

数 学

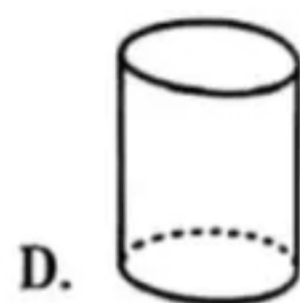
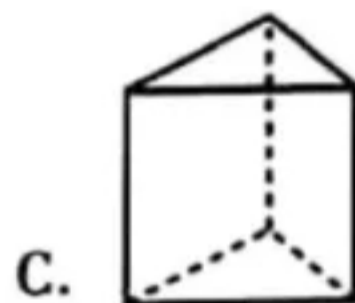
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列几何体中，三视图的三个视图完全相同的几何体是



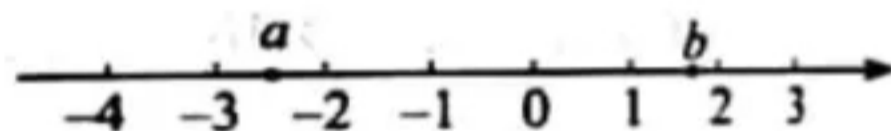
2. 实数
- a, b
- 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是

A. $a + b > 0$

B. $a - b > 0$

C. $ab > 0$

D. $|a| > |b|$



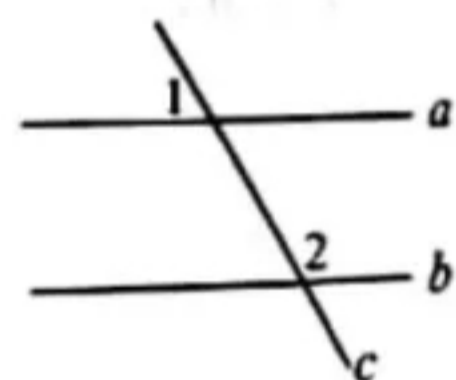
3. 如图，直线
- $a \parallel b$
- ，
- $\angle 1 = 60^\circ$
- ，则
- $\angle 2$
- 的度数是

A. 60°

B. 100°

C. 120°

D. 150°



4. 2018 年 10 月 24 日开通的港珠澳大桥既是世界上最长的跨海大桥，又是世界上最长的钢结构桥梁，仅主体工程的主梁钢板用量就达 420000 吨，相当于 10 座“鸟巢”体育场或 60 座埃菲尔铁塔的重量。那么埃菲尔铁塔的钢材用量用科学记数法表示约为

A. 7×10^4 吨

B. 7×10^3 吨

C. 70×10^3 吨

D. 0.7×10^4 吨

5. 若一个正多边形的一个内角是
- 108°
- ，则这个正多边形的边数为

A. 8

B. 7

C. 6

D. 5

6. 若
- $a = \sqrt{5} + 2$
- ，
- $b = \sqrt{5} - 2$
- ，则代数式
- $(\frac{1}{a+b} + \frac{b}{a^2 - b^2}) \div \frac{a}{a+b}$
- 的值为

A. 4

B. $\frac{1}{4}$

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

7. 小冬和小松正在玩“掷骰子，走方格”的游戏。游戏规则如下：(1) 掷一枚质地均匀的正方体骰子（骰子六个面的数字分别是1至6），落地后骰子向上一面的数字是几，就先向前走几格，然后暂停。(2) 再看暂停的格子上相应的文字要求，按要求去做后，若还有新的文字要求，则继续按新要求去做，直至无新要求为止，此次走方格结束。下图是该游戏的部分方格：

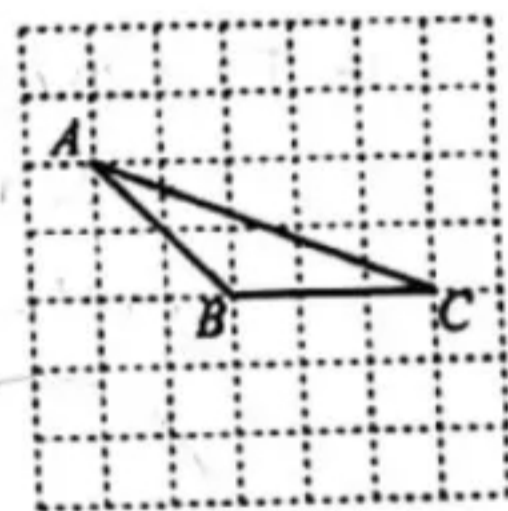
	1	2	3	4	5	6
大本营	对自己说“加油！”	后退一格	前进三格	原地不动	对你的小伙伴说“你好！”	背一首古诗

