

2016~2017学年北京西城区北京四中初二上学期期中数学试卷

一、选择题（每小题3分，共30分）

1. 下面式子从左边到右边的变形是因式分解的是（ ）.

A. $x^2 - x - 2 = x(x - 1) - 2$ B. $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ C. $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ D. $x - 1 = x \left(1 - \frac{1}{x}\right)$

2. 下列不适合全面调查的是（ ）.

- | | |
|------------------------|---------|
| A. 老师检查全班同学完成作业情况 | B. 人口普查 |
| C. 汽车公司检测安全气囊在撞击时的保护作用 | D. 机场安检 |

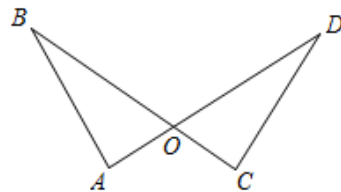
3. 用科学记数法表示0.00003082为（ ）.

A. 3.082×10^{-5} B. 308.2×10^{-7} C. 0.3082×10^{-4} D. 30.82×10^{-6}

4. 已知 $x \neq 0$ ，则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 等于（ ）.

A. $\frac{1}{2x}$ B. $\frac{1}{6x}$ C. $\frac{5}{6x}$ D. $\frac{11}{6x}$

5. 如图，已知 $AB = CD$ ， $BC = AD$ ， $\angle B = 23^\circ$ ，则 $\angle D$ 为（ ）.



A. 67° B. 46° C. 23° D. 无法确定

6. 已知一个样本27, 23, 25, 27, 29, 31, 27, 30, 32, 28, 31, 28, 26, 27, 29, 28, 24, 26, 27, 30，那么频数为8的范围是（ ）.

A. 24.5-26.5 B. 26.5-28.5 C. 28.5-30.5 D. 30.5-32.5

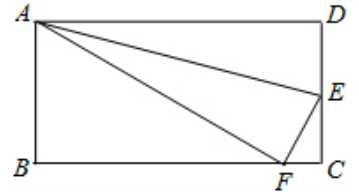
7. 下列各式正确的有（ ）.

(1) $\frac{-a-b}{c-d} = -\frac{a+b}{-c+d}$;
 (2) $\frac{-a-b}{c+d} = \frac{a+b}{c+d}$;
 (3) $\frac{-a-b}{c-d} = \frac{a+b}{-c-d}$;

$$(4) \frac{-a-b}{c-d} = -\frac{-a-b}{c+d}.$$

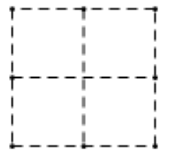
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

8. 如图，将长方形 $ABCD$ 沿 AE 折叠，使 D 点落在 BC 边上的 F 点处，如果 $\angle BAF = 60^\circ$ ，那么 $\angle DAE$ 等于 () .



- A. 60° B. 45° C. 30° D. 15°

9. 以图中方格纸的3个格点为顶点画出三角形，不全等的三角形有 () 种 .



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

10. 若三角形的三条边的长分别为 a 、 b 、 c ，且 $a^2b - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ ，则这个三角形一定是 () .

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

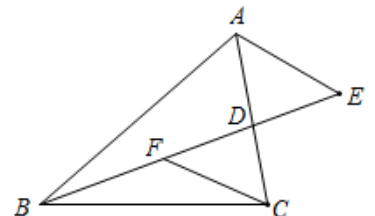


二、填空题 (每题4分，共24分)

11. 当 x _____ 时，分式 $\frac{4}{8-x}$ 的值为正数；当 x _____ 时，分式 $\frac{x+3}{|x|-3}$ 的值为 -1 .

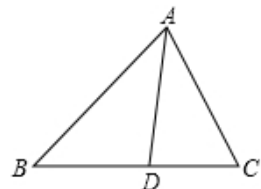
12. 写出中间过程及结果： $\frac{-2}{5^2} + (\sqrt{5})^0 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$.

13. 如图，已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的中线， CF 是 $\triangle BCD$ 的中线， $AE \parallel CF$ 交 BD 的延长线于点 E ，若 $\triangle ADE$ 的面积为 3 ，则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____ .



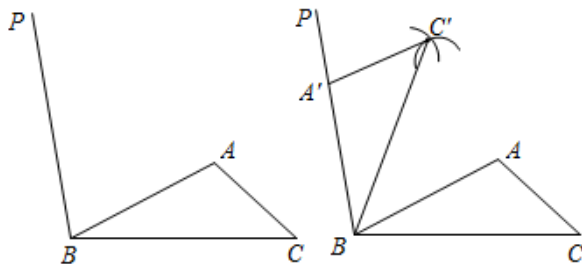
14. 为使 $x^2 + bx + 5$ 在整数范围内可以分解因式，则 b 可能取的值为 _____ .

15. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，若 $AB : AC = 5 : 3$ ，则 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，进而 $BC : CD = \underline{\hspace{1cm}}$.



16. 已知 $\triangle ABC$ 如图，现将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转，使点 A 落在射线 BP 上，求作 $\triangle A'C'B$ 。

作法：在 BP 上截 $BA' = BA$ ，以点 B 为圆心、 BC 为半径作弧，以点 A' 为圆心、 AC 为半径作弧，两弧在射线 BP 右侧交于点 C' ，则 $\triangle A'C'B$ 即为所求。



请简述操作原理：_____。

三、解答题 (共46分)

17. 计算：



(1) $x^2y - 4y$.

(2) $-x^3 + x(2x - 1)$.

18. 分式化简：

(1) $\frac{-3ab}{4x^2y} \div \frac{21b}{10xy}$.

(2) $\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{2}{x^2 - 3xy + 2y^2}$.

19. 解方程：

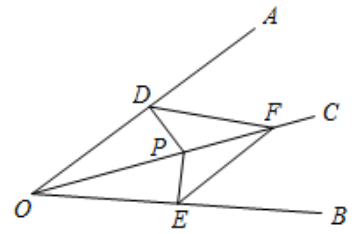
(1) $\frac{1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} = 2 - \frac{1-x}{x^2-4}$.

(2) $\left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-3} = \frac{4}{9}$.

20. 先化简，再求值： $\left(\frac{a^2+1}{a} - 2\right) \div \frac{(a+2)(a-1)}{a^2+2a}$ ，其中 $a^2 - 4 = 0$ 。

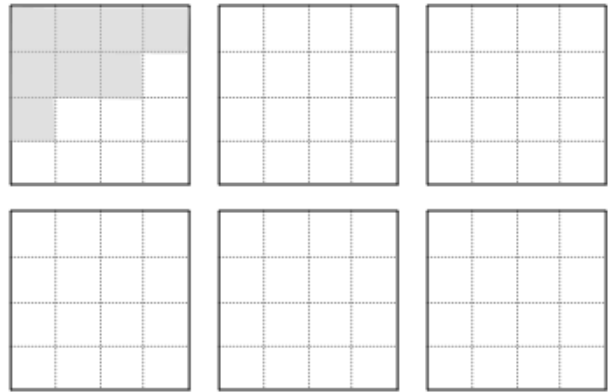
21. 如图， OC 是 $\angle AOB$ 的角平分线，点 P 、 F 在 OC 上， $PD \perp AO$ 于点 D ， $PE \perp BO$ 于点 E ，连接 DF 、 EF 。求证：

$DF = EF$.



22. 列方程解应用题：在生产操作中，有些化工原料对人体有害，所以需要机器人来搬运．现有A、B两种机器人，A型机器人比B型机器人每小时多搬运30kg，A型机器人900kg所用时间与B型机器人搬运600kg所用时间相等，则两种机器人每小时分别搬运多少化工原料？

23. 将 4×4 的棋盘沿格线划分成两个全等图形，参考图例补全另外几种．



24. 我市中小学全面开展“阳光体育”活动，某校在大课间中开设了A：体操；B：跑操；C：舞蹈；D：健美操四项活动．为了解学生最喜欢哪一项活动，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成了如图所示的两幅不完整的统计图，请根据统计图回答下列问题：

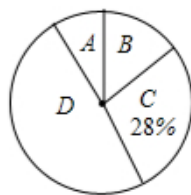


图1

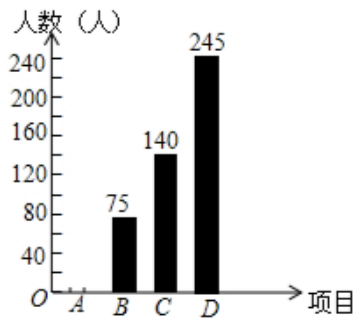
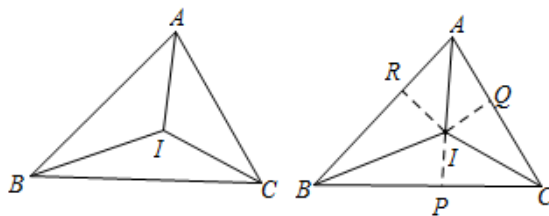


图2

- (1) 这次被调查的学生共有 _____ 人．
- (2) 请将统计图2补充完整．
- (3) 统计图1中B项目对应的扇形的圆心角是 _____ 度．
- (4) 已知该校共有学生3600人，请根据调查结果估计该校喜欢健美操的学生人数，并给出对活动安排的合理建议．

