

# 2021 北京门头沟初三（上）期末

## 数 学

2021 年 1 月

考 生 须 知	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 本试卷共 6 页，三道大题，25 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。</li><li>2. 在试卷和答题卡上认真填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处。</li><li>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</li><li>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。</li><li>5. 考试结束，将试卷、答案卡和草稿纸一并交回。</li></ol>
------------------	---

### 一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

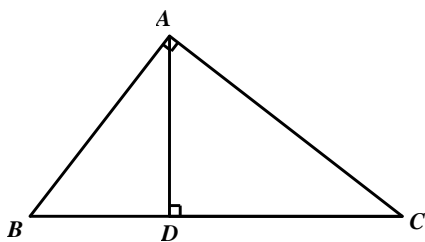
1. 抛物线  $y = (x+2)^2 - 3$  的顶点坐标是

- A.  $(-2, 3)$       B.  $(-2, -3)$       C.  $(2, 3)$       D.  $(2, -3)$

2.  $\odot O$  的半径为 3，点  $P$  在  $\odot O$  外，点  $P$  到圆心的距离为  $d$ ，则  $d$  需要满足的条件

- A.  $d > 3$       B.  $d = 3$       C.  $0 < d < 3$       D. 无法确定

3. 在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD = 3$ ， $BD = 2$ ，则  $CD$  的长为

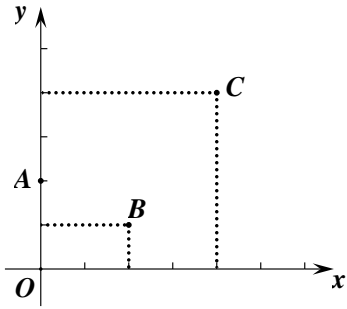


- A. 2      B. 3      C.  $\frac{9}{2}$       D.  $\frac{4}{3}$

4. 点  $A(x_1, y_1)$ ，点  $B(x_2, y_2)$ ，在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上，且  $0 < x_1 < x_2$ ，则

- A.  $y_1 < y_2$       B.  $y_1 > y_2$       C.  $y_1 = y_2$       D. 不能确定

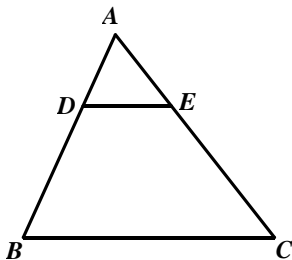




- A.  $x < x_1$     B.  $x_1 < x < x_2$     C.  $x = x_2$     D.  $x_2 < x < x_3$

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 如图：在  $\triangle ABC$  中， $DE \parallel BC$ ， $AD = 1$ ， $BD = 2$ ，则  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .



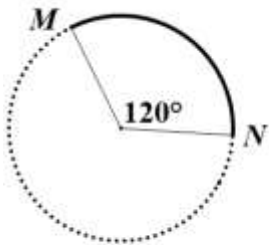
10. 如果一个二次函数图象开口向下，对称轴为  $x = 1$ ，则该二次函数表达式可以为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(任意写出一个符合条件的即可)

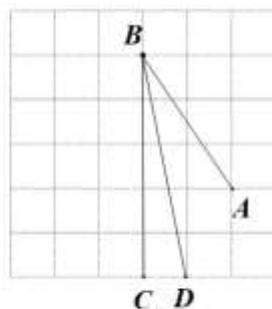
11. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 4$ ，那么  $\cos A = \underline{\hspace{1cm}}$ .