例如：小冬现在的位置在大本营，掷骰子，骰子向上一面的数字是2，则小冬先向前走两格到达方格2，然后执行方格2的文字要求“后退一格”，则退回到方格1，再执行方格1的文字要求：对自己说“加油！”。小冬此次“掷骰子，走方格”结束，最终停在了方格1。如果小松现在的位置也在大本营，那么他掷一次骰子最终停在方格6的概率是_____。

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
8. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(1, 2)$ ， $(5, 3)$ ，则下列说法正确的是
- ① 抛物线与 y 轴有交点
 ② 若抛物线经过点 $(2, 2)$ ，则抛物线的开口向上
 ③ 抛物线的对称轴不可能是 $x = 3$
 ④ 若抛物线的对称轴是 $x = 4$ ，则抛物线与 x 轴有交点
- A. ①②③④ B. ①②③ C. ①③④ D. ②④

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

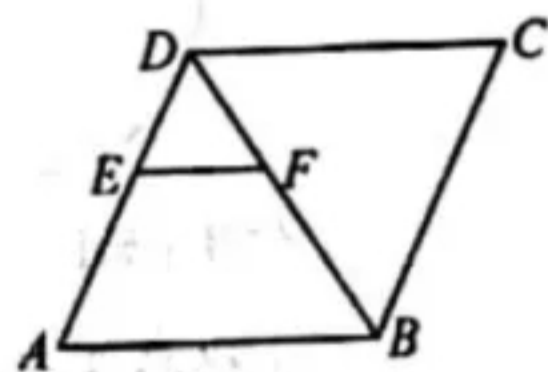
9. 如图所示的网格是正方形网格，则 $\angle ABC$ 的大小为_____°。



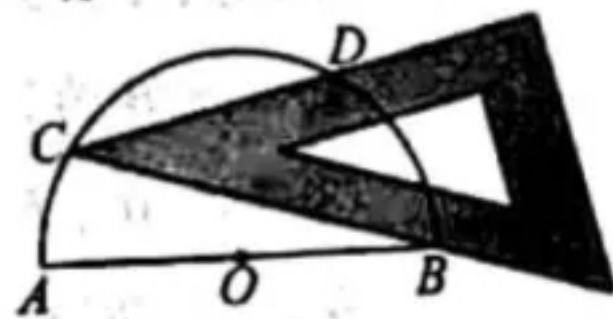
10. 函数 $y = 2 - \sqrt{x-1}$ 中自变量 x 的取值范围是_____。

11. 分式方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{3}{2x}$ 的解是_____。

12. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在 AD, BD 上， $EF \parallel AB$ ， $DE : EA = 2 : 3$ ，若 $EF = 4$ ，则 BC 的长为_____。



13. 将一块含 30° 角的三角板如图放置，三角板的一个顶点 C 落在以 AB 为直径的半圆上，斜边恰好经过点 B ，一条直角边与半圆交于点 D ，若 $AB = 2$ ，则 \widehat{BD} 的长为_____（结果保留 π ）。



14. 用一个 m 的值说明命题“代数式 $2m^2 - 3$ 的值一定大于代数式 $m^2 + 1$ 的值.”是错误的, 这个 m 的值可以是_____.

15. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x + 3$, 当自变量 x 满足 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 函数 y 的最大值是_____.

16. 鸡兔同笼问题是我国古代著名的数学趣题, 出自《孙子算经》. 原文为: 今有雉兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足, 问雉兔各几何? 小雪自己解决完此题后, 又饶有兴趣地为同学编制了四道题目:

①今有雉兔同笼, 上有三十头, 下有五十二足, 问雉兔各几何?

②今有雉兔同笼, 上有三十头, 下有八十一足, 问雉兔各几何?

③今有雉兔同笼, 上有三十四头, 下有九十足, 问雉兔各几何?

④今有雉兔同笼, 上有三十四头, 下有九十二足, 问雉兔各几何?

根据小雪编制的四道题目的数据, 可以求得鸡兔只数的题目是_____ (填题目的序号).

