2022北京十一学校初三10月月考

数　　学

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

1. 下列各式中，y是x的二次函数的是（　　）

A. $y=3x-1$　　B. $y=\dfrac{1}{x^2}$　　C. $y=3x^2+x-1$　　D. $y=2x^2+\dfrac{1}{x}$

2. 受新冠肺炎疫情影响，某企业生产总值从元月份的300万元，连续两个月降至260万元，设平均降低率为x，则可列方程（　）

A. $300(1-x)^2=260$　　B. $300(1-x^2)=260$　　C. $300(1-2x)=260$　　D. $300(1+x)^2=260$

3. 将抛物线$y=-3x^2$平移，得到抛物线$y=-3(x-1)^2-2$，下列平移方式中，正确的是（　　）

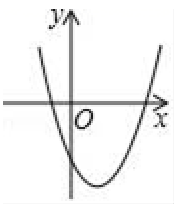
A. 先向左平移1个单位，再向上平移2个单位

B. 先向左平移1个单位，再向下平移2个单位

C. 先向右平移1个单位，再向上平移2个单位

D. 先向右平移1个单位，再向下平移2个单位

4. 二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象如图所示，$\triangle=b^2-4ac$，则下列四个选项正确的是（ ）



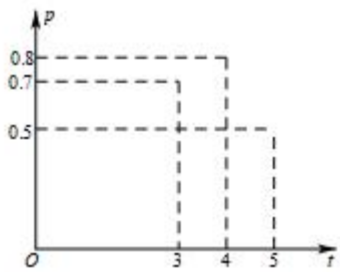
A. $b<0$，$c<0$，$\triangle>0$　　B. $b>0$，$c<0$，$\triangle>0$

C. $b>0$，$c>0$，$\triangle>0$　　D. $b<0$，$c>0$，$\triangle<0$

5. 关于x的方程（$k-3$）$x^2-4x+2=0$有实数根，则k的取值范围是（　　）

A. $k\leqslant5$　　B. $k<5$且$k\neq3$　　C. $k\leqslant5$且$k\neq3$　　D. $k\geqslant5$且$k\neq3$

6. 小高发现，用微波炉加工爆米花时，时间太短，一些颗粒没有充分爆开；时间太长，就糊了.如果将爆开且不糊的粒数的百分比称为“可食用率”.在特定条件下，可食用率p与加工时间t（单位：分钟）满足的函数关系$p=at^2+bt+c$（a、b、c是常数），小高记录了三次实验的数据（如下图）.根据上述函数模型和实验数据，可以得到最佳加工时间为（　　）



A. 3.50 分钟　　　　B. 3.75 分钟　　　　C. 4.00 分钟　　　　D. 4.25 分钟

7. 已知 4 是关于 x　方程 $x^2-5mx+12m=0$ 的一个根，且这个方程的两个根恰好是等腰三角形 ABC 的两条边长，则△ABC 的周长为（　　）

A. 14　　　　B. 16　　　　C. 12 或 14　　　　D. 14 或 16

8. 表中所列 x，y 的 6 对值是二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 图像上的点所对应的坐标，其中 $-3<x_1<x_2<x_3<x_4<1$，$n<m$，

x	…	-3	x_1	x_2	x_3	x_4	1	…
y	…	m	0	c	0	n	m	…

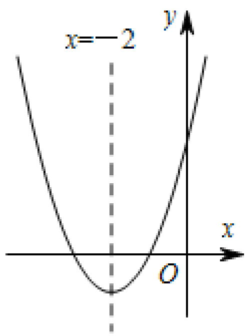
根据表中信息，下列四个结论：①$b-2a=0$；②$abc<0$；③$3a+c>0$；④如果 $x_3=\frac{1}{2}$，$c=-\frac{5}{4}$，那么当 $-3<x<0$ 时，直线 $y=k$ 与该二次函数图象有一个公共点，则 $-\frac{5}{4}\leq k<\frac{7}{4}$；其中正确的有（　　）

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 请写出一个一元二次方程，要求满足下列两个条件：①有两个不相等的实数根；②其中有一个根为 $x=-2$，所写的方程是______.

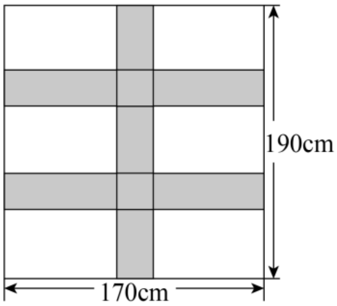
10. 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象如图所示，若点 $A(0，y_1)$和 $B(-3，y_2)$在此函数图象上，则 y_1___y_2（填“＜“ “＞”或“＝”）.



11. 有一个人患了新冠肺炎，经过两轮传染后共有 169 人患了新冠肺炎，每轮传染中平均一个人传染了______个人.

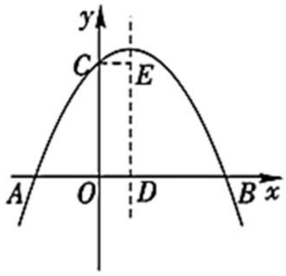
12. 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点（-1，0）和（3，0），则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为________________.

13. 特殊时期，市疾控专家提醒广大市民，乘坐电梯切莫大意，务必做好个人防护措施．如图所示，某商场在厢式电梯地面铺设了醒目的隔离带，提醒顾客乘坐电梯时持足够的空间距离，减少接触．电梯地面部分为一个长为190cm，宽为170cm 的矩形地面，已知无隔离带区域（空白部分）的面积为 29700cm^2，若设隔离带的宽度均为 $x$cm，那么 x 满足的一元二次方程是________.

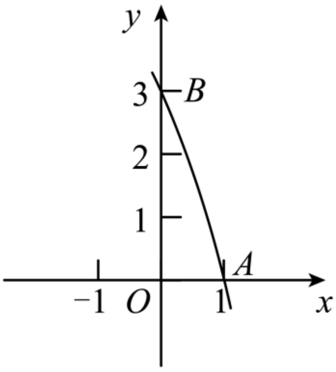


14. 若x_1，x_2是方程$x^2-4x-2020=0$是方程的两个实数根，则代数式$x_1^2-2x_1+2x_2$的值等于___________.

15. 如图，抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）与y轴交于点C，与x轴交于A，B两点，其中点B的坐标为$B(4,0)$，抛物线的对称轴交x轴于点D，$CE//AB$，并与抛物线的对称轴交于点E．现有下列结论：①$a>0$；②$b>0$；③$4a+2b+c<0$；④$AD+CE=4$．其中所有正确结论的序号是______.



16. 在平面直角坐标系xOy中，开口向下的抛物线$y=ax^2+bx+c$的一部分图象如图所示，它与x轴交于A（1，0），与y轴交于点B（0，3），可以判断a的取值范围是______________.