12. 如图，圆心角为  $120^\circ$ ，半径为 4 的弧，则这条弧的长度为是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 如图所示的网格是正方形网格，则  $\angle CBD + \angle ABC = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ （点  $A, B, C, D$  是网格线交点）



第 12 题

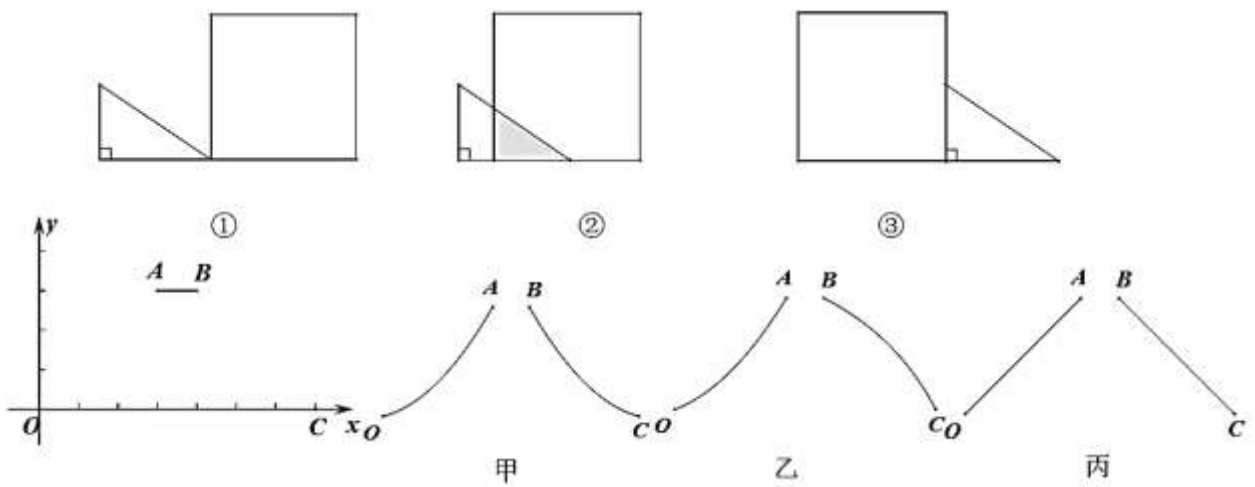


第 13 题

14. 正方形的边长是  $2\text{cm}$ ，则其外接圆的半径为  $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$ .

15. 抛物线  $y = 2x^2$  沿  $y$  轴向上平移 3 个单位长度后的抛物线的表达式为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 如图，一个直角三角形与一个正方形在同一水平线上，此三角形从图①的位置开始，匀速向右平移，到图③的位置停止运动。如果设运动时间为  $x$ ，三角形与正方形重叠部分的面积为  $y$ ，在下面的平面直角坐标系中，线段  $AB$  表示的是三角形在正方形内部移动的面积图象， $C$  点表示的是停止运动后图象的结束点，下面有三种补全图象方案，正确的方案是\_\_\_\_\_。



三、解答题（本题共 52 分，第 17~21 题每小题 5 分，第 22 题每小题 6 分，第 23~25 题每小题 7 分）

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

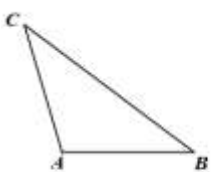
17. 计算： $(2-\sqrt{3})^0 + |-\sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ 。



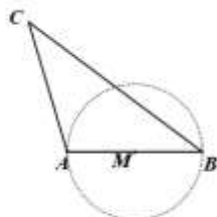
18. 在数学课上，老师布置了一项作图任务，如下：

已知：如图 18-1，在  $\triangle ABC$  中， $AC = AB$ ，请在图中的  $\triangle ABC$  内（含边），画出使  $\angle APB = 45^\circ$  的一个点  $P$ （保留作图痕迹），小红经过思考后，利用如下的步骤找到了点  $P$ ：

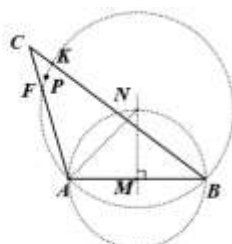
- (1) 以  $AB$  为直径，做  $\odot M$ ，如图 18-2；
- (2) 过点  $M$  作  $AB$  的垂线，交  $\odot M$  于点  $N$ ；
- (3) 以点  $N$  为圆心， $NA$  为半径作  $\odot N$ ，分别交  $CA$ 、 $CB$  边于  $F$ 、 $K$ ，在劣弧  $FK$  上任取一点  $P$  即为所求点，如图 18-3。



18-1



18-2



18-3

问题:

