2018 北京市鲁迅中学初二（下）期中

数　　学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）第Ⅲ卷附加题三部分，其中第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷共 100 分，第Ⅲ卷 20 分，考试时间 100 分钟。

第Ⅰ卷（共 30 分）

一、选择题：(本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的)．

1．下列各式中，运算正确的是（　　）．

A．$3\sqrt{3}-\sqrt{3}=3$ B．$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ C．$2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ D．$\sqrt{(-2)^2}=-2$

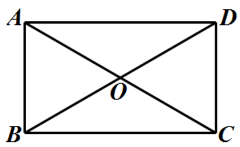
2．下列二次根式中，是最简二次根式的是（）．

A．$\sqrt{15}$　　B．$\sqrt{12}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{3}}$　　D．$\sqrt{9}$

3．下列各组数中，以它们为边长的线段不能构成直角三角形的是（　　）．

A．1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$ B．3，4，5C．5，12，13D．2，2，31．

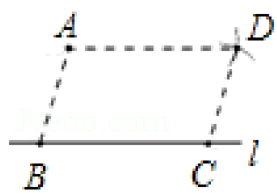
4．如图，矩形 ABCD 中，对角线 AC，BD 交于 O 点．



若∠AOB＝60°，AC＝8，则 AB 的长为（　　）．

A．4B．$4\sqrt{3}$ C．3D．5

5．如图，点 A 是直线 l 外一点，在 l 上取两点 B、C，分别以 A、C 为圆心，BC、AB 长为半径画弧，两弧交于点 D，分别连接 AB、AD、CD，则四边形 ABCD 一定是（　　）．



A．平行四边形　　B．矩形

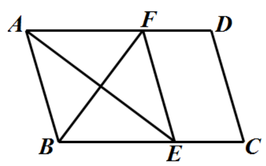
C．菱形　　D．正方形

6．用配方法解方程 $x^2-2x-3=0$，原方程应变形为（　　）．

A．$(x-1)^2=2$ B．$(x+1)^2=4$ C．$(x-1)^2=4$　　D．$(x+1)^2=2$

7．如图，在平行四边形 ABCD 中，∠BAD 的平分线交 BC 于点 E，∠ABC 的平分线交 AD 于点 F，若 BF＝12，AB＝10，

则 AE 的长为（　　）．



A．13B．14　C．15　D．16

8．下列命题中，正确的是（）．

A．有一组邻边相等的四边形是菱形

B．对角线互相平分且垂直的四边形是矩形

C．两组邻角相等的四边形是平行四边形

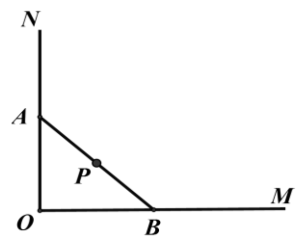
D．对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形

9．如图，一根木棍斜靠在与地面（OM）垂直的墙（ON）上，设木棍中点为P，若木棍A端沿墙下滑，且B沿地面向右滑行. 在此滑动过程中，点P到点O的距离（　）.

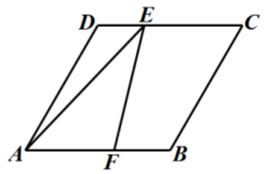
A．不变 B．变小　C．变大　 D．无法判断

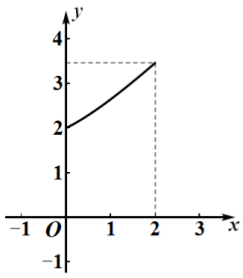
10．如图，在菱形ABCD中，∠BAD＝60°，AB＝2，E是DC边上一个动点，F是AB边上一点，∠AEF＝30°．设DE＝x，图中某条线段长为 y，y 与 x 满足的函数关系的图象大致如图所示，则这条线段可能是图中的（　　）.

