数学试题答案

一．选择题

1．解：A、$AC=BC$，则点 C 是线段 AB 中点；

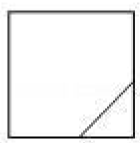
B、$AC+BC=AB$，则 C 可以是线段 AB 上任意一点；

C、$AB=2AC$，则点 C 是线段 AB 中点；

D、$BC=\frac{1}{2}AB$，则点 C 是线段 AB 中点．

故选：B.

2．解：从上面看，是正方形右边有一条斜线，如图：



故选：B.

3．解：A、$2a+3b$，无法计算，故此选项错误；

B、$\sqrt{36}=6$，故此选项错误；

C、$a^6\div a^2=a^4$，正确；

D、$(2ab^2)^3=8a^3b^6$，故此选项错误；

故选：C.

4．解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$，

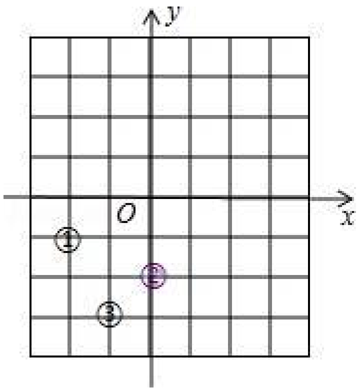
∴$\angle A$：$\angle B$：$\angle C$：$\angle D$ 的可能情况是 2：7：2：7．

故选：A.

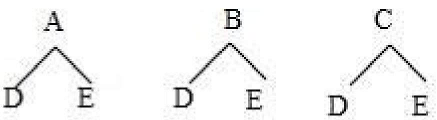
5．解：如图，

黑棋②的坐标为（0，﹣2）．

故选：A.



6．解：根据题意画树形图：



共有 6 种等情况数，其中“A 口进 D 口出”有一种情况，

从“A 口进 D 口出”的概率为$\frac{1}{6}$；

故选：D.

7．解：作 $OE\perp AB$ 交 AB 与点 E，作 $OF\perp CD$ 交 CD 于点 F，如右图所示，

则 $AE=BE$，$CF=DF$，$\angle OFP=\angle OEP=90°$，

又∵圆 O 的半径为 10，$AB\perp CD$，垂足为 P，且 $AB=CD=16$，

∴$\angle FPE=90°$，$OB=10$，$BE=8$，

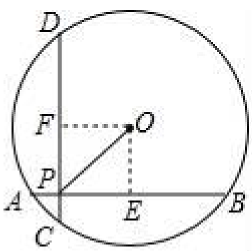
∴四边形 $OEPF$ 是矩形，$OE=6$，

同理可得，$OF=6$，

∴$EP=6$，

∴$OP=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$，

故选：B.



8．解：A、二次函数 $y=x^2$ 的图象，开口向上，并向上无限延伸，在 y 轴右侧（$x>0$ 时），y 随 x 的增大而增大；故本选项错误；

B、一次函数 $y=\frac{1}{2}x+1$ 的图象，y 随 x 的增大而增大； 故本选项错误；

C、正比例函数 $y=\frac{1}{3}x$ 的图象在一、三象限内，y 随 x 的增大而增大； 故本选项错误；

D、反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 中 $k=1>0$，所以当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小； 故本选项正确；

故选：D.

9．解：$\begin{cases} x+2y=5k+2① \\ x-y=4k-5② \end{cases}$

①﹣②，得 $3y=k+7$，

$\therefore y=\frac{k+7}{3}$；

①+2×②，得 $3x=13k-8$，

$\therefore x=\frac{13k-8}{3}$

$\because x+y=9$，

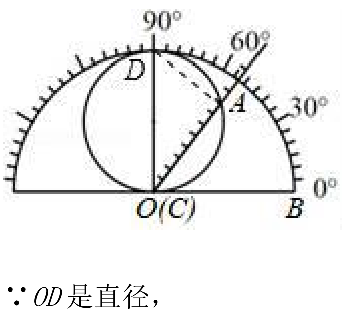
$\therefore \frac{13k-8}{3}+\frac{k+7}{3}=9$

即 $14k=28$，

$\therefore k=2$

故选：B.

10．解：如图，连接 AD.