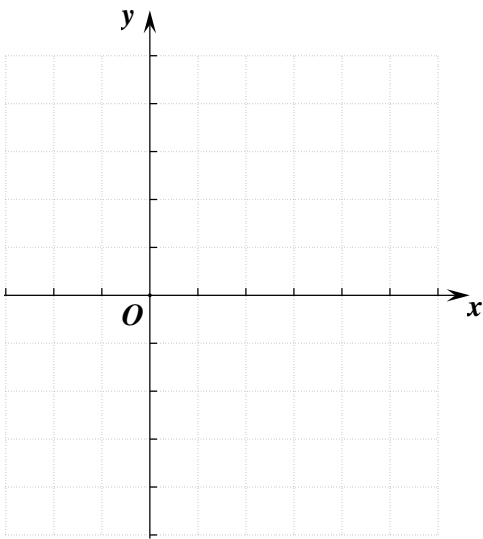
在(2)的操作中,可以得到 $\angle ANB = \underline{\hspace{2cm}}$ °(依据:  $\underline{\hspace{2cm}}$ )

在(3)的操作中,可以得到 $\angle APB = \underline{\hspace{2cm}}$ °(依据:  $\underline{\hspace{2cm}}$ )

19. 已知二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$ .

(1) 用配方法将其化为  $y = a(x-h)^2 + k$  的形式;

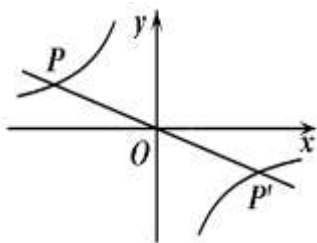
(2) 在所给的平面直角坐标系  $xOy$  中, 画出它的图象.



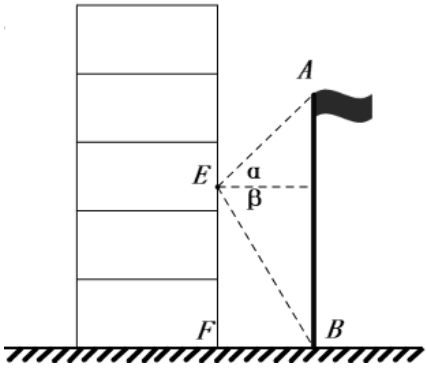
20. 如图, 点  $P(-3, 1)$  是反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象上的一点.

(1) 求该反比例函数的表达式;

(2) 设直线  $y = kx$  与双曲线  $y = \frac{m}{x}$  的两个交点分别为  $P$  和  $P'$ , 当  $\frac{m}{x} > kx$  时, 直接写出  $x$  的取值范围.



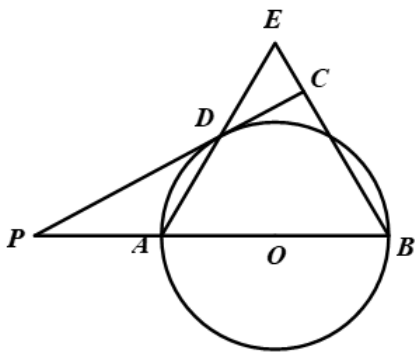
21. 数学实践课上, 同学们分组测量教学楼前国旗杆的高度. 小明同学所在的组先设计了测量方案, 然后开始测量了. 他们全组分两个测量队, 分别负责室内测量和室外测量(如图). 室内测量组来到教室内窗台旁, 在点  $E$  处测得旗杆顶部  $A$  的仰角  $\alpha$  为  $45^\circ$ , 旗杆底部  $B$  的俯角  $\beta$  为  $60^\circ$ . 室外测量组测得  $BF$  的长度为 5 米, 求旗杆  $AB$  的高度.