三、解答题

17. 用适当的方法解下列方程：

（1）$(x-3)^2=25$

（2）$3x^2+2x-2=0$

18. 已知a是方程$x^2-2x-4=0$的一个实数根，求代数式$(a-2)^2+(a+1)(a-1)$的值.

19. 已知：二次函数$y=x^2+bx+c$的图象与y轴交于点$A(0，-3)$，且经过点$B(2，5)$.

（1）求二次函数的解析式；

（2）将（1）中求得的函数解析式用配方法化成$y=（x-h）^2+k$的形式.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+m-1=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

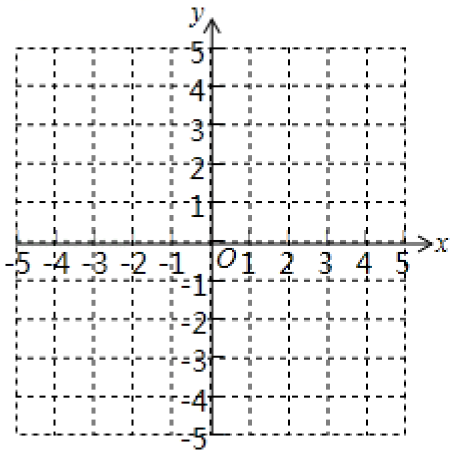
（2）若方程有一个根为负数，求 m 的取值范围.

21. 对于抛物线 $y=x^2-4x+3$.

（1）它与 x 轴交点的坐标为______，与 y 轴交点的坐标为_____，顶点坐标为_____；

（2）在坐标系中画出此抛物线的图象；

（3）当 $-1<x<\dfrac{7}{2}$ 时，y 的取值范围是_____.



22. 运动员将小球沿与地面成一定角度 方向击出，在不考虑空气阻力的条件下，小球的飞行高度 h（m）与它的飞行时间 t（s）满足二次函数关系，t 与 h 的几组对应值如下表所示.

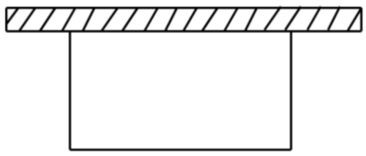
t（s）	0	0.5	1	1.5	2	…
h（m）	0	8.75	15	18.75	20	…

（1）求 h 与 t 之间的函数关系式（不要求写 t 的取值范围）；

（2）求小球飞行 3s 时 高度；

（3）问：小球的飞行高度能否达到 22m？请说明理由.

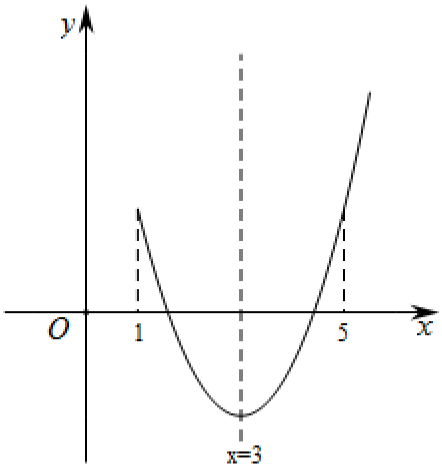
23. 如图，要在墙边围一个矩形花圃．花圃的一边靠墙（墙的长度不限），另三边用篱笆围成．如果矩形花圃的面积为 50 平方米，篱笆长 20 米，求矩形花圃的长和宽各是多少米？



24. 阅读下面的材料：

小明在学习中遇到这样一个问题：若 1≤x≤m，求二次函数 $y=x^2-6x+7$ 的最大值．他画图研究后发现，

$x=1$和$x=5$时的函数值相等，于是他认为需要对m进行分类讨论．他的解答过程如下：



∵二次函数$y=x^2-6x+7$的对称轴为直线$x=1$，

∴由对称性可知，$x=1$和$x=5$时的函数值相等.

∴若1≤m＜5，则$x=1$时，y的最大值为2；

若m≥5，则$x=m$时，y的最大值为m^2-6m+7.

请你参考小明的思路，解答下列问题：

（1）当-2≤x≤4时，二次函数$y=2x^2+4x+1$的最大值为_______；

（2）若p≤x≤2，求二次函数$y=2x^2+4x+1$的最大值；

（3）若t≤x≤t+2时，二次函数$y=2x^2+4x+1$的最大值为31，则t的值为_______.

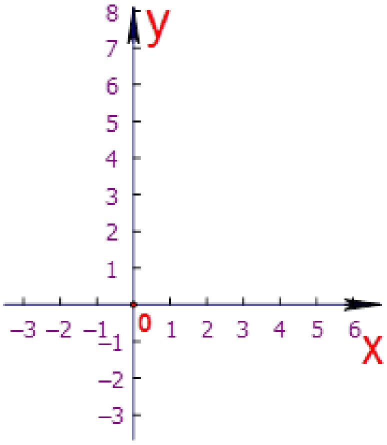
25. 在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=-x^2+mx+n$与x轴交于点A，B（A在B 左侧）.

（1）抛物线的对称轴为直线x=-3，AB=4．求抛物线的表达式；

（2）平移（1）中的抛物线，使平移后的抛物线经过点O，且与x正半轴交于点C，记平移后的抛物线顶点为P，若△OCP是等腰直角三角形，求点P的坐标；

（3）当m=4时，抛物线上有两点M（x_1，y_1）和N（x_2，y_2），若x_1＜2，x_2＞2，x_1+x_2＞4，试判断y_1与y_2的大小，并说明理由.

26. 在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=ax^2-2ax-3a$ (a<0)经过点A（-1，0），将点B（0，4）向右平移5个单位长度，得到点C.



(1)求点 C 的坐标；

(2)求抛物线的对称轴；

(3)若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点，结合函数图像，求 a 的取值范围.