A．线段EC　　B．线段AE　　C．线段EF　　D．线段BF



第9题图





第10题图

第Ⅱ卷(共70分)

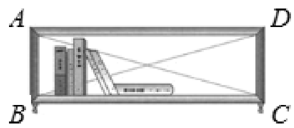
二、填空：（每小题2分，共10个小题，共20分）

11．写出一个以0，1为根的一元二次方程.

12．如果$\sqrt{x-3}$在实数范围内有意义，那么x的取值范围是________.

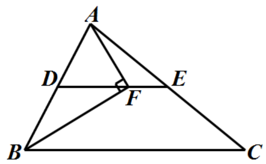
13．一元二次方程x^2＋kx－3=0的一个根是x=1，则k的值是.

14．如图，为了检查平行四边形书架ABCD的侧边是否与上、下边都垂直，工人师傅用一根绳子比较了其对角线AC，BD的长度，若二者长度相等，则该书架的侧边与上、下边都垂直，请你说出其中的数学原理.



15．某城2016年底已有绿化面积300公顷，经过两年绿化，绿化面积逐年增加，预计到2018年底增加到363公顷，设绿化面积平均每年的增长率为x，由题意所列方程是　.

16．如图，DE为△ABC的中位线，点F在DE上，且∠AFB＝90°，若AB＝5，BC＝8，则EF的长为.

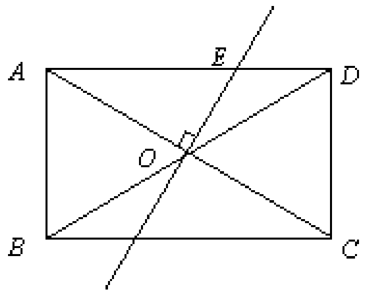


17．如果关于x的一元二次方程$ax^2+x-1=0$有实数根，则a的取值范围是________.

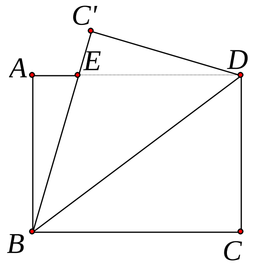
18．如图，矩形ABCD中，AB=3,BC=5.过对角线交点O作OE⊥AC交AD于E,则AE的长是.

19．如图，将矩形ABCD沿对角线BD所在直线折叠，点C落在同一平面内，落点记为*C’*，*BC’*与AD交于点E，若 AB=3，BC＝4，则DE的长为.

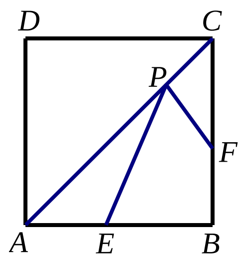
20．如图，正方形ABCD的面积是2，E，F，P分别是AB，BC，AC上的动点，PE＋PF的最小值等于.



第 18 题图



第 19 题图



第 20 题图

三、解答题：（21，22 题每小题 4 分，23，24，25 每题 5 分， 26，27 每题 6 分，

28 题 7 分；共计 50 分）

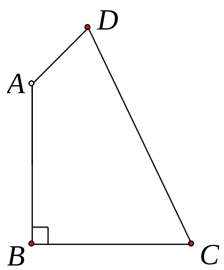
21．计算（1）$\sqrt{18}-\sqrt{8}+(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$；　　　（2）$(\sqrt{12}+\sqrt{3})\times\sqrt{6}-2\sqrt{\frac{1}{2}}$

22．解方程：（1）$x^2-6x+5=0$；（2）$2x^2-3x-1=0$.

23．如图，在四边形 ABCD 中，∠B＝90º，AB=BC=2，

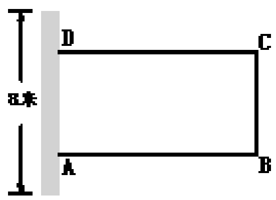
AD＝1，CD＝3.

求∠DAB 的度数.