22. 如图，已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径，点  $P$  在  $BA$  的延长线上， $AB=BE$ ， $PD$  切  $\odot O$  于点  $D$ ，交  $EB$  于点  $C$ ，连接  $AE$ 。

(1) 求证：  $BE \perp PC$ ；

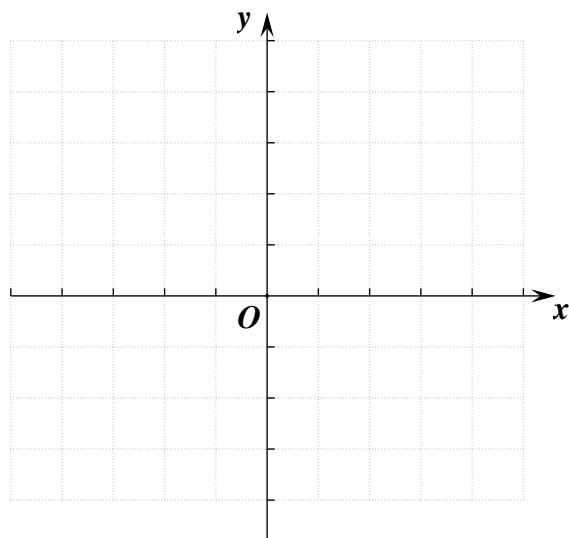
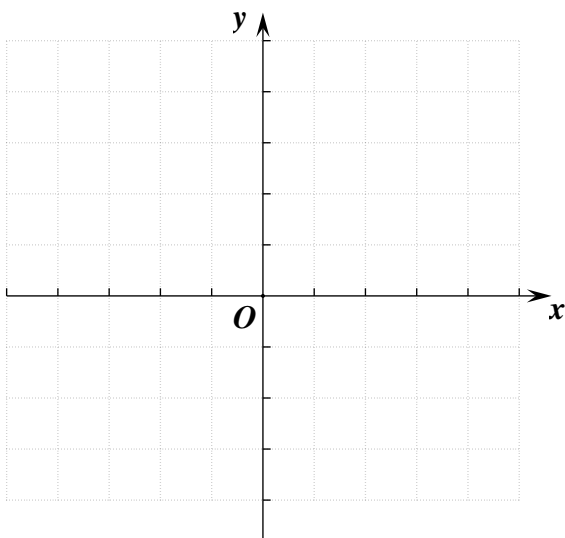
(2) 连结  $OC$ ，如果  $PD=2\sqrt{3}$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，求  $OC$  的长。



23. 已知：抛物线  $y=x^2+bx+c$  经过点  $A(2, -3)$  和  $B(4, 5)$ 。

(1) 求抛物线的表达式；

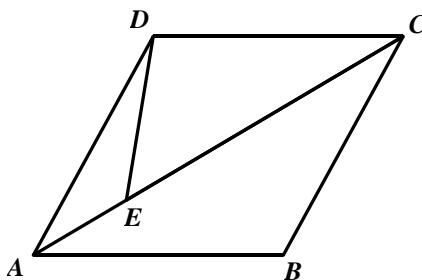
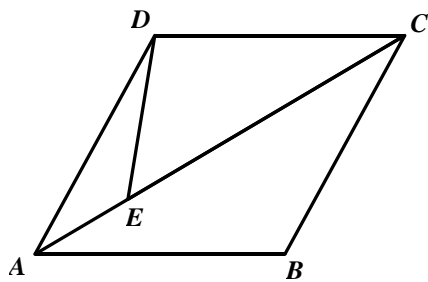
(2) 设  $B$  点关于对称轴的对称点为  $E$ ，抛物线  $G_1: y=ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 与线段  $EB$  恰有一个公共点，结合函数图象，求  $a$  的取值范围。



备用图

24. 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle ADC = 120^\circ$ , 点  $E$  是对角线  $AC$  上一点, 连接  $DE$ ,  $\angle DEC = 50^\circ$ , 将线段  $BC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $50^\circ$  并延长得到射线  $BF$ , 交  $ED$  的延长线于点  $G$ .

(1) 依题意补全图形;



备用图

(2) 求证:  $EG = BC$ ;

(3) 用等式表示线段  $AE$ ,  $EG$ ,  $BG$  之间的数量关系: \_\_\_\_\_.