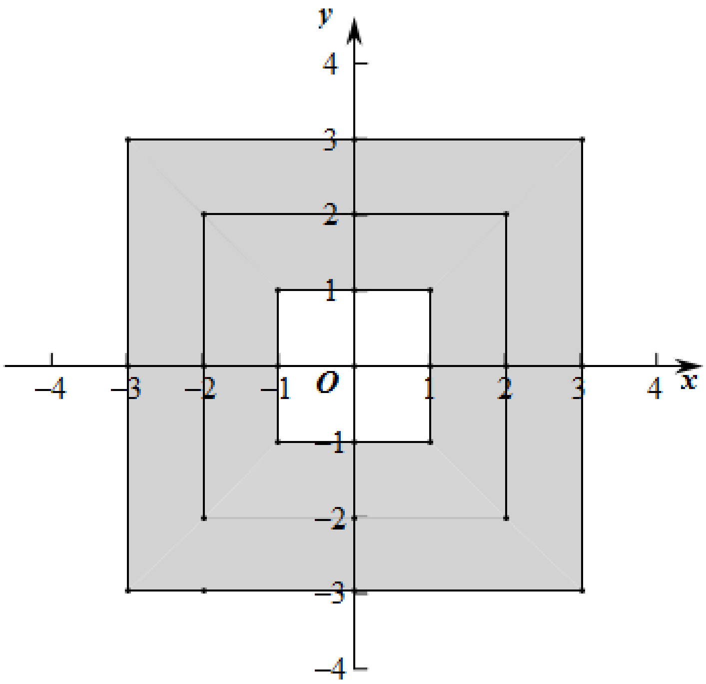
27. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和正方形给出如下定义：若正方形的对角线交于点 O，四条边分别和坐标轴平行，我们称该正方形为“原点正方形”． 当“原点正方形”上存在点 Q，满足 $PQ\le1$ 时，称点 P 为原点正方形的“友好点”．

（1）当“原点正方形”边长为 4 时，

①在点 $P_1(0，0)$，$P_2(－1，1)$，$P_3(1，3)$，$P_4(3，3)$中，“原点正方形”的“友好点”是____；

②点 P 在直线 $y=x$ 的图象上，若点 P 为“原点正方形”的“友好点”，求点 P 横坐标的取值范围；

（2）一次函数 $y=－x+2$ 图象分别与 x 轴，y 轴交于点 A、B，若线段 AB 上存在“原点正方形”的“友好点”，直接写出“原点正方形”边长 a 的取值范围.



参考答案

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

1. 【答案】C

【解析】

【分析】根据二次函数的定义：形如$y=ax^2+bx+c$（a、b、c是常数，$a\neq 0$）的函数，叫做二次函数求解可得.

【详解】解：A、$y=3x-1$是一次函数，不符合题意；

B、$y=\dfrac{1}{x^2}$中右边不是整式，不是二次函数，不符合题意；

C、$y=3x^2+x-1$是二次函数，符合题意；

D、$y=2x^2+\dfrac{1}{x}$中右边不是整式，不是二次函数，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题主要考查二次函数的定义，解题的关键是掌握形如$y=ax^2+bx+c$（a、b、c是常数，$a\neq 0$）的函数，叫做二次函数.

2. 【答案】A

【解析】

【分析】根据该企业元月份及经过两个月降低后的生产总值，即可得出关于x的一元二次方程，此题得解.

【详解】解：由题意可得，元月份为300万元，2月份为300（$1-x$），3月份为300（$1-x$）$^2=260$.

故选：A.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

3. 【答案】D

【解析】

【详解】解：将抛物线$y=-3x^2$平移，先向右平移1个单位得到抛物线$y=-3$（$x-1$）^{2}， 再向下平移2个单位得到抛物线$y=-3$（$x-1$）$^2-2$.

故选D.

【点睛】此题考查了抛物线的平移问题，根据“上加下减，左加右减”解决问题.

4. 【答案】A

【解析】

【分析】利用抛物线的开口方向先确定a的符合，再利用对称轴的位置确定b的符合，接着利用抛物线与y轴的交点位置确定c的符合，然后根据抛物线与x轴个数确定△的符合，从而可对各选项进行判断.

【详解】解：∵抛物线开口向上，

∴$a>0$，

∵抛物线的对称轴在 y 轴的右侧，

∴ $x=-\dfrac{b}{2a}>0$，

又∵$a>0$，

∴$b<0$，

∵抛物线与 y 轴的交点在 x 轴下方，

∴$c<0$，

∵抛物线与 x 轴有 2 个交点，

∴ $\Delta>0$.

故选：A.

【点睛】本题考查了二次函数图象与系数的关系：二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小．当 $a>0$ 时，抛物线向上开口；当 $a<0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时，对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时，对称轴在 y 轴右．常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点：抛物线与 y 轴交于（0，c）．抛物线与 x 轴交点个数由判别式确定：$\Delta=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点；$\Delta=b^2-4ac=0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点；$\Delta=b^2-4ac<0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点.

5. 【答案】A

【解析】

【分析】讨论：当 $k-3=0$，即 $k=3$，方程为一元一次方程，有一个解；当 $k-3\neq0$ 时，利用判别式的意义得到△＝（-4）$^2-4$（$k-3$）$\times2\geq0$，解得 $k\leq5$ 且 $k\neq3$，然后综合两种情况得到 k 的范围.

【详解】当 $k-3=0$，即 $k=3$，方程化为 $-4x=2$，解得 $x=-\frac{1}{2}$ ；

当 $k-3\neq0$ 时，△＝（-4）$^2-4$（$k-3$）$\times2\geq0$，解得 $k\leq5$ 且 $k\neq3$，

综上所述，k 的范围为 $k\leq5$.

故选：A.

【点睛】本题考查了一元二次方程的根的判别式，解题的关键是不要漏掉当二次项系数为零的情况.

6. 【答案】B

【解析】

【分析】利用待定系数法求函数解析式，再根据二次函数的性质进行解题即可.

【详解】解：由题意得：$\begin{cases}9a+3b+c=0.7\\16a+4b+c=0.8\\25a+5b+c=0.5\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=-0.2\\b=1.5\\c=-2\end{cases}$，

故二次函数解析式为：$p=-0.2t^2+1.5t-2$，

∴当$t=-\frac{b}{2a}=-\frac{1.5}{2\times(-0.2)}=3.75$时，食用率最高；

故选 B．

【点睛】本题考查二次函数的最值问题．解题的关键是根据所给信息准确的求出函数解析式．

7. 【答案】D

【解析】

【分析】先把 x=4 代入方程 x^2-5mx+12m=0 得 m=2，则方程为 x^2-10x+24=0，利用因式分解法解方程得到 x_1=4，x_2=6，再利用等腰三角形的性质和三角形三边的关系确定三角形三边长，然后计算对应的三角形周长．

