2017北京市东城区初三（上）期末

数　　学

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

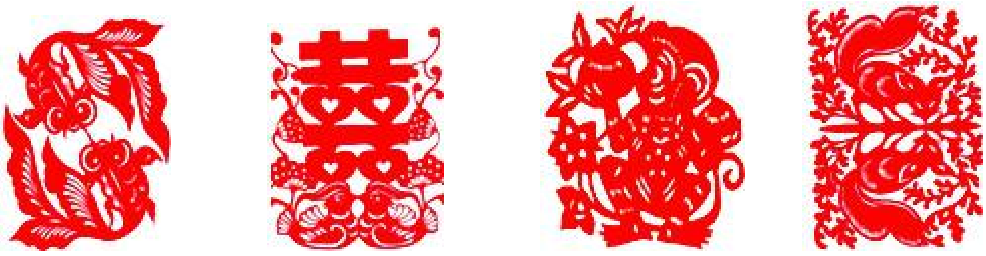
1．关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x+k=0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值为

A． $k=4$　　B． $k=-4$　　C． $k\geqslant -4$　　D． $k\geqslant 4$

2．抛物线 $y=x^2+2x+3$ 的对称轴是

A．直线 $x=1$　　B．直线 $x=-1$　　C．直线 $x=-2$　　D．直线 $x=2$

3．剪纸是我国的非物质文化遗产之一，下列剪纸作品中是中心对称图形的是



A　　B　　C　　D

4．在课外实践活动中，甲、乙、丙、丁四个小组用投掷一元硬币的方法估算正面朝上的概率，其试验次数分别为10次、50次、100次、200次，其中试验相对科学的是

A．甲组　　B．乙组　　C．丙组　　D．丁组

5．在平面直角坐标系中，将抛物线 $y=x^2-2x-1$ 先向上平移3个单位长度，再向左平移2个单位长度，所得的抛物线的解析式是

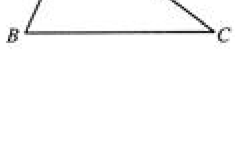
A． $y=(x+1)^2+1$　　B． $y=(x-3)^2+1$

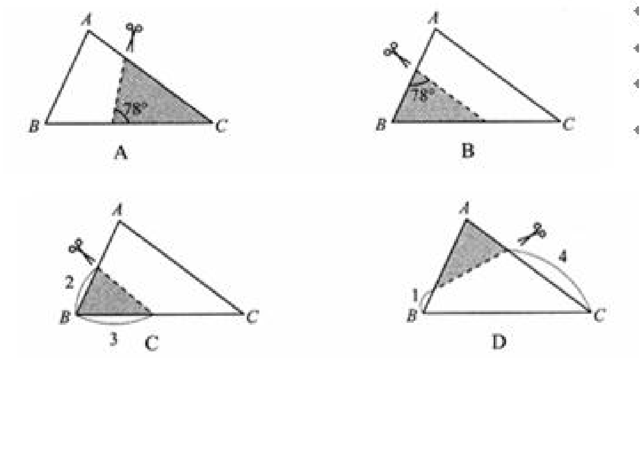
C． $y=(x-3)^2-5$　　D． $y=(x+1)^2+2$

6．已知点 A（2，y_1），B（4，y_2）都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k<0$）的图象上，则 y_1，y_2 的大小关系为

A． $y_1>y_2$　　B． $y_1<y_2$　　C． $y_1=y_2$　　D．无法确定

7．如图，在△ABC中，∠A=78°，AB=4，AC=6．将△ABC沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是