三、解答题(本题共 68 分, 第 17~22 题, 每小题 5 分, 第 23~26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

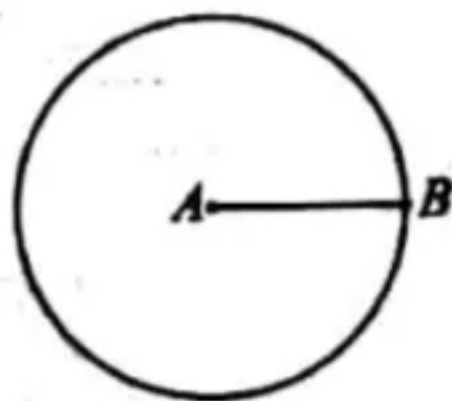
17. 计算: $\sqrt{27} - (3 - \pi)^0 + 2\cos 30^\circ + |-1|$.

18. 解不等式组
$$\begin{cases} -3x + 5 \geq 2, \\ \frac{1}{2}(x + 1) < \frac{1}{3}x + 1. \end{cases}$$

19. 下面是小方设计的“作等边三角形”的尺规作图过程.

已知: 线段 AB .

求作: 等边 $\triangle ABC$.



作法: 如图,

①以点 A 为圆心, 以 AB 的长为半径作 $\odot A$;

②以点 B 为圆心, 以 AB 的长为半径作 $\odot B$, 交 $\odot A$ 于 C, D 两点;

③连接 AC, BC .

所以 $\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.



根据小方设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形(保留作图痕迹)；

(2) 完成下面的证明.

证明： \because 点 B, C 在 $\odot A$ 上，

$\therefore AB = AC$ () (填推理的依据).

同理： \because 点 A, C 在 $\odot B$ 上，

$\therefore AB = BC$.

\therefore _____ = _____ = _____.

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形. () (填推理的依据).



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2 - m)x + (m - 3) = 0$.

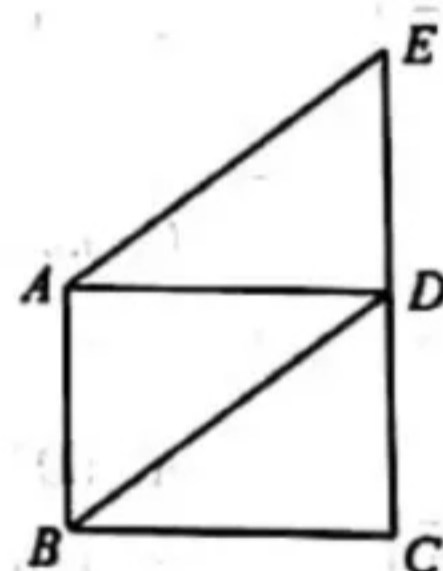
(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 请你给 m 赋一个值，并求此时方程的根.

21. 如图，矩形 $ABCD$ ，延长 CD 到点 E ，使得 $DE = CD$ ，连接 AE, BD .

(1) 求证：四边形 $ABDE$ 是平行四边形；

(2) 若 $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$ ， $CD = 6$ ，求 $\square ABDE$ 的面积.

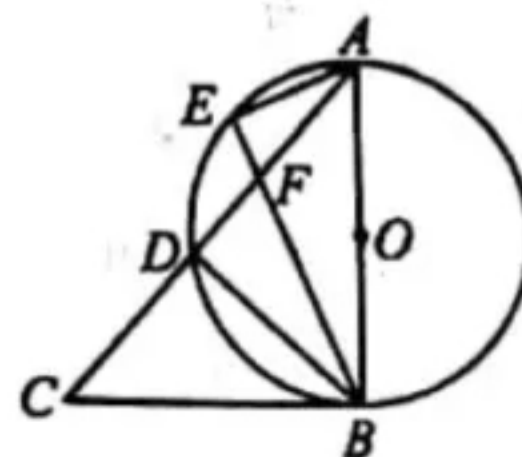


22. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， CB 与 $\odot O$ 相切于点 B ，连接 AC 交 $\odot O$ 于点 D .