【详解】把 x=4 代入方程 x^2-5mx+12m=0 得 16-20m+12m=0，解得 m=2，

则方程为 x^2-10x+24=0，

（x-4）（x-6）=0，

所以 x_1=4，x_2=6，

因为这个方程的两个根恰好是等腰三角形 ABC 的两条边长，

所以这个等腰三角形三边分别为 4、4、6；4、6、6，

所以△ABC 的周长为 14 或 16．

故选 D．

【点睛】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解．

8. 【答案】D

【解析】

【分析】根据（-3，m），（1，m）在二次函数$y=ax^2+bx+c\left(a\neq0\right)$图像上代入解析式得$\begin{cases}m=9a-3b+c\\m=a+b+c\end{cases}$两式相减得出$b=2a$可判断①$b-2a=0$正确；根据$\left(x_1,0\right),\left(x_3,0\right)$在二次函数图像上，可判断对称轴在$x_1$与$x_3$之间，根据在对称轴右侧，$x_4$＜1，$n<m$函数随 x 增大而增大，可得二次函数开口向上，a＞0，$b=2a$＞0，根据增减性$x_2<x_3<x_4<1$，可得 c＜0，可判断②$abc<0$正确；根据$x_3<x_4<1$，在对称轴右侧，函数随 x 增大而增大，可得 0＜n＜m，根据$\begin{cases}m=9a-3b+c\\3m=3a+3b+3c\end{cases}$，两式相加得出$3a+c=m$＞0，可判断③$3a+c>0$正确；根据对称性求出二次函数的对称轴为$x=\frac{-3+1}{2}=-1$，根据对称两点$x_3=\frac{1}{2}$，利用对称轴可求$x_1=-\frac{5}{2}$，进而可得$y=a\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$，根据$c=-\frac{5}{4}$，可求$y==x^2+2x-\frac{5}{4}$，求出 x=-3 时函数值直线$y=k$与该二次函数图象有一个公共点，得出-$\frac{5}{4}$＜k＜$\frac{7}{4}$即可．

【详解】解：∵（-3，m），（1，m）在二次函数$y=ax^2+bx+c\left(a\neq0\right)$图像上

$\therefore \begin{cases} m = 9a - 3b + c \\ m = a + b + c \end{cases}$

$\therefore$解得$b = 2a$

故①$b - 2a = 0$正确；

$\because (x_1,0),(x_3,0)$在二次函数图像上

$\therefore$对称轴在x_1与x_3之间

在对称轴右侧，$x_4 < 1$，$n < m$函数随x增大而增大，

$\therefore$二次函数开口向上，$a>0$，$b = 2a > 0$，

$\because -3 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < 1$

$\therefore c<0$

故②$abc < 0$正确；

$\because x_3 < x_4 < 1$，在对称轴右侧，函数随x增大而增大，

$\therefore 0<n<m$，

$\therefore \begin{cases} m = 9a - 3b + c \\ 3m = 3a + 3b + 3c \end{cases}$，

$\therefore 12a + 4c = 4m$即$3a + c = m > 0$，

故③$3a + c > 0$正确；

二次函数的对称轴为$x = \dfrac{-3+1}{2} = -1$，

$\because x_3 = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore \dfrac{x_1 + \dfrac{1}{2}}{2} = -1$，

解得$x_1 = -\dfrac{5}{2}$，

$\therefore y = a\left(x + \dfrac{5}{2}\right)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$，

$\therefore y = a\left(x + \dfrac{5}{2}\right)\left(x - \dfrac{1}{2}\right) = ax^2 + 2ax - \dfrac{5}{4}a$，

$\because c = -\dfrac{5}{4}$，

$\therefore -\dfrac{5}{4}a = c = -\dfrac{5}{4}$，

$\therefore a = 1$，

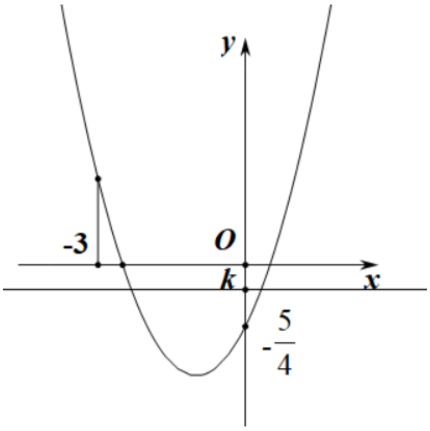
$\therefore y == x^2+2x-\dfrac{5}{4}$，

当 x=-3 时， $y == (-3)^2+2\times(-3)-\dfrac{5}{4}=9-6-\dfrac{5}{4}=\dfrac{7}{4}$，

直线 $y=k$ 与该二次函数图象有一个公共点，

$\therefore -\dfrac{5}{4}<k<\dfrac{7}{4}$，

故④正确



∴正确　有 4 个.

故选择 D.

【点睛】本题考查表格信息获取与处理，待定系数法求二次函数解析式，函数值，根据对称两点求对称轴，二次函数的性质，掌握表格信息获取与处理，待定系数法求二次函数解析式，函数值，根据对称两点求对称轴，二次函数的性质是解题关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 【答案】答案不唯一，如 $x^2-4=0$， $x^2+2x=0$ 等

【解析】

【分析】属于开放性题，答案不唯一，当 $x=-2$ 和 $x=2$ 时，此时求出方程为： $x^2-4=0$，当 $x=-2$ 和 $x=0$ 时求出方程为： $x^2+2x=0$.

【详解】解：根据题意可得：

当 $x=-2$ 和 $x=2$ 时，

此时求出方程为： $x^2-4=0$，

当 $x=-2$ 和 $x=0$ 时求出方程为：

$x^2+2x=0$.

【点睛】本题考查由方程的根求一元二次方程的题，解题关键是倒着推，符合题意即可.

10. 【答案】＞

【解析】

【分析】根据抛物线的对称性，在对称轴同侧的可根据增减性由自变量 x 的大小得出函数值 y 的大小，在

对称轴一侧的可根据离对称轴的远近和抛物线的增减性进行判断即可．

【详解】解：∵由图象可知：抛物线的对称轴为直线 $x=-2$，开口向上，

∴当 $x=-2$ 时，y 取得最小值，

∵点 A（0，y_1）与对称轴直线 $x=-2$ 相距 2 个单位长度，点 B（-3，y_2）与对称轴直线 $x=-2$ 相距 1 个单位长度，

∴点 A 比点 B 离对称轴要远，

∴$y_1>y_2$，

故答案为：$>$．

【点睛】本题考查了二次函数的的图象和性质，根据增减性、对称性和自变量 x 的大小判断相应函数值的大小是解决本题的关键．

11．【答案】12

【解析】

【分析】设平均一人传染了 x 人，根据有一人患了流感，经过两轮传染后共有 169 人患了流感，列方程求解

【详解】解：设平均一人传染了 x 人，

$x+1+(x+1)x=169$

解得：$x=12$ 或 $x=-14$（舍去）．

∴平均一人传染 12 人．

故答案为：12．

【点睛】本题考查理解题意的能力，关键是看到两轮传染，从而可列方程求解．

12．【答案】$x_1=-1$，$x_2=3$

【解析】

【分析】利用抛物线与 x 轴的交点问题确定方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解．

【详解】解：∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点（-1，0）和（3，0），

∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=-1$，$x_2=3$ ．

故答案为：$x_1=-1$，$x_2=3$．

【点睛】本题考查了抛物线与 x 轴的交点：把求二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq0$）与 x 轴的交点坐标问题转化为解关于 x 的一元二次方程．也考查了二次函数的性质．

13．【答案】$(170-x)(190-2x)=29700$

【解析】

【分析】把空白部分的面积看作是长为 $(170-x)$ cm，宽为 $(190-2x)$ cm 的长方形的面积列方程即可．

【详解】解：设隔离带的宽度均为 $x$cm，

由题意得：$(170-x)(190-2x)=29700$，

故答案为：$(170-x)(190-2x)=29700$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找出合适的等量关系是解题的关键.