$\because OD$ 是直径，

$\therefore \angle OAD=90°$，

∵$\angle AOB+\angle AOD=90°$，$\angle AOD+\angle ADO=90°$，

∴$\angle AOB=\angle ADO$,

∴$\sin\angle AOB=\sin\angle ADO=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$,

故选：D.

二．填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

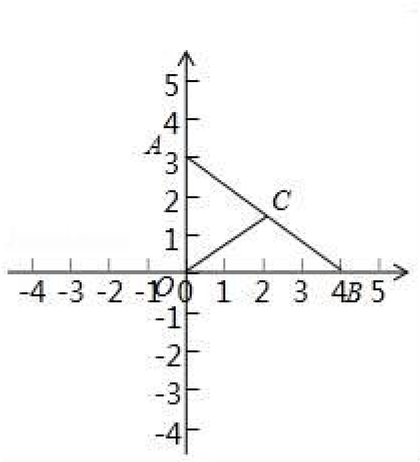
11．解：∵分式$\frac{2x-1}{x+2}$有意义，

∴x的取值范围是：$x+2\neq0$，

解得：$x\neq-2$.

故答案是：$x\neq-2$.

12．解：如图，



∵点 A（0，3），点 B（4，0），

∴$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$，点 C（2，1.5），

∴$OC=\sqrt{2^2+(1.5)^2}=2.5=CA$,

∴点 O（0，0）在以 AB 为直径的圆上，

故答案为：上

13．解：∵$m+n=1$，$mn=2$，

∴原式$=\frac{m+n}{mn}=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$

14．解：－20+10＝－10，

所以，现在潜水艇在原来的位置下面10米，

∵潜水艇原来在距水面50米深处，

∴现在潜水艇在距水面60米深处．

故答案为：60．

15．解：由题意得：$\angle DEF=\angle DCA=90°$，$\angle EDF=\angle CDA$，

∴$\triangle DEF\backsim\triangle DCA$，

则$\frac{DE}{DC}=\frac{EF}{AC}$，即$\frac{0.5}{20}=\frac{0.25}{AC}$，

解得：$AC=10$，

故$AB=AC+BC=10+1.5=11.5$（米），

即旗杆的高度为11.5米；

故答案为：11.5．

16．解：样本数据2，4，3，5，6的极差是＝6－2＝4，

故答案为：4．

三．解答题（共13小题，满分72分）

17．解：原式$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2\sqrt{3}+1$．

18．解：解不等式$2x+1\geqslant-1$，得：$x\geqslant-1$，

解不等式$x+1>4(x-2)$，得：$x<3$，

则不等式组的解集为$-1\leqslant x<3$．

19．证明：∵$AF=DC$，

∴$AF+FC=DC+FC$，

即$AC=DF$，

∵$BC\parallel EF$，

∴$\angle ACB=\angle DFE$，

在△ABC和△DEF中，

$$\begin{cases}AC=DF\\ \angle ACB=\angle DFE\\ BC=EF\end{cases},$$

∴△$ABC\cong$△DEF（SAS）．

20．解：去分母得：$3-x-a(x-2)=-2$，即$(a+1)x=2a+5$，

当$a=-1$时，显然方程无解；

当$a\neq-1$时，$x=\frac{2a+5}{a+1}$，

当$x=2$时，a不存在；

当$x=3$时，$a=2$，

综上，a的值为-1，2．

21．解：（1）把A点（1，4）分别代入反比例函数$y=\frac{k}{x}$，一次函数$y=x+b$，

得$k=1\times4$，$1+b=4$，

解得$k=4$，$b=3$，

∵点$B(-4,n)$也在反比例函数$y=\frac{4}{x}$的图象上，

∴$n=\frac{4}{-4}=-1$；

（2）如图，设直线$y=x+3$与y轴的交点为C，

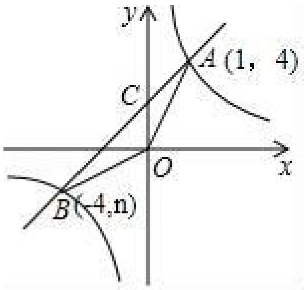
∵当$x=0$时，$y=3$，

∴$C(0,3)$，

∴$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times3\times1+\frac{1}{2}\times3\times4=7.5$；

（3）∵$B(-4,-1)$，$A(1,4)$，

∴根据图象可知：当 $x>1$ 或 $-4<x<0$ 时，一次函数值大于反比例函数值.