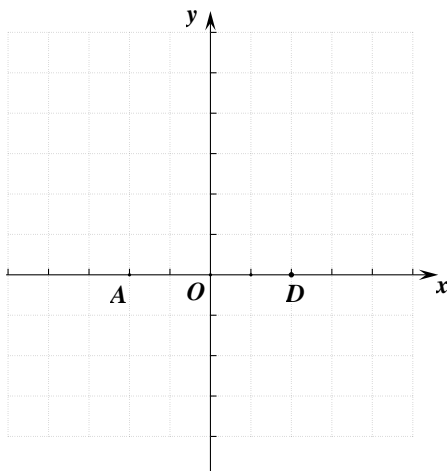
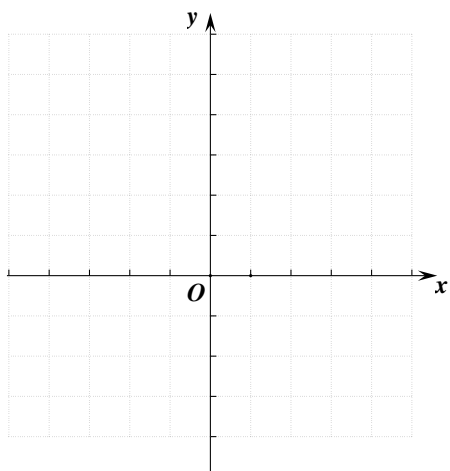
25. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于任意三点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  我们给出如下定义: 三点中横坐标的最大值与最小值的差我们称为“横距”; 三点中纵坐标的最大值与最小值的差我们称之为“纵距”; 若三点的横距与纵距相等, 我们称这三点为“等距点”.

已知: 点  $A(-2, 0)$ , 点  $B(1, 1)$ :

(1) 在点  $R(3, 5)$ ,  $S(3, -2)$ ,  $T(-4, -3)$  中, 与点  $A$ 、 $B$  为等距点的是 \_\_\_\_\_;

(2) 点  $P(0, t)$  为  $y$  轴上一动点, 若  $A$ ,  $B$ ,  $P$  三点为等距点,  $t$  的值为 \_\_\_\_\_;

(3) 已知点  $D(2, 0)$ , 有一半径为 1, 圆心为  $(0, m)$  的  $\odot M$ , 若  $\odot M$  上存在点  $Q$ , 使得  $A$ ,  $D$ ,  $Q$  三点为等距点, 直接写出  $m$  的取值的范围.



# 2021 北京门头沟初三（上）期末数学

## 参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	B	B	D	D	B

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	9	10	11	13
答案	9	答案不唯一	$\frac{3}{5}$	$\frac{8\pi}{3}$
题号	13	14	15	16
答案	45	$\sqrt{2}$	$y = 2x^2 + 3$	乙

三、解答题（本题共 52 分，第 17~21 题每小题 5 分，第 22 题每小题 6 分，第 23~25 题每小题 7 分）

17. 计算： $(2 - \sqrt{3})^0 + |-\sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$   $(2 - \sqrt{3})^0 + |-\sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$  .....4 分  
 = 4. ....5 分

18. 90 直径所对的圆周角等于 90 度

45 同弧或等弧所对的圆周角等于圆心角的一半.....5 分

19. 解：

(1)  $y = x^2 - 2x - 3$

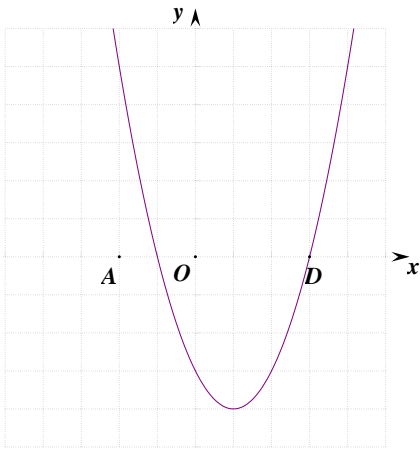
$= x^2 - 2x + 1 - 1 - 3$

$= (x - 1)^2 - 4$  .....3 分

(2) 图正确.....5 分

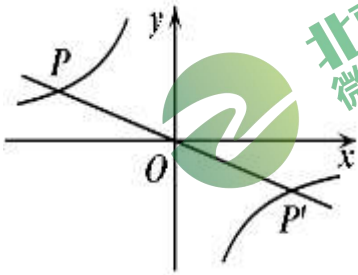






20.解：(1) ∵点  $P(-3,1)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上，

由  $1 = \frac{k}{-3}$  得  $k = -3$ .