14. 【答案】2028

【解析】

【分析】根据一元二次方程的解的概念和根与系数的关系得出 ${x_1}^2-4x_1=2020$，$x_1+x_2=4$，代入原式$={x_1}^2-4x_1+2x_1+2x_2={x_1}^2-4x_1+2(x_1+x_2)$计算可得.

【详解】解：∵ x_1，x_2是方程$x^2-4x-2020=0$的两个实数根，

∴ $x_1+x_2=4$，${x_1}^2-4x_1-2020=0$，即${x_1}^2-4x_1=2020$，

则原式$={x_1}^2-4x_1+2x_1+2x_2$

$={x_1}^2-4x_1+2(x_1+x_2)$

$=2020+2\times4$

$=2020+8$

$=2028$.

故答案为：2028.

【点睛】本题主要考查根与系数的关系，解题的关键是掌握x_1，x_2是一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\bullet x_2=\frac{c}{a}$.

15. 【答案】②④

【解析】

【分析】①根据抛物线开口方向即可判断；

②根据对称轴在y轴右侧即可判断b的取值范围；

③根据抛物线与x轴的交点坐标与对称轴即可判断；

④根据抛物线与x轴的交点坐标及对称轴可得AD=BD，再根据CE∥AB，即可得结论.

【详解】①观察图象开口向下，a＜0，

所以①错误；

②对称轴在y轴右侧，b＞0，

所以②正确；

③因为抛物线与x轴的一个交点B的坐标为（4，0），

对称轴在y轴右侧，

所以当x=2时，y＞0，即4a+2b+c＞0，

所以＞③错误；

④∵抛物线$y=ax^2+bx+c$（a≠0）与x轴交于A，B两点，

∴AD=BD，

∵CE∥AB，

∴四边形ODEC为矩形，

∴CE=OD，

∴AD+CE=BD+OD=OB=4，

所以④正确．

综上：②④正确．

故答案为：②④．

【点睛】此题考查二次函数图象与系数的关系，解题的关键是综合运用二次函数图象上点的坐标特征、抛物线与x轴的交点进行计算．

16. 【答案】﹣3＜a＜0##$0>a>-3$

【解析】

【分析】根据图象得出a＜0，b＜0，由抛物线与x轴交于A（1，0），与y轴交于点B （0，3），得出$a+b$＝﹣3，得出﹣3＜a＜0即可．

【详解】解：根据图象得：a＜0，b＜0，

∵抛物线与x轴交于A（1，0），与y轴交于点B （0，3），

∴$\begin{cases} a+b+c=0 \\ c=3 \end{cases}$，

∴$a+b$＝﹣3，

∵b＜0，

∴﹣3＜a＜0．

故答案为：﹣3＜a＜0．

【点睛】本题考查了抛物线与x轴的交点、二次函数图象与系数的关系，难度一般，关键是正确获取图象信息进行解题．

三、解答题

17. 【答案】（1）$x_1=8$，$x_2=-2$

（2）$x_1=\dfrac{-1+\sqrt{7}}{3}$ ，$x_2=\dfrac{-1-\sqrt{7}}{3}$

【解析】

【分析】（1）利用直接开平方法解方程；

（2）利用公式法法解方程．

【小问1详解】

$(x-3)^2=25$，

（x﹣3）＝±5，

所以$x_1=8$，$x_2=-2$；

【小问 2 详解】

$3x^2+2x-2=0$，

$a=3$，$b=2$，$c=-2$，

∵ $\Delta=2^2-4\times3\times(-2)$

$=4+24$

$=28>0$，

∴ $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{28}}{6}$，

∴ $x_1=\dfrac{-1+\sqrt{7}}{3}$ ，$x_2=\dfrac{-1-\sqrt{7}}{3}$.

【点睛】本题主要考查解一元二次方程的能力，熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法：直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法，结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键.

18. 【答案】11

【解析】

【分析】根据方程根的概念可得 $a^2-2a=4$，将所求代数式变形为

$\left(a-2\right)^2+\left(a+1\right)\left(a-1\right)=a^2-4a+4+a^2-1=2\left(a^2-2a\right)+3$，然后利用整体代入的方法进行求解即可得.

【详解】∵ a 是方程 $x^2-2x-4=0$ 的一个根，

∴ $a^2-2a-4=0$，即 $a^2-2a=4$，

∴ $\left(a-2\right)^2+\left(a+1\right)\left(a-1\right)=a^2-4a+4+a^2-1$

$=2\left(a^2-2a\right)+3$

$=2\times4+3=11$.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的定义，代数式求值，正确理解方程根的概念是解题的关键.

19. 【答案】(1) $y=x^2+2x-3$；(2) $y=(x+1)^2-4$

【解析】

【分析】(1) 直接把 A 点和 B 点坐标代入 $y=x^2+bx+c$ 得到关于 b 、c 的方程组，然后解方程组求出 b 、c 即可；

(2) 利用配方法把 $y=x^2+2x-3$ 配成 $y=(x+1)^2-4$ 即可.

详解】解：(1) 将 $A(0，-3)$，$B(2，5)$代入 $y=x^2+bx+c$，

得 $\begin{cases}c=-3\\4+2b+c=5\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$，

∴二次函数的解析式为 $y=x^2+2x-3$；

（2）$y=x^2+2x-3$

$=x^2+2x+1-1-3$

$=(x+1)^2-4$，

∴二次函数的顶点式为 $y=(x+1)^2-4$．

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．一般地，当已知抛物线上三点时，常选择一般式，用待定系数法列三元一次方程组来求解；当已知抛物线的顶点或对称轴时，常设其解析式为顶点式来求解；当已知抛物线与 x 轴有两个交点时，可选择设其解析式为交点式来求解．

20．【答案】（1）见解析；（2）$m<1$

【解析】

【分析】（1）计算方程根的判别式，判断其符号即可；

（2）求方程两根，结合条件则可求得 m 的取值范围．

【详解】（1）$\Delta=b^2-4ac=(-m)^2-4\times1\times(m-1)=(m-2)^2$，

∵ $(m-2)^2\geq0$，

∴方程总有实数根；

（2）∵ $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，

∴ $x_1=\dfrac{m+m-2}{2}=m-1$，$x_2=\dfrac{m-m+2}{2}=1$，

∵方程有一个根为负数，

∴ $m-1<0$，

∴ $m<1$．

【点睛】本题主要考查根的判别式，熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系是解题的关键．

21．【答案】（1）$(1,0)$，$(3,0)$；$(0,3)$；$(2,-1)$；（2）画图见解析；（3）$-1<y<8$

【解析】

【分析】（1）解方程 $x^2-4x+3=0$ 得抛物线与 x 轴的交点坐标；计算自变量为 0 对应的函数值得到抛物线与 y 轴的交点坐标；把一般式化为顶点式得到抛物线的顶点坐标；