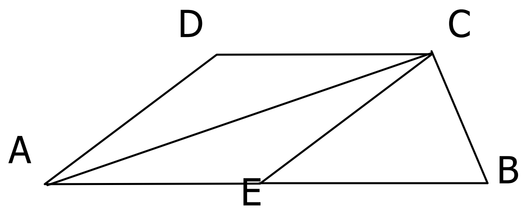


24．列方程或方程组解应用题

如图，要建一个面积为 40 平方米的矩形花园 ABCD，为了节约材料，花园的一边 AD 靠着原有的一面墙，墙长为 8 米（AD＜8），另三边用栅栏围成，已知栅栏总长为 24 米，求花园一边 AB 的长.



25．如图，四边形 ABCD 中，AB//CD，AC 平分∠BAD，CE//AD 交 AB 于 E.求证：四边形 AECD 是菱形.



26．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+2)x+m^2-4=0$ 有两个不相等的实数根.

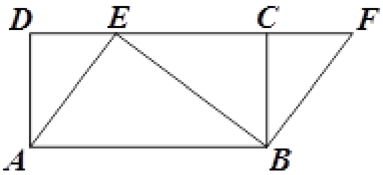
（1）求 m 的取值范围；

（2）若 m 为负整数，且该方程的两个根都是整数，求 m 的值.

27．如图，四边形 ABCD 是矩形，点 E 在 CD 边上，点 F 在 DC 延长线上，AE＝BF．

（1）求证：四边形 ABFE 是平行四边形

（2）若∠BEF＝∠DAE，AE＝3，BE＝4，求 EF 的长．



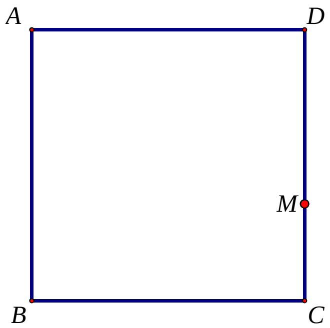
28．如图，在正方形 ABCD 中，点 M 在 CD 边上，点 N 在正方形 ABCD 外部，且满足∠CMN＝90°，CM＝MN．连接 AN，CN，取 AN 的中点 E，连接 BE，AC，交于 F 点．

（1） ①依题意补全图形；

②求证：BE⊥AC．

（2）请探究线段 BE，AD，CN 所满足的等量关系，并证明你的结论．

（3）设 AB＝1，若点 M 沿着线段 CD 从点 C 运动到点 D，则在该运动过程中，线段 EN 所扫过的面积为______________（直接写出答案）．



第III卷附加题（共 20 分）

附加题（1 题 6 分，2 题 7 分，3 题 7 分，共 20 分）

1. 如图 1，将边长为 1 的正方形 ABCD 压扁为边长为 1 的菱形 ABCD．在菱形 ABCD 中，∠A 的大小为α，面积记为 S．

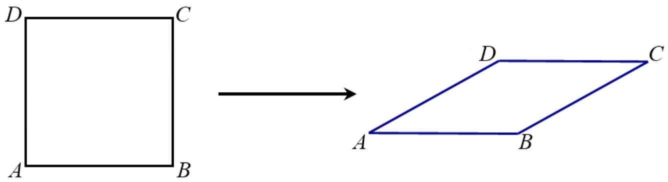


图 1

（1）请补全下表：

	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
S	$\frac{1}{2}$			1		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	

（2）填空：

由（1）可以发现正方形在压扁的过程中，菱形的面积随着∠A 大小的变化而变化，不妨把菱形的面积 S 记为 $S(\alpha)$．例如：当 α ＝30° 时，$S=S(30°)=\frac{1}{2}$；当 α ＝135° 时，$S=S(135°)=\frac{\sqrt{2}}{2}$．由上表可以得到

$S(60°)=S$（ ______° ）；$S(150°)=S$（ ______° ），…，由此可以归纳出 $S(180°-\alpha)=S(\_\_\_\_\_\_)$．