22．解：（1）A、B 两种调查方式具有片面性，故 C 比较合理；

（2）由条形图可得，每天锻炼 2 小时的人数是 52 人；

（3）设 100 万人中有 x 万人锻炼时间在 2 小时及以上，则有 $\frac{52+38+16}{200}=\frac{x}{100}$，

解之，得 $x=53$（万）；

（4）这个调查有不合理的地方.

比如：在 100 万人的总体中，随机抽取的 200 人作为样本，样本容量偏小，会导致调查的结果不够准确，建议增大样本容量.（只要说法正确即可）

23．解：（1）四边形 $EBGD$ 是菱形.

理由：∵EG 垂直平分 BD，

∴$EB=ED$，$GB=GD$，

∴$\angle EBD=\angle EDB$，

∵$\angle EBD=\angle DBC$，

∴$\angle EDF=\angle GBF$，

在△EFD 和△GFB 中，

$$\begin{cases}\angle EDF=\angle GBF\\ \angle EFD=\angle GFB\\ DF=BF\end{cases}，$$

∴△EFD≌△GFB，

∴$ED=BG$，

∴$BE=ED=DG=GB$，

∴四边形 $EBGD$ 是菱形.

（2）作 $DH\perp BC$ 于 H，

∵四边形 $EBGD$ 为菱形 $ED=DG=2$，

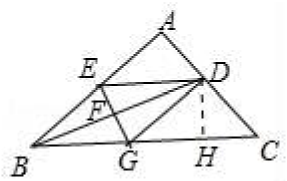
∴$\angle ABC=30°$，$\angle DGH=30°$，

∴$DH=1$，$GH=\sqrt{3}$，

∵$\angle C=45°$，

∴$DH=CH=1$，

∴$CG=GH+CH=1+\sqrt{3}$.



24．解：（1）鱼的平均重量为：$\dfrac{10\times1.7+25\times1.8+15\times2}{10+25+15}=1.84$ 千克.

答：鱼塘里这种鱼平均每条的质量约 1.84 千克；

（2）鱼的总重量为 $2000\times95\%\times1.84=3496$ 千克.

答：鱼塘里这种鱼的总质量估计是 3496 千克.

25．解：∵PA 切⊙O 于 A，AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle PAO=90°$，

∵$\angle P=30°$，

∴$\angle AOP=60°$，

∴$\angle B=\dfrac{1}{2}\angle AOP=30°$.

26．解：（1）当自变量是－2 时，函数值是$\frac{3}{2}$；

故答案为：$\frac{3}{2}$

（2）该函数的图象如图所示；

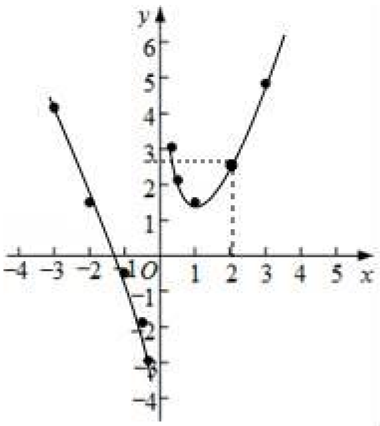
（3）当 $x=2$ 时所对应的点 如图所示，

且 $m=\frac{7}{2}$；

故答案为：$\frac{7}{2}$；

（4）函数的性质：当 $0<x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小．

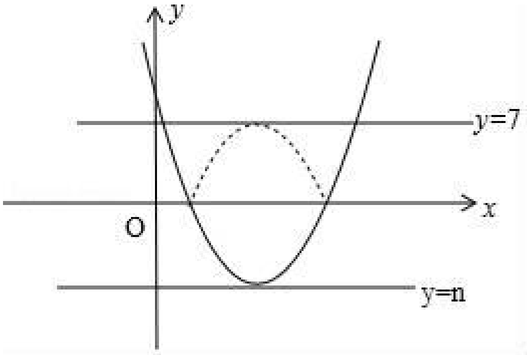
故答案为：当 $0<x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小．



27．解：（1）∵$y=(m+2)x^2-2(m+2)x-m+5=(m+2)(x-1)^2-2m+3$，

∴对称轴方程为 $x=1$．

（2）①如图，由题意知直线 l 的解析式为 $y=n$，



∵直线 l 与抛物线只有一个公共点，

∴$n=-2m+3$.