（2）通过列表：描点、连线画出二次函数图象；

（3）根据图象可得，$-1<x<\dfrac{7}{2}$ 包含 $x=2$，所以这部分图象对应的最小值是在 $x=2$ 时取得，又因为 $x=-1$ 比 $x=\dfrac{7}{2}$ 距离 $x=2$ 更远，所以当 $x=-1$ 时取得最大值，综合可求得结果 $-1<y<8$．

【详解】解：（1）当 $y=0$ 时，$x^2-4x+3=0$，

解得 $x_1=1$，$x_2=3$，

则抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(1,0)$，$(3,0)$；

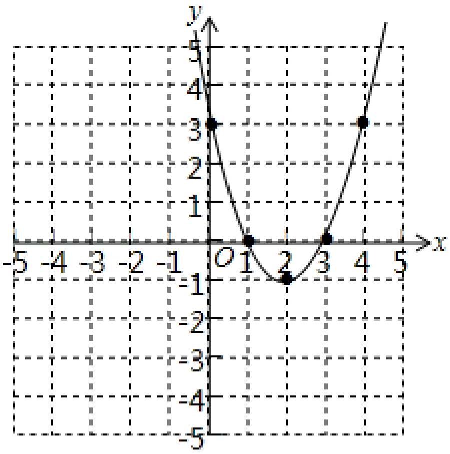
当 $x=0$ 时，$y=x^2-4x+3=3$，

则抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0,3)$，

$\because y=(x-2)^2-1$，

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(2,-1)$；

（2）抛物线图象如下：



（3）由（2）的图中可得 $x=1$ 与 $x=\dfrac{7}{2}$ 分别在对称轴 $x=2$ 两侧，

$\because$ 当 $x=-1$ 时，$y_{\max}=x^2-4x+3=8$；

当 $x=\dfrac{7}{2}$ 时，$y=x^2-4x+3=\dfrac{5}{4}>-1$，

$\therefore y_{\min}=-1$，

$\therefore$ 当 $-1<x<\dfrac{7}{2}$ 时，$-1<y<8$.

故答案为：$(1,0)$，$(3,0)$；$(0,3)$；$(2,-1)$；$-1<y<8$.

【点睛】本题考查了抛物线与 x 轴的交点：把求二次函数 $y=ax^2+bx+c(a$，b，c 是常数，$a\neq0)$ 与 x 轴的交点坐标问题转化解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标．将二次函数化成顶点式可求得二次函数的顶点坐标；利用列表描点连线的方法可以作图，同时也可以根据图象可求得在已知范围内的函数值范围．

22. 【答案】（1）$h=-5t^2+20t$；（2）小球飞行 3s 时的高度为 15 米；（3）小球的飞行高度不能达到 22m．

【解析】

【分析】（1）设 h 与 t 之间的函数关系式为 $h=at^2+bt$（$a\neq0$），然后再根据表格代入 $t=1$ 时，$h=15$；$t=2$ 时，$h=20$ 可得关于 a、b 的方程组，再解即可得到 a、b 的值，进而可得函数解析式；

（2）根据函数解析式，代入 $t=3$ 可得 h 的值；

（3）把函数解析式写成顶点式的形式可得小球飞行的最大高度，进而可得答案．

【详解】解：（1）∵$t=0$时，$h=0$，

∴设h与t之间的函数关系式为$h=at^2+bt$（$a\neq 0$），

∵$t=1$时，$h=15$；$t=2$时，$h=20$，

∴$\begin{cases}a+b=15\\4a+2b=20\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-5\\b=20\end{cases}$，

∴h与t之间的函数关系式为$h=-5t^2+20t$；

（2）小球飞行3秒时，$t=3$（s），此时$h=-5\times 3^2+20\times 3=15$（$m$）．

答：小球飞行3s时的高度为15米；

（3）∵$h=-5t^2+20t=-5(t-2)^2+20$，

∴小球飞行的最大高度为20m，

∵$22>20$，

∴小球的飞行高度不能达到22m．

【点睛】此题主要考查了二次函数的应用，关键是掌握待定系数法求函数解析式，掌握配方法化顶点解析式．

23. 【答案】长为10米、宽为5米

【解析】

【分析】设围成的矩形花圃的宽为x米，则长为$\left(20-2x\right)$米．利用矩形的面积计算公式，即可得出关于x的一元二次方程，解之即可得出矩形花圃的宽，再将其代入（20-2x）中即可求出矩形花圃的长．

【详解】设围成的矩形花圃的宽为x米，则长为$\left(20-2x\right)$米．

根据题意列方程：$x\left(20-2x\right)=50$

解得：$x_1=x_2=5$

则$20-2x=10$．

答：矩形花圃的长10米、宽5米．

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

24. 【答案】(1) 49；(2) 若$p\leq -4$，则当$x=p$时，y的最大值为$2p^2+4p+1$，若$-4<p\leq 2$，则当$x=2$时，y的最大值为17；(3) t的值为1或-5．

【解析】

【分析】试题分析：(1) 先求出抛物线的对称轴为直线$x=-1$，然后确定当$x=4$时取得最大值，代入函数解析式进行计算即可得解；(2) 先求出抛物线的对称轴为直线$x=-1$，再根据对称性可得$x=-4$和$x=2$时函数值相等，然后分$p\leq -4$，$-4<p\leq 2$讨论求解；(3) 根据 (2) 的思路分$t<-2$，$t\geq -2$时两种情况讨论求解．

【详解】解：(1) ∵抛物线的对称轴为直线$x=-1$，

∴当$-2\le x\le 4$时，二次函数$y=2x^2+4x+1$的最大值为：$2\times 4^2+4\times 4+1=49$；

（2）∵二次函数$y=2x^2+4x+1$的对称轴为直线$x=-1$，

∴由对称性可知，当$x=-4$和$x=2$时函数值相等，

∴若$p\le -4$，则当$x=p$时，y的最大值为$2p^2+4p+1$，

若$-4<p\le 2$，则当$x=2$时，y的最大值为17；

（3）$t<-2$时，最大值为：$2t^2+4t+1=31$，

整理得，$t^2+2t-15=0$，

解得$t_1=3$（舍去），$t_2=-5$，

$t\ge -2$时，最大值为：$2(t+2)^2+4(t+2)+1=31$，

整理得，$(t+2)^2+2(t+2)-15=0$，

解得$t_1=1$，$t_2=-7$（舍去），

所以，t的值为1或-5．

【点睛】考点：二次函数的最值；本题考查了二次函数的最值问题，主要利用了二次函数的对称性，确定出抛物线的对称轴解析式是确定p和t的取值范围的关键，难点在于读懂题目信息．