∴反比例函数的解析式为  $y = -\frac{3}{x}$  .....3分

(2)  $-3 < x < 0$  或  $x > 3$  .....5分

21.解：过点  $E$  作  $PE \perp AB$  于点  $P$ ,

在  $\text{Rt}\triangle APE$  中,  $\angle APE=90^\circ$ ,  $\tan \angle \alpha = \frac{AP}{EP}$ ,  $\angle \alpha=45^\circ$ , .....1分

∴ $AP=EP \times \tan \angle \alpha = 5 \times \tan 45^\circ = 5$  .....2分

在  $\text{Rt}\triangle PEB$  中,  $\angle \beta=60^\circ$ ,  $\tan \angle \beta = \frac{PB}{EP}$ , .....3分

∴ $PB=EP \times \tan \angle 60^\circ = 5 \times \sqrt{3} =$  .....4分

∴ $AB=AP+BP=(5+5\sqrt{3})$ 米. ....5分

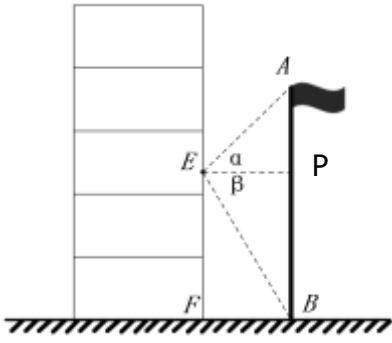
北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



22. (1) 证明：连结  $OD$ 。

$\because OA=OD,$

$\therefore \angle DAO = \angle ADO,$

$\because PD$  切  $\odot O$  于点  $D,$

$\therefore PD \perp OD,$

$\therefore \angle PDO = 90^\circ$

$\because AB=BE$

$\therefore \angle E = \angle DAO,$

$\therefore \angle E = \angle ADO,$

$\therefore OD \parallel BE,$

$\therefore \angle PCB = \angle PDO = 90^\circ$

$\therefore BE \perp PC \dots \dots \dots 3$  分；

(2) 解：  $\because OD \parallel BE, \angle ABC = 60^\circ,$

$\therefore \angle DOP = \angle ABC = 60^\circ,$

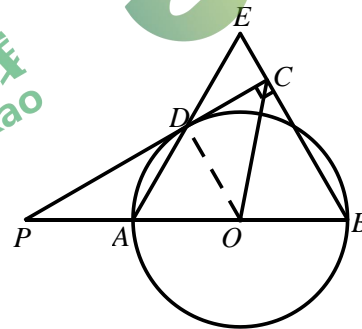
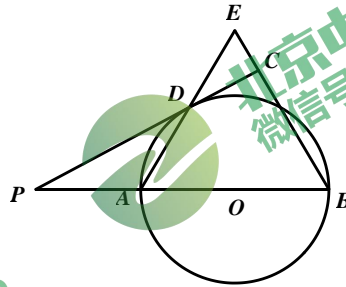
$\because PD \perp OD,$

$\therefore \tan \angle DOP = \frac{DP}{OD},$

$\therefore \frac{2\sqrt{3}}{OD} = \sqrt{3}, \dots \dots \dots 4$  分；

$\therefore OD = 2,$

$\therefore OP = 4,$



$\therefore PB = 6,$

$\therefore \sin \angle ABC = \frac{PC}{PB},$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PC}{6},$