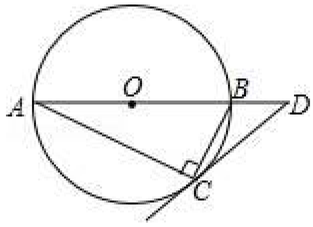


8. 如图，圆锥的底面半径 r 为 6cm，高 h 为 8cm，则圆锥的 侧面积为

A. $30\pi\ \text{cm}^2$　　B. $48\pi\ \text{cm}^2$

C. $60\pi\ \text{cm}^2$　　D. $80\pi\ \text{cm}^2$

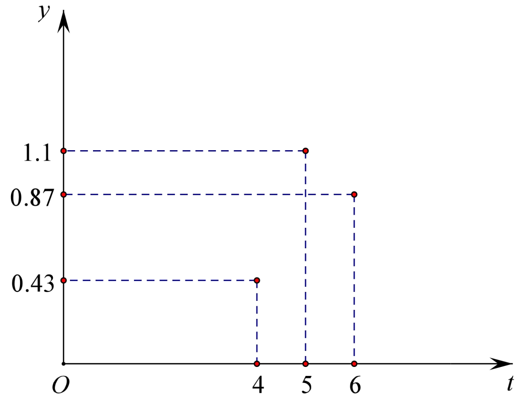
9. 如图，⊙O 是 Rt△ABC 的外接圆，$\angle ACB=90°$，$\angle A=25°$，过点 C 作⊙O 的切线，交 AB 的延长线于点 D，则 $\angle D$ 的度数是



A. 25°　　B. 40°

C. 50°　　D. 65°

10. 城市中“打车难”一直是人们关注的一个社会热点问题.近几年来，“互联网+”战略与传统出租车行业深度融合，“优步”、“滴滴出行”等打车软件就是其中典型的应用. 名为“数据包络分析”（简称 DEA）的一种效率评价方法，可以很好地优化出租车资源配置.为了解出租车资源的“供需匹配”，北京、上海等城市对每天 24 个时段的 DEA 值进行调查，调查发现， DEA 值越大，说明匹配度越好.在某一段时间内，北京的DEA 值 y 与时刻 t 的关系近似满足函数关系 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，且 $a\neq 0$），如图记录了 3 个时刻的数据，根据函数模型和所给数据，当“供需匹配”程度最好时，最接近的时刻 t 是



A. 4.8　　B. 5　　C. 5.2　　D. 5.5

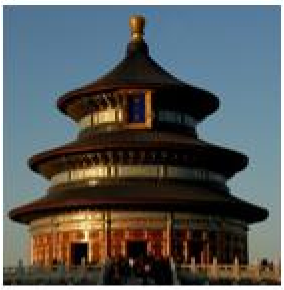
二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

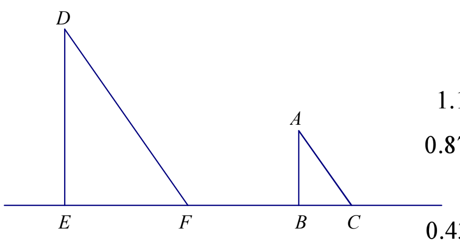
11. 请你写出一个图象分别位于第二、四象限的反比例函数的解析式，这个解析式可以是______________.

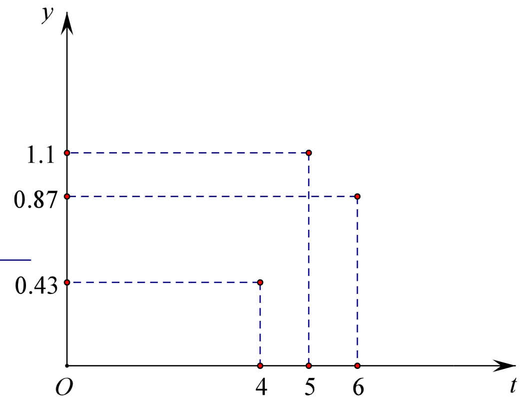
12. 已知 m 是关于 x 的方程 $x^2-2x-3=0$ 的一个根，则 $2m^2-4m=$________.

13. 二次函数 $y=x^2-4x-2$ 的最小值为________.

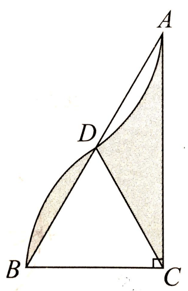
14. 天坛是古代帝王祭天的地方，其中最主要的建筑就是祈年殿. 老师希望同学们利用所学过的知识测量祈年殿的高度，数学兴趣小组的同学们设计了如图所示的测量图形，并测出竹竿 AB 长 2 米，在太阳光下，它的影长 BC 为 1.5 米，同一时刻，祈年殿的影长 EF 约为 28.5 米. 请你根据这些数据计算出祈年殿的高度 DE 约为________米.





