

得：$10=a(0-16)^2+2$.

解得：$a=\frac{1}{32}$.　…..………………….………………………3 分

∴该抛物线表达式为 $y=\frac{1}{32}(x-16)^2+2=\frac{1}{32}x^2-x+10(0\le x\le 32)$.　…………………..…4 分

（2）∵距离点 P 水平距离为8m 处有两条吊索需要更换，

∴所需更换的点的横坐标为$16-8=8$或$16+8=24$.

将 $x=8$ 代入 $y=\frac{1}{32}x^2-x+10$，得 $y=\frac{1}{32}\times 8^2-8+10=4$.

$x=24$ 代入 $y=\frac{1}{32}x^2-x+10$，得 $y=\frac{1}{32}\times 24^2-24+10=4$.　……………………..5 分

∴4+4=8（m）　……………………….………………………….6 分

答：这两条吊索的总长度为 8 厘米.

26. 解：（1）①∵$a=1$

$\therefore y=x^2-2x=\left(x-1\right)^2-1$.

∴抛物线顶点坐标为（1，-1）.　……..………………………..1 分

② ∵P（x_1，m），Q（x_2，m）是此抛物线上的两点，∴

$\frac{x_1+x_2}{2}=1, x_1+x_2=2,$　……..……………………….2 分

又∵$2x_2-x_1=7$，$\therefore\begin{cases}x_1+x_2=2\\2x_2-x_1=7\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x_1=-1\\x_2=3\end{cases}$， ……………………………………………3 分

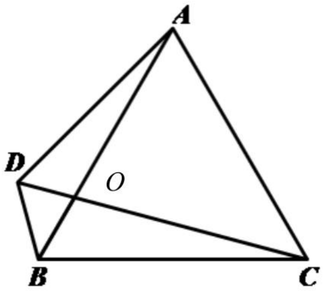
将 $x_1=-1$ 代入原方程，得 $m=3$. ……………………………………………4 分

（2） $m\geq 24$． ……………………………………………6 分

27. （1）$\angle CDB=60°$． ……………………………………………1 分

解：（2）∵$\angle ACD=\angle ABD=45°$，$\angle AOD=\angle BOD$,

∴$\triangle AOC\backsim\triangle DOB$. ……………………2 分



∴$\dfrac{AO}{OD}=\dfrac{OC}{OB}$. ……………………3 分

∵$\angle AOD=\angle BOC$，

∴$\triangle AOD\backsim\triangle COB$.

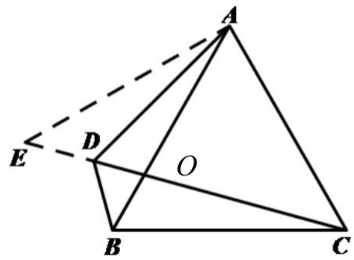
∴

$\angle ADC=\angle ABC=60°$. ……………………………………………………4 分

（3）线段 AC、BD、CD 三者之间的数量关系为 $CD+BD=\sqrt{2}AC$．

证明：如图，延长 CD 到点 E，使 $DE=DB$，连接 AE.

∵$\angle ADC=60°$，



∴$\angle ADE=120°$．

∵$\angle CDB=60°$，

∴$\angle ADB=120°$．

在$\triangle ADE$ 和$\triangle ADB$ 中，

$$\begin{cases}DE=DB,\\\angle ADE=\angle ADB,\\DA=DA,\end{cases}$$

∴$\triangle ADE\cong\triangle ADB$（SAS）． ……………………………………………5 分

∴ $AE=AB$， $\angle E=\angle ABD=45°$．

∵$\angle ACD=45°$，

∴$\angle EAC=90°$， $AE=AC$．

∴ $EC=\sqrt{2}AC$． ……………………………………………6 分

$\therefore CD+BD=\sqrt{2}AC$. ……………………………………………………………7 分

(备注：三者之间的关系还可以是：$\sqrt{3}\left(CD-BD\right)=\sqrt{2}AC$ 等也可以，证明过程酌情给分.)

28.（1）① 3. ……………………………………………………………1 分

解： ②∵点 B 是函数 $y=-2x+4\left(0\le x\le 2\right)$ 的图象点，

$\therefore x_B\ge 0$， $y_B\ge 0$， $y_B=-2x_B+4$. ……………………………………………………………2 分

$\because d\left(O,B\right)=3$，

$\therefore \left|0-x_B\right|+\left|0-y_B\right|=3$.

$\therefore x_B+y_B=3$. ……………………………………………………………3 分

$\because y_B=-2x_B+4$，

$\therefore \begin{cases} y_B=-2x_B+4 \\ x_B+y_B=3 \end{cases}$， 解得：$\begin{cases} x_B=1 \\ y_B=2 \end{cases}$，

$\therefore B$ 点坐标为（1，2）. ……………………………………………………………4 分

（3）函数 $y=x^2-5x+7$ 化为顶点式为： $y=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$，

$\therefore y=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\ge\frac{3}{4}$.

$\because x\ge 0$， 点 D 是图象上一点，

$\therefore y_D\ge\frac{3}{4}$， $x_D\ge 0$， $y_D=x_D^2-5x_D+7$.

$\therefore d\left(O,D\right)=\left|0-x_D\right|+\left|0-y_D\right|=x_D+y_D$.

$\therefore d\left(O,D\right)=x_D+x_D^2-5x_D+7=x_D^2-4x_D+7$.

$\therefore d\left(O,D\right)=\left(x_D-2\right)^2+3$. ……………………………………………………………5 分

$\therefore$当 $x_D=2$ 时， $d\left(O,D\right)$ 有最小值，最小值为 $d\left(O,D\right)=3$. ……………………………6 分

$\therefore y_D=x_D^2-5x_D+7=2^2-5\times 2+7=1$，

$\therefore D$（2，1）. ……………………………………………………………7 分

即最小值为 3，D 点坐标为（2，1）.