②依题可知：当 $-2m+3=-7$ 时，直线 l 与新的图象恰好有三个公共点.

∴$m=5$.

（3）抛物线 $y=(m+2)x^2-2(m+2)x-m+5$ 的顶点坐标是（1，$-2m+3$）.

依题可得 $\begin{cases} m+2>0 \\ -2m+3\geqslant 1. \end{cases}$

解得$\begin{cases} m>-2 \\ m\leqslant 1. \end{cases}$

∴m 的取值范围是 $-2<m\leqslant 1$.

28. （1）解：∵△ABC 是等边三角形，

∴$AB=BC=AC=6$，$\angle B=\angle C=60°$.

∵$AE=4$，

∴$BE=2$，

则 $BE=BD$，

∴△BDE 是等边三角形，

∴$\angle BED=60°$，

又∵$\angle EDF=60°$，

∴$\angle CDF=180°-\angle EDF-\angle B=60°$，

则$\angle CDF=\angle C=60°$，

∴△CDF是等边三角形，

∴$CF=CD=BC=BD=6-2=4$.

故答案是：4；

（2）证明：如图①，∵$\angle EDF=60°$，$\angle B=60°$，

∴$\angle CDF+BDE=120°$，$\angle BED+\angle BDE=120°$，

∴$\angle BED=\angle CDF$.

又$\angle B=\angle C=60°$，

∴$\triangle EBD\backsim\triangle DCF$;

【思考】存在，如图②，过 D 作 $DM\perp BE$，$DG\perp EF$，$DN\perp CF$，垂足分别是 M、G、N，

∵ED 平分$\angle BEF$ 且 FD 平分$\angle CFE$.

∴$DM=DG=DN$.

又$\angle B=\angle C=60°$，$\angle BMD=\angle CND=90°$，

∴$\triangle BDM\cong\triangle CDN$,

∴$BD=CD$，即点 D 是 BC 的中点，

∴$\frac{BD}{BC}=\frac{1}{2}$;

【探索】如图③，连接 AO，作 $OG\perp BE$，$OD\perp EF$，$OH\perp CF$，垂足分别是 G、D、H.

则$\angle BGO=\angle CHO=90°$，

∵$AB=AC$，O 是 BC 的中点，

∴$\angle B=\angle C$，$OB=OC$,

∴$\triangle OBG\cong\triangle OCH$,

∴$OG=OH$，$GB=CH$，$\angle BOG=\angle COH=90^\circ-\alpha$，

则$\angle GOH=180^\circ-(\angle BOG+\angle COH)=2\alpha$，

∴$\angle EOF=\angle B=\alpha$

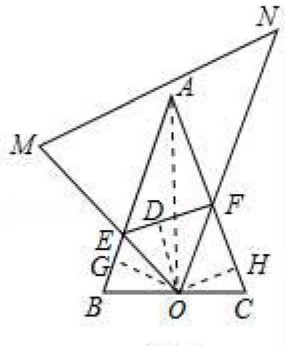
由（2）题可猜想应用$EF=ED+DF=GE+FH$（可通过半角旋转证明），

则$C_{\triangle AEF}=AE+EF+AF=AE+EG+FH+AF=AG+AH=2AG$，

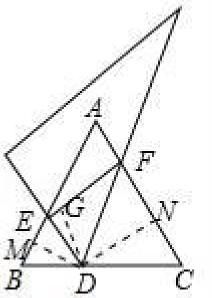
设$AB=m$，则$OB=m\cos\alpha$，$GB=m\cos^2\alpha$．

$\frac{C_{\triangle AEF}}{C_{\triangle ABC}}=\frac{2AG}{2(AB+OB)}=\frac{AG}{AB+OB}=\frac{m-m\cos^2\alpha}{m+m\cos\alpha}=1-\cos\alpha$．