（3） 两块相同的等腰直角三角板按图 2 的方式放置，AD＝$\sqrt{2}$，∠AOB＝α ，试探究图中两个带阴影的三角形面积是否相等，并说明理由（注：可以利用（2）中的结论）．

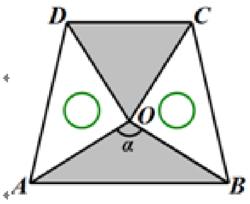


图 2

2．已知：关于 x 的一元二次方程 $mx^2-3(m-1)x+2m-3=0(m>3)$．

（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）设方程的两个实数根分别为 x_1， x_2，且 $x_1<x_2$．

①求方程的两个实数根 x_1， x_2（用含 m 的代数式表示）；

②若 $mx_1<8-4x_2$，直接写出 m 的取值范围.

3. 阅读下列材料：

问题：如图 1，在平行四边形 ABCD 中，E 是 AD 上一点，AE=AB，∠EAB=60°，过点 E 作直线 EF，在 EF 上取一点 G，使得∠EGB=∠EAB，连接 AG.

求证：EG =AG+BG.

小明同学的思路是：作∠GAH=∠EAB 交 GE 于点 H，构造全等三角形，经过推理解决问题.

参考小明同学的思路，探究并解决下列问题：

（1）完成上面问题中的证明；

（2）如果将原问题中的“∠EAB=60°”改为“∠EAB=90°”，原问题中的其它条件不变（如图 2），请探究线段 EG、AG、BG 之间的数量关系，并证明你的结论.

（1）证明：

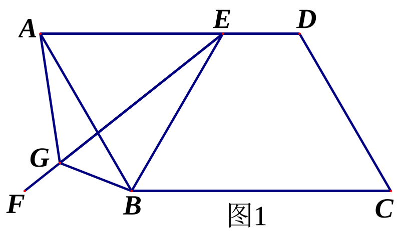


图1

（2）解：线段 EG、AG、BG 之间的数量关系为______________________________.

证明：

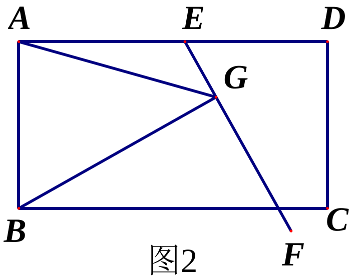


图2

数学试题答案

一、选择题（本题共 30 分每小题 3 分，）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	D	A	A	C	D	D	A	B

二、填空题（每小题 2 分，共 20 分请将答案写在横线上）

二、填空题：（共 20 分．．）

11. $x^2-x=0$ 或 $x(x-1)=0$ 12. $x\geqslant 3$

13. 2 14. 对角线相等的平行四边形是矩形，矩形的四个角都是直角；

15. $300(1+x)^2=363$ 16. 1.5

17. $a\geqslant -\frac{1}{4}$ 且 $a\neq 0$ 18. 3.4

19. $\frac{25}{8}$ 20. $\sqrt{2}$

21.（1）解：解：$\sqrt{18}-\sqrt{8}+(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$；

$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+(3-1)$ ……………………………………………………3 分

$=\sqrt{2}+2$ ………………………………………………………………4 分

（2）原式$=(2\sqrt{3}+\sqrt{3})\times\sqrt{6}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}$， ----2 分

$=3\sqrt{3}\times\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$=3\times 3\sqrt{2}-\sqrt{2}$ ……………………………………………………3 分

$=9\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$． ……………………………………………………………4 分

22.（1）解：$x^2-6x+5=0$

移项，得 $x^2-6x=-5$．

配方，得 $x^2-6x+9=-5+9$，…………………………………………1 分

所以，$(x-3)^2=4$．………………………………………………………2 分

由此可得 $x-3=\pm 2$，

所以，$x_1=5$，$x_2=1$．…………………………………………………………4 分

（2）解：$a=2$，$b=-3$，$c=-1$．…………………………………… 1 分

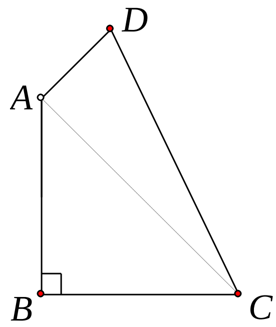
$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times2\times(-1)=17>0$．………………………2 分