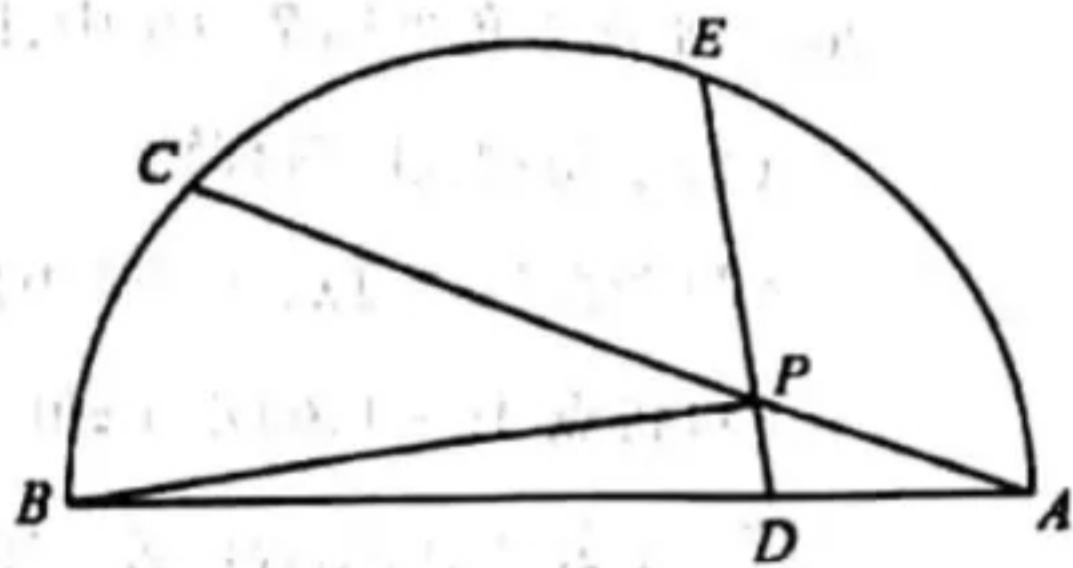
(1) 求证： $\angle DBC = \angle DAB$ ；

(2) 若点 E 为 \widehat{AD} 的中点，连接 BE 交 AD 于点 F ，若 $BC = 6$ ，

$\sin \angle ABD = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ，求 AF 的长.



25. 如图,以 AB 为直径的半圆上有一点 C ,连接 AC ,点 P 是 AC 上一个动点,连接 BP ,作 $PD \perp BP$ 交 AB 于点 D ,交半圆于点 E . 已知 $AC = 5\text{cm}$,设 PC 的长度为 $x\text{cm}$, PD 的长度为 $y_1\text{cm}$, PE 的长度为 $y_2\text{cm}$ (当点 P 与点 C 重合时, $y_1 = 5, y_2 = 0$, 当点 P 与点 A 重合时, $y_1 = 0, y_2 = 0$).



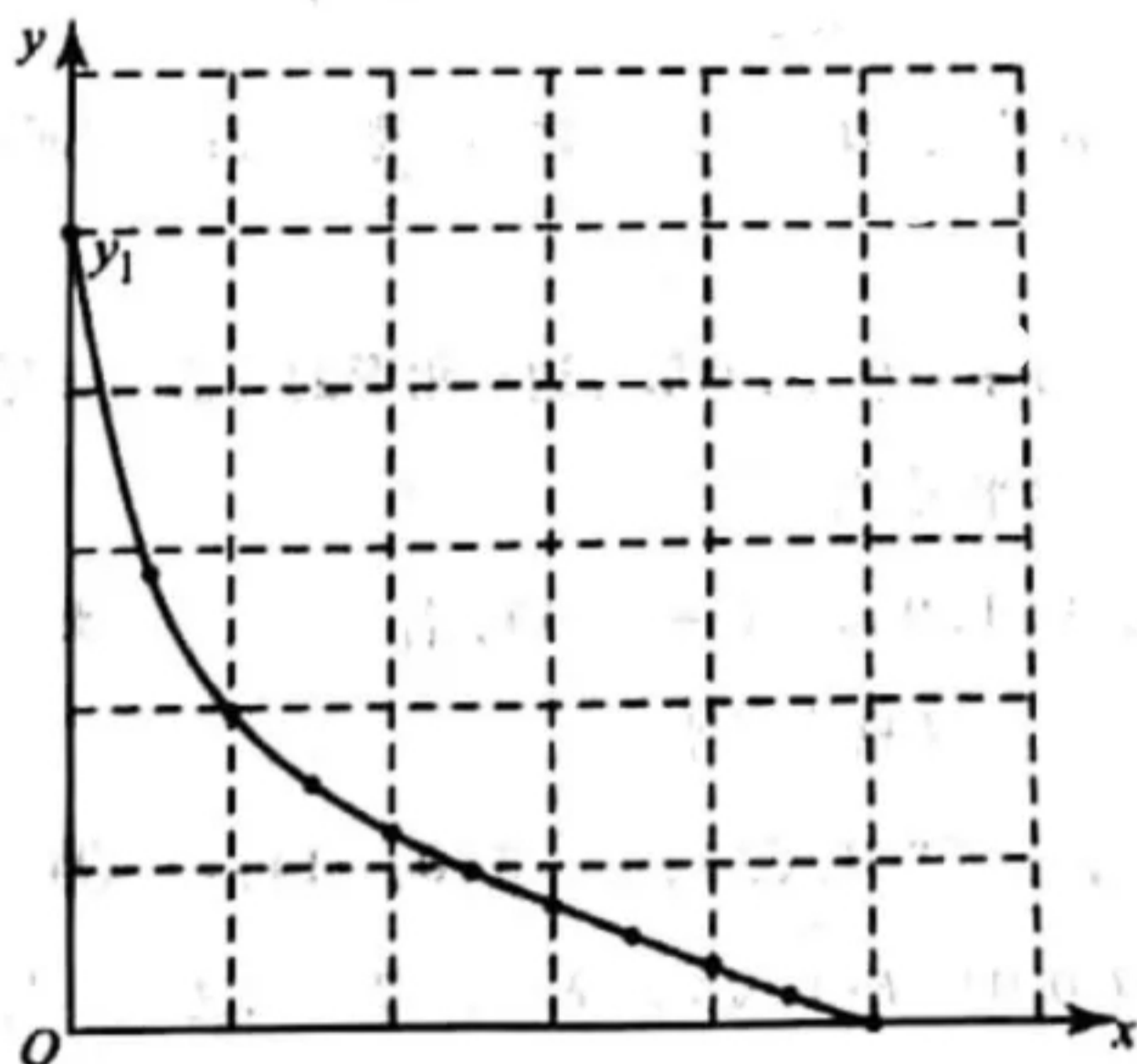
小青同学根据学习函数的经验,分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 变化而变化的规律进行了探究.