$\therefore PC = 3\sqrt{3},$

$\therefore DC = \sqrt{3}, \dots\dots\dots 5 \text{分};$

$\therefore DC^2 + OD^2 = OC^2,$

$\therefore OC^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2 = 7,$

$\therefore OC = \sqrt{7}$  (舍负)  $\dots\dots\dots 6 \text{分};$



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

23.解: (1) 把 A (2, -3) 和 B (4, 5) 分别代入  $y=x^2+bx+c$

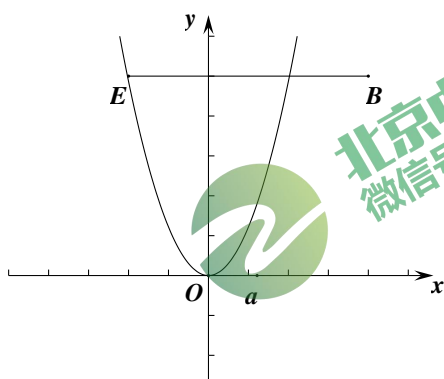
得:  $\begin{cases} -3 = 4 + 2b + c \\ 5 = 16 + 4b + c \end{cases}$ , 解得:  $\begin{cases} b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$ ,

$\therefore$  抛物线的表达式为:  $y=x^2-2x-3 \dots\dots\dots 2 \text{分}.$

(2)  $\because B(4, 5)$ , 对称轴:  $x=1$

$\therefore B$  点关于对称轴的对称点  $E$  点坐标为  $(-2,5) \dots\dots\dots 3 \text{分}$

如图, 当  $G_1$  过  $E$ 、 $B$  点时为临界点



代入  $E(-2,5)$ , 则  $a = \frac{5}{4}$

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

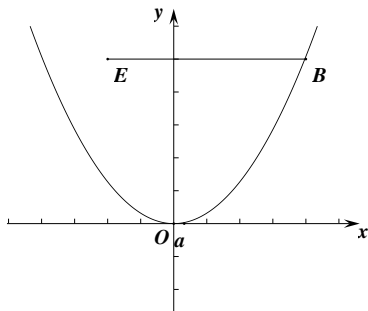
北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

代入 B (4,5), 则  $a = \frac{5}{16}$

$\therefore \frac{5}{16} \leq a < \frac{5}{4}$  .....7分

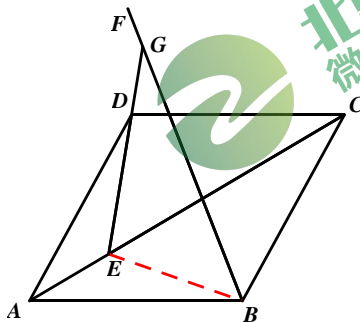
(图象、结论各占2分)



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



24. (1) 补全图形, 如图所示. ....1分



(2) 证明: 连接 BE, 如图 2.

$\because$  四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AD \parallel BC$ .

$\because \angle ADC = 120^\circ$ ,

$\therefore \angle DCB = 60^\circ$ .

$\because AC$  是菱形 ABCD 的对角线,

$\therefore \angle DCA = \frac{1}{2} \angle DCB = 30^\circ$  .....2分

$\therefore \angle EDC = 180^\circ - \angle DEC - \angle DCA = 100^\circ$ .

由菱形的对称性可知,

$\angle BEC = \angle DEC = 50^\circ$ ,

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

$\angle EBC = \angle EDC = 100^\circ$  . .....3分

$\therefore \angle GEB = \angle DEC + \angle BEC = 100^\circ$  .

$\therefore \angle GEB = \angle CBE$  .

$\because \angle FBC = 50^\circ$  ,

$\therefore \angle EBG = \angle EBC - \angle FBC = 50^\circ$  . .....4分

$\therefore \angle EBG = \angle BEC$  .

在  $\triangle GEB$  与  $\triangle CBE$  中,

$$\begin{cases} \angle GEB = \angle CBE, \\ BE = EB, \\ \angle EBG = \angle BEC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle GEB \cong \triangle CBE$  .

$\therefore EG = BC$  . .....5分

(3)  $AE + BG = \sqrt{3}EG$  . .....7分

25.解: (1) 点  $R$  .....1分

(2) -2 或 3.....3分

(3) ①画出如图所示的图像.....5分

②  $3 \leq m \leq 5$  或  $-5 \leq m \leq -3$  .....7分