方程有两个不相等的实数根

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4},$$

$x_1=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}$，$x_2=\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}$．…………………………………………4 分

23．解：连接 AC



在 Rt△ABC 中，∠B=90º，AB=BC=2，

∴∠BAC=∠ACB=45°，……………………………………………………1 分

∴ $AC^2=AB^2+BC^2$．

∴ $AC=2\sqrt{2}$．…………………………………2 分

∵AD=1，CD=3，

∴ $AC^2+AD^2=CD^2$．…………………………3 分

在△ACD 中，$AC^2+AD^2=CD^2$，

∴△ACD 是直角三角形，即∠DAC=90º．……………………………………4 分

∵∠BAD=∠BAC +∠DAC,

∴∠BAD=135º．……………………………………………………………………5 分

24．解：设 AB 的长为 x 米，则 AD=BC=（$24-2x$）米.

$(24-2x)\cdot 2x=40$…………………………………2 分

$x^2-12x+20=0$

$(x-10)(x-2)=0$

$x_1=10, x_2=2$…………………………………4 分

当 $x_1=10, AD=4$

当 $x_2=2, AD=20$

$\because AD<8, \therefore AD=4$

$\therefore x=10$……………………………5 分

答：AB 的长为 10 米.

25．证明：∵AB∥CD，CE∥AD

∴四边形 ADCE 是平行四边形…………………1 分

∵AC 平分∠*BAD*

∴∠*DAC*=∠*EAC*………………2 分

∵AB∥CD

∴∠*DCA*=∠*EAC*………………3 分

∴∠*DAC*=∠*DCA*

∴AD=DC…………………………4 分

∴四边形 ADCE 是菱形…………5 分

26．　解：（1）∵一元二次方程 $x^2+(2m+2)x+m^2-4=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=(2m+2)^2-4\times1\times(m^2-4)$ ………………………………1 分

$=8m+20>0$ ……………………………………………………………2 分

$\therefore m>-\dfrac{5}{2}$．……………………………………………………………………3 分

（2）∵ m 为负整数，

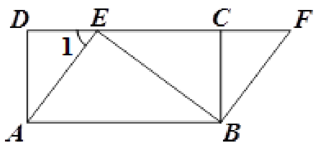
$\therefore m=-1$ 或 -2．……………………………………………………………4 分

当 $m=-1$ 时，方程 $x^2-3=0$ 的根为 $x_1=\sqrt{3}$， $x_2=-\sqrt{3}$ 不是整数，不符合题意，

舍去．………………………………………………………………………………5 分

当 $m=-2$ 时，方程 $x^2-2x=0$ 的根为 $x_1=0$， $x_2=2$ 都是整数，符合题意.

综上所述 $m=-2$．…………………………………………………………………6 分



27.（1）证明：∵四边形 *ABCD* 是矩形,

∴*AD*＝*BC*, ∠*D*＝∠*BCD*＝90°．

∴∠*BCF*＝180°－∠*BCD*＝180°－90°＝90°．

∴∠*D*＝∠*BCF*. ————————————————————————————1 分

在 Rt△ADE 和 Rt△BCF 中,

$$\begin{cases} AE = BF, \\ AD = BC. \end{cases}$$

∴Rt△ADE≌Rt△BCF. --2 分

∴∠1＝∠F.

∴AE// BF.