25．【答案】（1）$y=-x^2-6x-5$．（2）点P的坐标（1，1）．（3）$y_1>y_2$．

【解析】

【分析】（1）先根据抛物线和x轴的交点及线段的长，求出抛物线的解析式；

（2）根据平移后抛物线的特点设出抛物线的解析式，再利用等腰直角三角形的性质求出抛物线解析式；

（3）根据抛物线的解析式判断出点M，N的大概位置，再关键点M，N的横坐标的范围即可得出结论．

【详解】（1）抛物线$y=-x^2+mx+n$的对称轴为直线$x=-3$，$AB=4$．

∴点A（-5，0），点B（-1，0）．

∴抛物线的表达式为$y=-(x+5)(x+1)$

∴$y=-x^2-6x-5$．

（2）如图1，

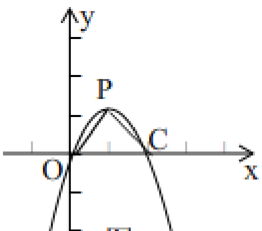


图1

依题意，设平移后的抛物线表达式为：$y=-x^2+bx$．

∴抛物线的对称轴为直线$x=\dfrac{b}{2}$，抛物线与x正半轴交于点C（b，0）．

∴$b>0$．

记平移后的抛物线顶点为P，

∴点 P 的坐标（$\frac{b}{2}$，$\frac{b^2}{4}$），

∵△OCP 是等腰直角三角形，

∴ $\frac{b}{2}=\frac{b^2}{4}$

∴b=2.

∴点 P 的坐标（1，1）.

（3）如图 2，

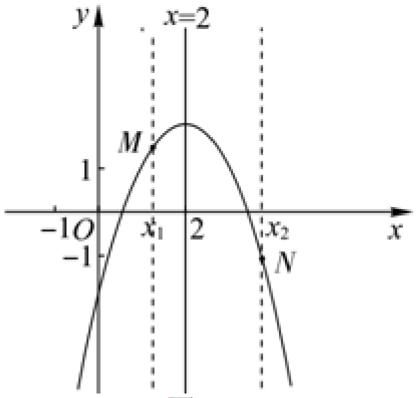


图2

当 m=4 时，抛物线表达式为：$y=-x^2+4x+n$.

∴抛物线的对称轴为直线 x=2.

∵点 M（x_1，y_1）和 N（x_2，y_2）在抛物线上，

且 $x_1<2$，$x_2>2$，

∴点 M 在直线 x=2 的左侧，点 N 在直线 x=2 的右侧.

∵$x_1+x_2>4$，

∴$2-x_1<x_2-2$，

∴点 M 到直线 x=2 的距离比点 N 到直线 x=2 的距离近，

∴$y_1>y_2$.

【点睛】此题是二次函数综合题，主要考查了抛物线　性质，待定系数法，平移的性质，顶点坐标的确定，函数值大小的确定，解本题的关键是熟练掌握抛物线的性质，是一道中等难度的中考常考题.

26. 【答案】(1）C（5,4)；(2）x=1； (3) $a<-\frac{4}{3}$ 或 $a=-1$

【解析】

【分析】(1）根据坐标平移的特点是左减右加、上加下减可以求得点 C 的坐标；

（2）根据抛物线 C_1：$y=ax^2-2ax-3a$（$a\neq0$）可以求得该抛物线的对称轴；

（3）分三种情况讨论：①当抛物线顶点在线段 BC 上时，②当抛物线与直线 BC 的左交点在 B 的左边，右交点在线段 BC 上时，③当抛物线与直线 BC 的左交点在线段 BC 上，右交点在线段 BC 的延长线上时.

【详解】(1）∵点 B（0，4）向右平移 5 个单位长度，得到点 C，

∴点 C 的坐标为（5，4）；

（2）∵抛物线 C_1：$y=ax^2-2ax-3a$，

∴对称轴是直线 $x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$；

（3）∵$y=ax^2-2ax-3a=a(x-1)^2-4a$，

∴分三种情况讨论：

①当抛物线顶点在线段 BC 上时，抛物线与线段 BC 只有一个交点，此时 $-4a=4$，

解得：$a=-1$；

②当抛物线与直线 BC 的左交点在 B 的左边，右交点在线段 BC 上时，抛物线与线段 BC 只有一个交点，此时抛物线与 y 轴的交点在点 B 上方，

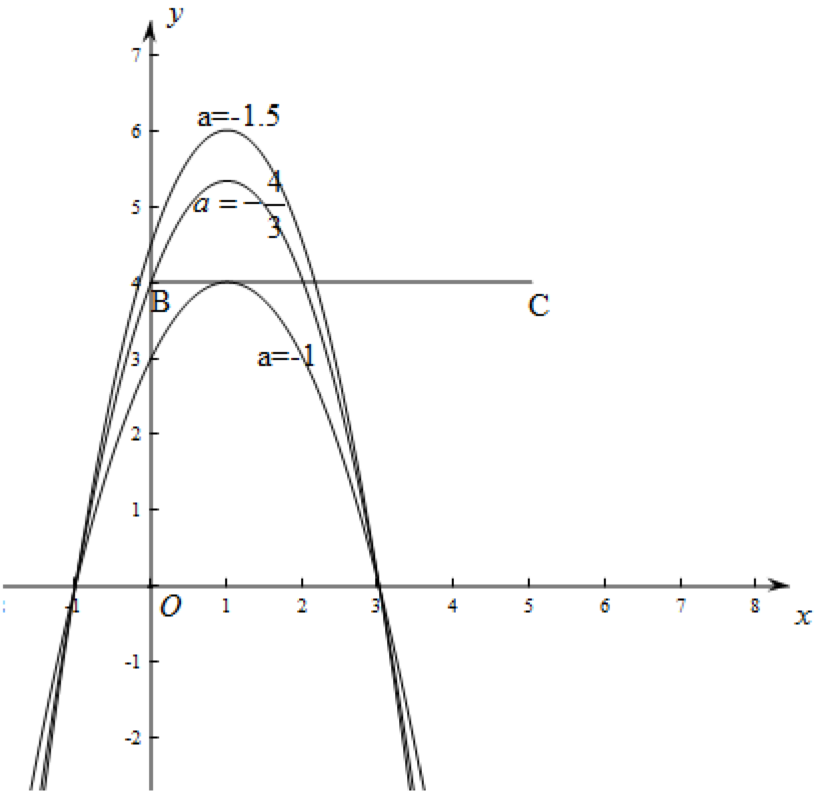
∴$-3a>4$，

解得：$a<-\dfrac{4}{3}$．

③当抛物线与直线 BC 的左交点在线段 BC 上，右交点在线段 BC 的延长线上时，抛物线与线段 BC 只有一个交点．

∵抛物线开口向下，此时抛物线与 x 轴的右交点的横坐标一定大于 5，这与抛物线一定过（-1，0）和（3，0）矛盾，此种情况不成立．

综上所述：a 的取值范围是 $a<-\dfrac{4}{3}$ 或 $a=-1$．



【点睛】本题是一道二次函数综合题，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用二次函数的性质和数形结合的思想解答．