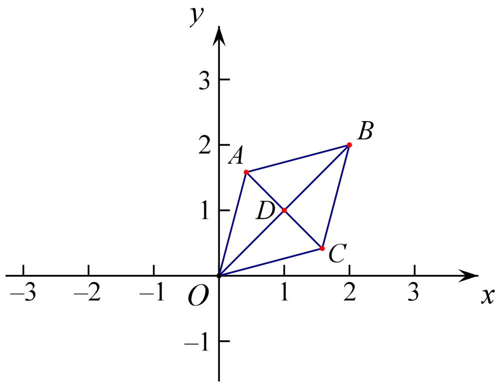


15. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90$，$AC=2\sqrt{3}$，以点 C 为圆心，CB 的长为半径画弧，与 AB 边交于点 D，将 BD 绕点 D 旋转 $180°$ 后点 B 与点 A 恰好重合，则图中阴影部分的面积为________.



15 题图

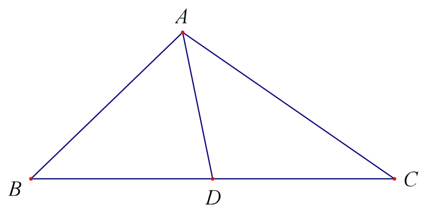
16．如图，已知菱形 $OABC$ 的顶点 O（0,0），B（2,2），菱形的对角线的交点 D 的坐标为______；菱形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转，每秒旋转 45°，从如图所示位置起，经过 60 秒时，菱形的对角线的交点 D 的坐标为________.



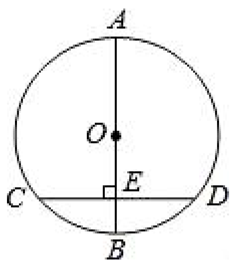
三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17．解方程： $2x^2-4x-1=0$.

18．如图，在△ABC 中，AD 是中线，∠B=∠DAC，若 BC=8，求 AC 的长.



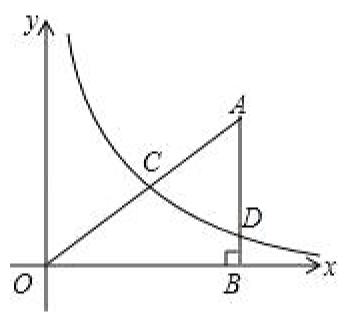
19．如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E，若 AB=8，CD=6，求 BE 的长.



20．如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点， Rt△ABO 的边 AB 垂直于 x 轴，垂足为点 B，反比例函数 $y_1=\dfrac{k_1}{x}$（x>0）的图象经过 AO 的中点 C，且与 AB 相交于点 D， OB=4，AB=3.

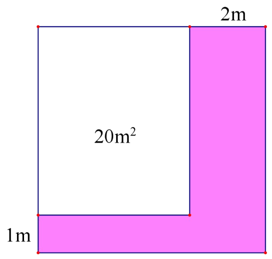
（1）求反比例函数 $y_1=\dfrac{k_1}{x}$（x>0）的解析式；

（2）设经过 C，D 两点的一次函数解析式为 $y_2=k_2x+b$，求出其解析式，并根据图象直接写出在第一象限内，当 y_2>y_1 时， x 的取值范围.



21．列方程或方程组解应用题：

公园有一块正方形的空地，后来从这块空地上划出部分区域栽种鲜花（如图阴影部分），原空地一边减少了 1m，另一边减少了 2m，剩余空地的面积为 20㎡，求原正方形空地的边长．



22． 按照要求画图：

（1）如图，在平面直角坐标系中，点 A，B，C 的坐标分别为（－1，3），（－4，1），（－2，1），将△ABC 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到△$A_1B_1C_1$，点 A，B，C 的对应点为点 A_1，B_1，C_1．画出旋转后的△$A_1B_1C_1$；

（2）下列 3×3 网格都是由 9 个相同小正方形组成，每个网格图中有 3 个小正方形已涂上阴影，请在余下的 6 个空白小正方形中，选取 1 个涂上阴影，使 4 个阴影小正方形组成一个中心对称图形（画出两种即可）．