下面是小青同学的探究过程,请补充完整:

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量,分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值,请补全表格;

x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
y_1/cm	5	2.85	1.98	1.52	1.21	0.97	0.76	0.56	0.37	0.19	0
y_2/cm	0	0.46		1.29	1.61	1.84	1.96	1.95	1.79	1.41	0

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中,描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) , (x, y_2) , 并画出函数 y_1, y_2 的图象;



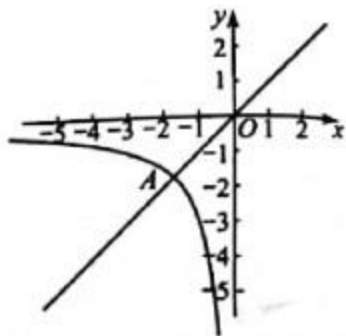
(3) 结合函数图象,解决问题:

① 当 PD, PE 的长都大于 1cm 时, PC 长度的取值范围约是_____;

② 点 C, D, E 能否在以 P 为圆心的同一个圆上? _____ (填“能”或“否”)



23. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y = x$ 与函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象交于点 $A(-\sqrt{3}, m)$.



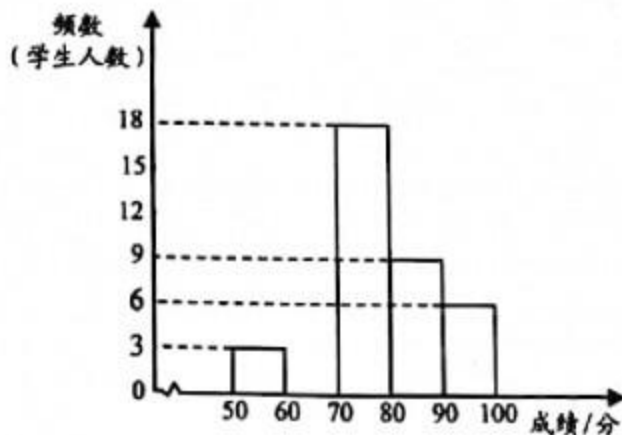
(1) 求 m, k 的值;

(2) 点 $P(x_p, y_p)$ 为直线 $y = x$ 上任意一点,将直线 $y = x$ 沿 y 轴向上平移两个单位得到直线 l ,过点 P 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 C ,交函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象于点 D .

① 当 $x_p = -1$ 时,判断 PC 与 PD 的数量关系,并说明理由;

② 若 $PC + PD \leq 4$,结合函数图象,直接写出 x_p 的取值范围.