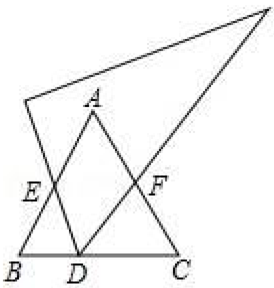
故答案是：$1-\cos\alpha$．



图③



图②



图①

29．解：（1）∵一次函数$y=-2x+8$的图象与x轴，y轴分别交于点A，点C，

∴A（4，0），C（0，8），

∴$OA=4$，$OC=8$，

∵$AB\perp x$轴，$CB\perp y$轴，$\angle AOC=90°$，

∴四边形$OABC$是矩形，

∴$AB=OC=8$，$BC=OA=4$，

在Rt△ABC中，根据勾股定理得，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4\sqrt{5}$，

故答案为：8，4，$4\sqrt{5}$；

（2）A、①由（1）知，$BC=4$，$AB=8$，

由折叠知，$CD=AD$，

在Rt△BCD中，$BD=AB-AD=8-AD$，

根据勾股定理得，$CD^2=BC^2+BD^2$，

即：$AD^2=16+(8-AD)^2$，

∴$AD=5$，

②由①知，D（4，5），

设P（0，y），

∵A（4，0），

∴$AP^2=16+y^2$，$DP^2=16+(y-5)^2$，

∵△APD为等腰三角形，

∴Ⅰ、$AP=AD$，

∴$16+y^2=25$，

∴$y=\pm3$，

∴P（0，3）或（0，-3）

Ⅱ、$AP=DP$，

$\therefore 16+y^2=16+(y-5)^2$，

$\therefore y=\frac{5}{2}$，

$\therefore P(0，\frac{5}{2})$，

Ⅲ、$AD=DP$，$25=16+(y-5)^2$，

$\therefore y=2$ 或 8，

$\therefore P(0，2)$ 或 $(0，8)$．

B、①、由 A①知，$AD=5$，

由折叠知，$AE=\frac{1}{2}AC=2\sqrt{5}$，$DE\perp AC$ 于 E，

在 Rt△ADE 中，$DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{5}$，

②、∵以点 A，P，C 为顶点的三角形与△ABC 全等，

∴△APC≌△ABC，或△CPA≌△ABC，

$\therefore \angle APC=\angle ABC=90°$，

∵四边形 $OABC$ 是矩形，

∴△ACO≌△CAB，此时，符合条件，点 P 和点 O 重合，

即：$P(0，0)$，

如图 3，

过点 O 作 $ON\perp AC$ 于 N，

易证，△AON∽△ACO，

$\therefore \frac{AN}{OA}=\frac{OA}{AC}$，

$\therefore \frac{AN}{4}=\frac{4}{4\sqrt{5}}$，

$\therefore AN=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

过点 N 作 $NH\perp OA$，

∴$NH// OA$，

∴$\triangle ANH\backsim\triangle ACO$，

∴$\frac{AN}{AC}=\frac{NH}{OC}=\frac{AH}{OA}$，

∴$\frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{4\sqrt{5}}=\frac{NH}{8}=\frac{AH}{4}$，

∴$NH=\frac{8}{5}$，$AH=\frac{4}{5}$，

∴$OH=\frac{16}{5}$，

∴N（$\frac{16}{5}$，$\frac{8}{5}$），

而点 P_2 与点 O 关于 AC 对称，

∴P_2（$\frac{32}{5}$，$\frac{16}{5}$），

同理：点 B 关于 AC 的对称点 P_1，同上的方法得，P_1（$-\frac{12}{5}$，$\frac{24}{5}$），

即：满足条件的点 P 的坐标为：（0，0），（$\frac{32}{5}$，$\frac{16}{5}$），（$-\frac{12}{5}$，$\frac{24}{5}$）.

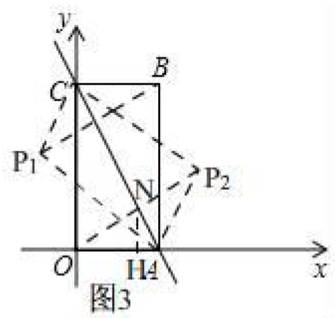


图3