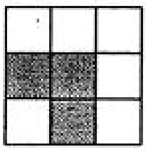


图 1

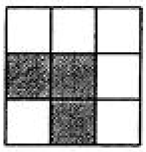


图 2

23．甲、乙两人进行摸牌游戏．现有三张形状大小完全相同的牌，正面分别标有数字 2，3，5．将三张牌背面朝上，洗匀后放在桌子上．甲从中随机抽取一张牌，记录数字后放回洗匀，乙再随机抽取一张．

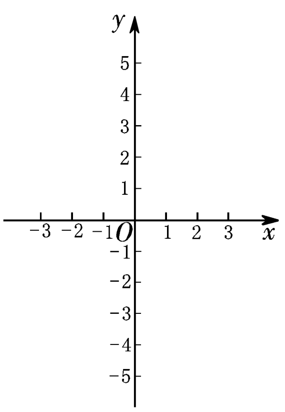
（1）请用列表法或画树状图的方法，求两人抽取相同数字的概率；

（2）若两人抽取的数字和为 2 的倍数，则甲获胜；若抽取的数字和为 5 的倍数，则乙获胜．这个游戏公平吗？请用概率的知识加以解释．

24.在平面直角坐标系 xOy 中，对称轴为直线 x=1 的抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A 和点 B，与 y 轴交于点 C，且点 B 的坐标为（－1，0）．

（1）求抛物线的解析式；

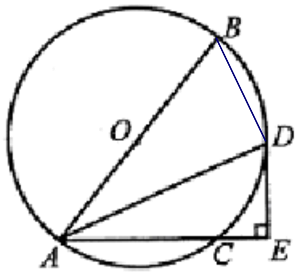
（2）点 D 的坐标为（0，1），点 P 是抛物线上的动点，若△PCD 是以 CD 为底的等腰三角形，求点 P 的坐标．



25. 如图，AB是⊙O的直径， AC是弦，$\angle BAC$的平分线交⊙O于点D，过点D作$DE\perp AC$交AC的延长线于点E，连接BD.

（1）求证：DE是⊙O的切线；

（2）若$\dfrac{BD}{DE}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，$AD=4\sqrt{5}$，求$CE$的长.



26. 问题探究：

新定义：

将一个平面图形分为面积相等的两个部分的直线叫做该平面图形的“等积线”，其“等积线”被该平面图形截得的线段叫做该平面图形的“等积线段”（例如圆的直径就是圆的“等积线段”）.

解决问题：

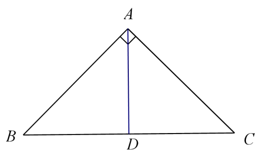


图1

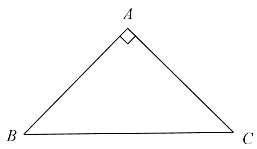


图2

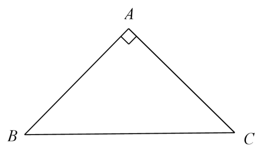


图3

已知在Rt△ABC中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC=2\sqrt{2}$.

（1）如图1，若$AD\perp BC$，垂足为D，则AD是△ABC的一条等积线段，求AD的长；

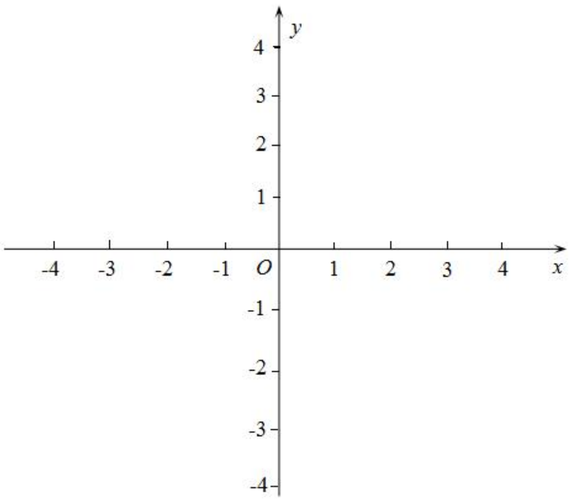
（2）在图2和图3中，分别画出一条等积线段，并求出它们的长度.（要求：使得图1、图2和图3中的等积线段的长度各不相等）

27. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=mx^2-2mx+m-4$（$m\neq 0$）与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 左侧），与 y 轴交于点 C（0，-3）.