∵AE＝BF,

∴四边形 $ABFE$ 是平行四边形. --3 分

（2）解：∵∠D＝90°，

∴∠DAE＋∠1＝90°．

∵∠BEF＝∠DAE,

∴∠BEF＋∠1＝90°．

∵∠BEF＋∠1＋∠AEB＝180°，

∴∠AEB＝90°． --4 分

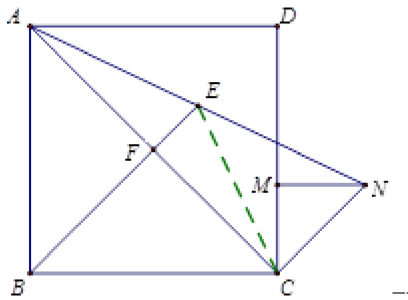
在 Rt△ABE 中，AE=3，BE=4，

AB＝$\sqrt{AE^2+BE^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

∵四边形 $ABFE$ 是平行四边形,

∴EF＝AB＝5. --6 分

28.（1）①依题意补全图形.



--1 分

②解法 1：

证明：连接 CE.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴∠BCD＝90°， AB＝BC.

∴$\angle ACB=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle BCD=45°$.

∵$\angle CMN=90°$， $CM=MN$,

∴$\angle MCN=45°$.

∴$\angle ACN=\angle ACD+\angle MCN=90°$.

∵在 Rt△ACN中，点 E 是 AN 中点，

∴$AE=CE=\frac{1}{2}AN$. --2 分

∵$AE=CE$, $AB=CB$,

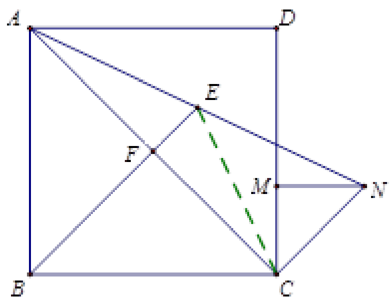
∴点 B，E 在 AC 的垂直平分线上.

∴BE 垂直平分 AC.

∴$BE\perp AC$. --3 分

解法 2：

证明：连接 CE.



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$\angle BCD=90°$， $AB=BC$.

∴$\angle ACB=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle BCD=45°$.

∵$\angle CMN=90°$， $CM=MN$,

∴△CMN 是等腰直角三角形.

∴$\angle MCN=45°$.

∴$\angle ACN=\angle ACD+\angle MCN=90°$.

∵在 Rt△ACN中，点 E 是 AN 中点，

∴$AE=CE=\frac{1}{2}AN$.

在△ABE 和△CBE 中，

$$\begin{cases}AE=CE,\\AB=CB,\\BE=BE.\end{cases}$$

∴△ABE≌△CBE（SSS）. --2 分

∴$\angle ABE=\angle CBE$.

∵$AB=BC$,

$\therefore BE\perp AC$. --3 分

（2）$BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AD+\dfrac{1}{2}CN$（或 $2BE=\sqrt{2}AD+CN$）. --4 分

证明：$\because AB=BC$，$\angle ABE=\angle CBE$，

$\therefore AF=FC$.

$\because$点 E 是 AN 中点，

$\therefore AE=EN$.

$\therefore FE$ 是$\triangle ACN$的中位线.

$\therefore FE=\dfrac{1}{2}CN$.

$\because BE\perp AC$，

$\therefore \angle BFC=90°$.

$\therefore \angle FBC+\angle FCB=90°$.

$\because \angle FCB=45°$，

$\therefore \angle FBC=45°$.

$\therefore \angle FCB=\angle FBC$.

$\therefore BF=CF$.

在 Rt$\triangle BCF$ 中，$BF^2+CF^2=BF^2$，

$\therefore BF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}BC$. --5 分

$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BC=AD$.

$\therefore BF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AD$.

$\because BE=BF+FE$，

$\therefore BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AD+\dfrac{1}{2}CN$. ---6 分

（3）$\dfrac{3}{4}$.--
-7 分

附加题：

1.（1）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；$\dfrac{1}{2}$.（说明：每对两个给 1 分）-----------------------------------2 分

（2）120；30；α． ---4 分

（说明：前两个都答对给 1 分，最后一个 α 答对给 1 分）

（3）答：两个带阴影的三角形面积相等.