24. 为了弘扬传统文化,某校组织八年级全体学生参加“恰同学少年,品诗词美韵”古诗词比赛.将随机抽取的部分学生成绩进行整理后分成 5 组,50 - 60 分 ($50 \leq x < 60$) 的小组称为“诗词少年”组,60 - 70 分 ($60 \leq x < 70$) 的小组称为“诗词居士”组,70 - 80 分 ($70 \leq x < 80$) 的小组称为“诗词圣手”组,80 - 90 分 ($80 \leq x < 90$) 的小组称为“诗词达人”组,90 - 100 分 ($90 \leq x \leq 100$) 的小组称为“诗词泰斗”组,绘制了不完整的频数分布直方图如下,请结合提供的信息解答下列问题:



(1) 若“诗词泰斗”组成绩的频率为 12.5%,请补全频数分布直方图;

(2) 在此次比赛中,抽取学生的成绩的中位数在_____组;

(3) 学校决定对成绩在 70 - 100 分 ($70 \leq x \leq 100$) 的学生进行奖励,若八年级共有 240 名学生,请通过计算说明,大约有多少名学生获奖?

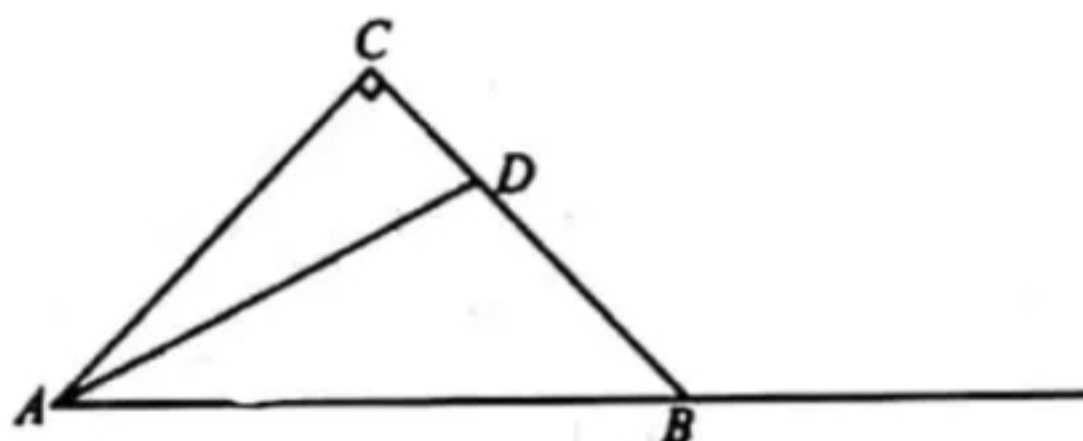
26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 1$

(1) 求抛物线的对称轴;

(2) 若抛物线过点 $A(-1, 6)$, 求二次函数的表达式;

(3) 将点 $A(-1, 6)$ 沿 x 轴向右平移 7 个单位得到点 B , 若抛物线与线段 AB 始终有两个公共点, 结合函数的图象, 求 a 的取值范围.

27. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CB$. 点 D 为线段 BC 上一个动点(点 D 不与点 B, C 重合), 连接 AD , 点 E 在射线 AB 上, 连接 DE , 使得 $DE = DA$. 作点 E 关于直线 BC 的对称点 F , 连接 BF, DF .



(1) 依题意补全图形;

(2) 求证: $\angle CAD = \angle BDF$;

(3) 用等式表示线段 AB, BD, BF 之间的数量关系, 并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 如果等边三角形的一边与 x 轴平行或在 x 轴上, 则称这个等边三角形为水平正三角形.

(1) 已知点 $A(1, 0), B(-1, 0)$, 若 $\triangle ABC$ 是水平正三角形, 则点 C 的坐标是_____ (只填序号);

① $(1, 2)$, ② $(0, \sqrt{3})$, ③ $(0, -1)$, ④ $(0, -\sqrt{3})$

(2) 已知点 $O(0, 0), E(1, \sqrt{3}), F(0, -2)$, 以这三个点中的两个点及平面内的另一个点 P 为顶点, 构成一个水平正三角形, 则这两个点是_____, 并求出此时点 P 的坐标;

(3) $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{3}$, 点 M 是 $\odot O$ 上一点, 点 N 是直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3\sqrt{3}$ 上一点, 若某个水平正三角形的两个顶点为 M, N , 直接写出点 N 的横坐标 x_N 的取值范围_____.