（1）求抛物线的解析式；

（2）在抛物线的对称轴上有一点 P，使 $PA+PC$ 的值最　　小，求点 P 的坐标；

（3）将抛物线在 B，C 之间的部分记为图象 G（包含 B，C 两点），若直线 $y=5x+b$ 与图象 G 有公共点，请直接写出 b 的取值范围.



28. 点 P 是矩形 $ABCD$ 对角线 AC 所在直线上的一个动点（点 P 不与点 A，C 重合），分别过点 A，C 向直线 BP 作垂线，垂足分别为点 E，F，点 O 为 AC 的中点.

（1）如图 1，当点 P 与点 O 重合时，请你判断 OE 与 OF 的数量关系；

（2）当点 P 运动到如图 2 所示位置时，请你在图 2 中补全图形并通过证明判断（1）中的结论是否仍然成立；

（3）若点 P 在射线 OA 上运动，恰好使得∠OEF=30° 时，猜想此时线段 CF，AE，OE 之间有怎样的数量关系，直接写出结论不必证明.

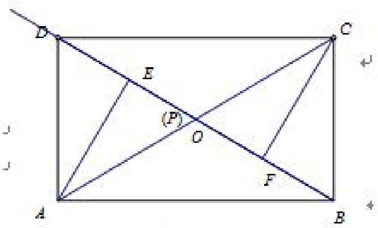


图1

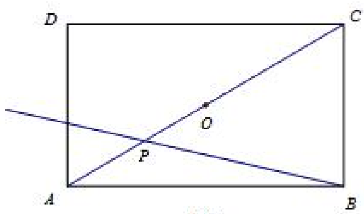
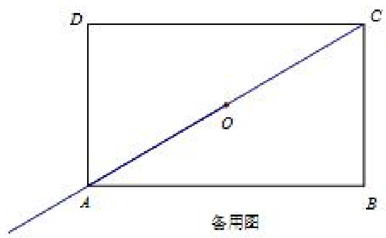


图2



备用图

29．在平面直角坐标系 xOy 中，有如下定义：若直线 l 和图形 W 相交于两点，且这两点的距离不小于定值 k，则称直线 l 与图形 W 成“k 相关”，此时称直线与图形 W 的相关系数为 k.

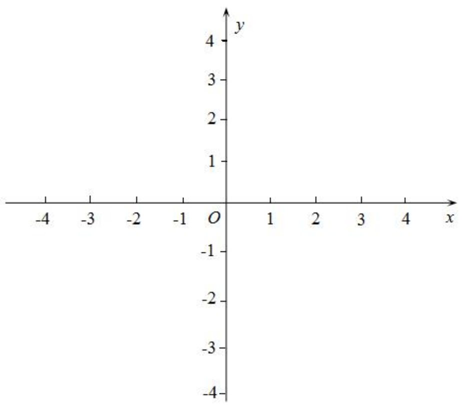
（1）若图形 W 是由 $A\left(-2,-1\right)$，$B\left(-2,1\right)$，$C\left(2,1\right)$，$D\left(2,-1\right)$ 顺次连线而成的矩形：

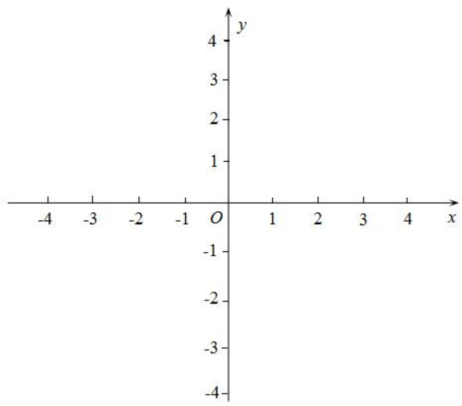
①l_1：$y=x+2$，l_2：$y=x+1$，l_3：$y=-x-3$ 这三条直线中，与图形 W 成“$\sqrt{2}$ 相关”的直线有________；

②画出一条经过 $\left(0,1\right)$ 的直线，使得这条直线与 W 成“$\sqrt{5}$ 相关”；

③若存在直线与图形 W 成“2 相关”，且该直线与直线 $y=\sqrt{3}x$ 平行，与 y 轴交于点 Q，求点 Q 纵坐标 y_Q 的取值范围；

（2）若图形 W 为一个半径为 2 的圆，其圆心 K 位于 x 轴上. 若直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$ 与图形 W 成“3 相关”，请直接写出圆心 K 的横坐标 x_K 的取值范围.