27. 【答案】(1) ①$P_2(-1，1)$，$P_3(1，3)$；②$1\leqslant x\leqslant 2+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $-2-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant x\leqslant -1$；(2) $2-\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 6$

【解析】

【分析】(1) ①根据题意分别判断每个点到原点正方形边上的最小距离，由此即可求得答案；

②由已知结合图象，找到点 P 所在的区域，进而利用勾股定理即可求得点 P 横坐标的取值范围；

(2) 先分别求出点 A 与 B 的坐标，由线段 AB 的位置分别求得最小正方形的边长以及最大正方形的边长，由此即可求得答案.

【详解】解：(1) ①∵原点正方形边长为 4，

当 $P_1(0,0)$ 时，正方形上与 P_1 的最小距离是 2，故不存在 Q 使 $P_1Q\leqslant 1$；

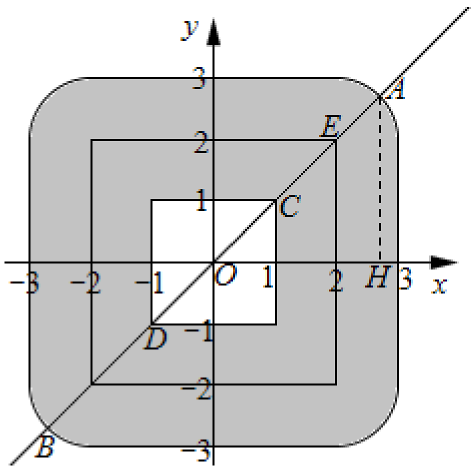
当 $P_2(-1,1)$ 时，存在 $Q(-2,1)$，使 $P_2Q\leqslant 1$；

当 $P_3(1,3)$ 时，存在 $Q(1,2)$，使 $P_3Q\leqslant 1$；

当 $P_4(3,3)$ 时，正方形上与 P_4 的最小距离是 $\sqrt{2}$，故不存在 Q 使 $P_4Q\leqslant 1$；

故答案为：$P_2(-1，1)$，$P_3(1，3)$；

②如图所示：阴影部分就是"原点正方形"的"友好点" P 的范围，



∵ $OE=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$AE=1$，

∴ $AO=OE+AE=2\sqrt{2}+1$，

过点 A 作 $AH\perp x$ 轴，垂足为点 H，

则 $\triangle AOH$ 为等腰直角三角形，

∴ $AO^2=OH^2+AH^2=2OH^2$，

∴ $OH=\frac{\sqrt{2}}{2}AO=\frac{\sqrt{2}}{2}\times(2\sqrt{2}+1)=2+\frac{\sqrt{2}}{2}$ （舍负），

∴点 A 的横坐标为 $2+\frac{\sqrt{2}}{2}$，

同理可得：点 B 的横坐标为 $-2-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

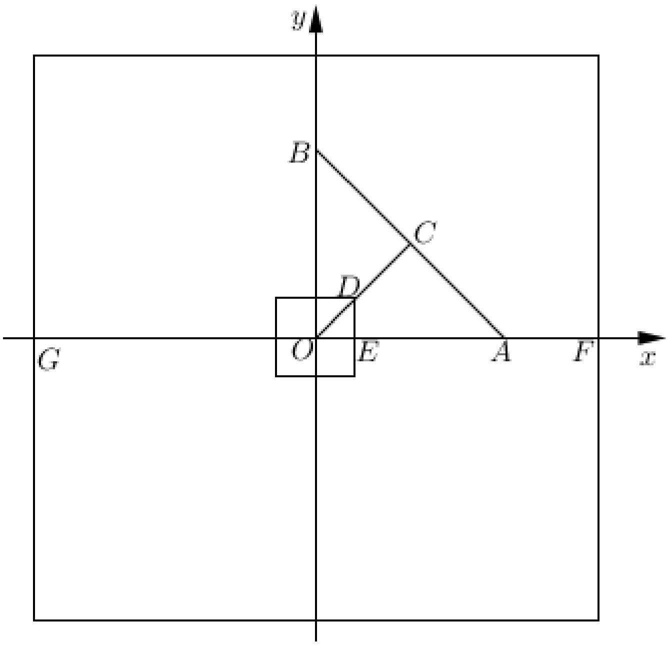
∴符合题意的点 P 横坐标的取值范围是 $1\leqslant x\leqslant 2+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $-2-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant x\leqslant -1$；

（2）∵一次函数 $y=-x+2$ 的图象分别与 x 轴，y 轴交于点A，B，

∴ $A(2,0)$，$B(0,2)$，

∵线段 AB 上存在“原点正方形”的“友好点”，

如图所示：



当该正方形最小时，则正方形的顶点 D 到线段 AB 的距离为 1，即 $DC=1$，

∵ $OA=OB=2$，

∴小正方形和等腰直角三角形 AOB 都关于直线 $y=x$ 对称，

∴此时点 O，D，C 都在直线 $y=x$ 上，

∵ $OA=OB=2$，

∴ $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=2\sqrt{2}$，

∴ $OC=\frac{1}{2}AB=\sqrt{2}$，

∴ $OD=OC-CD=\sqrt{2}-1$，

∵ $\triangle DOE$ 为等腰直角三角形，

∴ $OD^2=OE^2+DE^2=2OE^2$，

∴ $OE=\frac{\sqrt{2}}{2}OD=\frac{\sqrt{2}}{2}\times(\sqrt{2}-1)=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$（舍负），

∴小正方形的边长为 $2\times(1-\frac{\sqrt{2}}{2})=2-\sqrt{2}$，

当该正方形最大时，则如图所示的点 F 的坐标为（2＋1，0），即（3，0），

则根据对称性可得点 G 的坐标为（－3，0），

∴此时该大正方形的边长为3－（－3）＝6，

综上所述，若线段AB上存在“原点正方形”的“友好点”，则“原点正方形”边长a的取值范围为$2-\sqrt{2}\leqslant a\leqslant 6$.

【点睛】本题考查一次函数的性质与正方形的性质以及勾股定理的应用，能够将新定义的内容转化为线段，正方形之间的关系，并能准确画出图形是解题的关键.