证明：将△ABO 沿 AB 翻折得到菱形 AEBO，将△CDO 沿 CD 翻折得到菱形 OCFD.

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}S_{菱形AEBO}=\frac{1}{2}S(\alpha)$---5 分

$S_{\triangle CDO}=\frac{1}{2}S_{菱形OCFD}=\frac{1}{2}S(180°-\alpha)$---6 分

由（2）中结论 $S(\alpha)=S(180°-\alpha)$

$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle CDO}$.

2.（1）证明：$\because mx^2-3(m-1)x+2m-3=0(m\neq 0)$ 是关于 x 的一元二次方程，

$\therefore \Delta=[-3(m-1)]^2-4m(2m-3)$ · · · · · · · · · · · · · · · · 1 分

$=m^2-6m+9$

$=(m-3)^2$． · 2 分

$\because m>3$，

$\therefore (m-3)^2>0$，即 $\Delta>0$．

∴方程总有两个不相等的实数根． · · · · · · · · · · · · · · · · 3 分

（2）①解：由求根公式，得 $x=\dfrac{3(m-1)\pm(m-3)}{2m}$．

$\therefore x=1$ 或 $x=\dfrac{2m-3}{m}$．

$\because m>3$，

$\therefore \dfrac{2m-3}{m}=2-\dfrac{3}{m}>1$．

$\because x_1<x_2$，

$\therefore x_1=1$，$x_2=\dfrac{2m-3}{m}=2-\dfrac{3}{m}$． · · · · · · · · · · · · · · · · · 5 分

②$3<m<2\sqrt{3}$． · 7 分

3.

（1）证明：如图 1，作∠GAH=∠EAB 交 GE 于点 H，

则∠GAB=∠HAE．……………………1 分

∵∠EAB=∠EGB，∠AOE=∠BOF，

∴∠ABG=∠AEH.

在△ABG 和△AEH 中

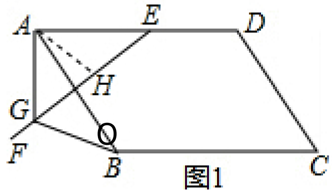


图1

$$\begin{cases}\angle GAB=\angle HAE \\ AB=AE \\ \angle ABG=\angle AEH\end{cases}$$

∴△ABG≌△AEH ．……………………2 分

∴BG=EH，AG=AH.

∵∠GAH=∠EAB=60°，

∴△AGH 是等边三角形.

∴AG=HG.

∴EG=AG+BG；……………………3 分

（2）线段 EG、AG、BG 之间的数量关系是 EG+BG $=\sqrt{2}$AG．………4 分

证明：

如图 2，作∠GAH=∠EAB 交 GE 的延长线于点 H，则∠GAB=∠HAE.

∵∠EGB=∠EAB=90°，

∴∠ABG+∠AEG=∠AEG+∠AEH=180°．

∴∠ABG=∠AEH. ……………………5 分

在△ABG 和△AEH 中

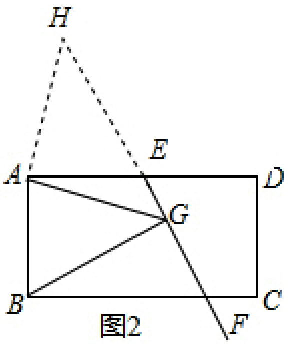


图2

$$\begin{cases}\angle HAE=\angle GAB \\ AB=AE \\ \angle AEH=\angle ABG\end{cases},$$

∴△ABG≌△AEH. ……………………6 分

∴BG=EH，AG=AH.

∵∠GAH=∠EAB=90°，

∴△AGH 是等腰直角三角形.

∴$\sqrt{2}$AG=HG，

∴EG+BG $=\sqrt{2}$AG. ……………………7