25. 小明做数学作业时遇到一道证明题：求证三角形的三条角平分线交于一点．

小明首先根据题意画出图形如下面左图．



然后他将原命题转化为：

已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 I ，求证： AI 是_____。

(1) 请帮小明补全命题的结论： AI 是_____。

(2) 结合右图，补全下面证明过程（括号中填写定理内容）

作 $IP \perp BC$ 于点 P ， $IQ \perp AC$ 于点 Q ， $IR \perp AB$ 于点 R 。

$\because BI$ 平分 $\angle ABC$ ， $IP \perp BC$ ， $IR \perp AB$ ，

$\therefore IP = IR$ （_____），

同理：_____，

$\therefore IQ = IR$ ，

又 $\because IQ \perp AC$ ， $IR \perp AB$ ，

\therefore _____（_____）。

(3) 根据上述结论，完成下述作图任务：

如图，有一张矩形纸片 $ABCD$ ，上面画有一个角的两边 m 、 n ，但是这个角的顶点 P 在纸片的外部，试在纸片上作出 $\angle P$ 的平分线。（要求：尺规作图，不得折纸，不得超出矩形纸片，保留作图痕迹，不必写作法）

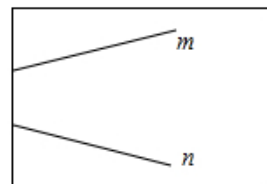
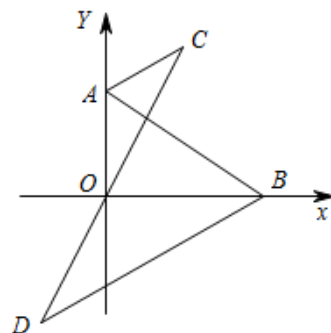


图3

26. 在平面直角坐标系中，点 $A(0,6)$ ， $B(8,0)$ ， $AB = 10$ ，如图作 $\angle DBO = \angle ABO$ ， $\angle CAO = \angle BAO$ ，直线 CD 过点 O 。



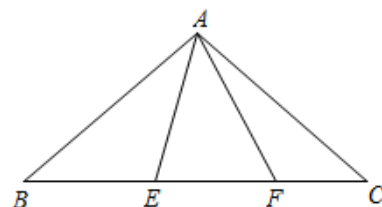
(1) 写出线段 AC 、 BD 的关系。

(2) 动点 P 从 A 出发，沿 $A - O - B$ 路线运动，速度为1，到 B 点处停止；动点 Q 从 B 出发，沿 $B - O - A$ 运动，速度为2，到 A 点处停止。二者同时开始运动，都要到达相应的终点才能停止。在某时刻，作 $PE \perp CD$ 于点 E ， $QF \perp CD$ 于点 F 。问两动点运动多长时间时 $\triangle OPE$ 与 $\triangle OQF$ 全等？

附加题 (第27题3分, 28题5分, 29、30题每题6分)

27. 已知 n 是整数, 且 $|n^2 + 2n - 224|$ 是质数, 则 $n =$ _____ .

28. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle B = \angle C = 40^\circ$, 点 E 、 F 在 BC 边上, $\angle AEF = 70^\circ$, $\angle AFE = 60^\circ$, 求线段 BE 、 EF 、 CF 围成的三角形的各内角度数.



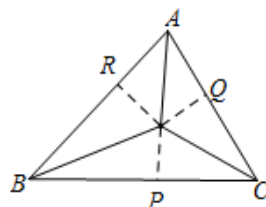
29. 在笔直的公路上, 一只老虎想捕获距离它14米远的一只兔子. 老虎跑5步的距离, 兔子要跑9步; 老虎跑3步的时间, 兔子能跑4步. 问老虎能否追上兔子. 如果能追上, 求老虎跑多远追上; 如果不能追上, 叙述理由.

30. 我们在A卷25题中证明了“三角形的三条角平分线交于一点”, 这点 I 叫做 $\triangle ABC$ 的内心, 显然内心 I 到三角形三边的距离相等, 这个距离叫做三角形的“内切圆半径”, 记作 r , 下面我们来讨论 r 的求法.

(1) 已知, 如图, $\triangle ABC$ 的三边长 $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, 面积为 S , 则 $S = S_{\triangle IAB} + S_{\triangle IBC} + S_{\triangle IAC} =$

_____ .

$\therefore r =$ _____ (用 a 、 b 、 c 、 S 表示) .



(2) 特别地, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 $\angle ACB = 90^\circ$, 如图, (1)中结论仍然成立, 而 $S = \frac{ab}{2}$, 故 $r =$ _____ (用 a 、 b 、 c 、 S 表示), 记作①式.

另外, 容易证明四边形 $IPCQ$ 为正方形, 即 $CP = CQ = r$, 所以可以得到 r 的另一种表达方式 $r =$ _____ (用 a 、 b 、 c 、 S 表示), 记作②式.

由上述①式②式相等, 请继续推导直角三角形中 a 、 b 、 c 的关系.