备用图

数学试题答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1.【考点】根的判别式.

【分析】根据方程有两个相等的实数根结合根的判别式即可得出关于 k 的一元一次方程，解之即可得出结论.

【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x+k=0$ 有两个相等的实数根，

∴$\triangle=4^2-4k=16-4k=0$，

解得：k=4.

故选 A.

【点评】本题考查了根的判别式以及解一元一次方程，熟练掌握"当△=0 时，方程有两个相等的两个实数根"是解题的关键.

2.【考点】二次函数的性质.

【专题】计算题.

【分析】先把一般式化为顶点式，然后根据二次函数的性质确定抛物线的对称轴方程.

【解答】解：∵$y=x^2+2x+3=(x+1)^2+2$，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=-1$.

故选 B.

【点评】本题考查了二次函数的性质：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$），它的顶点坐标是（$-\frac{b}{2a}$，$\frac{4ac-b^2}{4a}$），对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}$.

3.【考点】中心对称图形.

【分析】根据中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、是中心对称图形，故本选项正确；

B、不是中心对称图形，故本选项错误；

C、不是中心对称图形，故本选项错误；

D、不是中心对称图形，故本选项错误.

故选 A.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

4.【考点】模拟实验.

【分析】大量反复试验时，某事件发生的频率会稳定在某个常数的附近，这个常数就叫做事件概率的估计值.

【解答】解：根据模拟实验的定义可知，实验相对科学的是次数最多的丁组.

故选：D.

【点评】考查了模拟实验，选择和抛硬币类似的条件的试验验证抛硬币实验的概率，是一种常用的模拟试验的方法.

5.【考点】二次函数图象与几何变换.

【分析】根据题意易得新抛物线的顶点，根据顶点式及平移前后二次项的系数不变可得新抛物线的解析式.

【解答】解：抛物线 $y=x^2-2x-1$ 可化简为 $y=(x-1)^2-2$，先向上平移 3 个单位长度，再向左平移 2 个单位长度，所得的抛物线的解析式 $y=(x-1+2)^2-2+3=(x+1)^2+1$；

故选 A

【点评】本题主要考查了二次函数与几何变换问题，关键是得出抛物线的顶点坐标的求法及抛物线平移不改变二次项的系数的值..

6.【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】直接利用反比例函数的增减性分析得出答案.

【解答】解：∵点 A（2，y_1）、B（4，y_2）都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k＜0）的图象上，

∴每个象限内，y 随 x 的增大而增大，

∴$y_1<y_2$，

故选：B.

【点评】此题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，正确把握反比例函数的性质是解题关键.

7.【考点】相似三角形的判定.

【分析】根据相似三角形的判定定理对各选项进行逐一判定即可.

【解答】解：A、阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

B、阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等，故两三角形相似，故本选项错误；

C、两三角形的对应边不成比例，故两三角形不相似，故本选项正确；

D、两三角形对应边成比例且夹角相等，故两三角形相似，故本选项错误.

故选 C.

【点评】本题考查的是相似三角形的判定，熟知相似三角形的判定定理是解答此题的关键.

8.【考点】圆锥的计算.

【专题】与圆有关的计算.

【分析】首先利用勾股定理求出圆锥的母线长，再通过圆锥侧面积公式可以求得结果.

【解答】解：∵h=8，r=6，

可设圆锥母线长为 l，

由勾股定理，$l=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

圆锥侧面展开图的面积为：$S_{侧}=\frac{1}{2}\times2\times6\pi\times10=60\pi$，

所以圆锥的侧面积为 $60\pi cm^2$.

故选：C.

【点评】本题主要考察圆锥侧面积的计算公式，解题关键是利用底面半径及高求出母线长即可.

9.【考点】切线的性质；圆周角定理.

【分析】首先连接 OC，由∠A=25°，可求得∠BOC 的度数，由 CD 是圆 O 的切线，可得 OC⊥CD，继而求得答案.

【解答】解：连接 OC，

∵圆 O 是 Rt△ABC 的外接圆，∠ACB=90°，

∴AB 是直径，

∵∠A=25°，

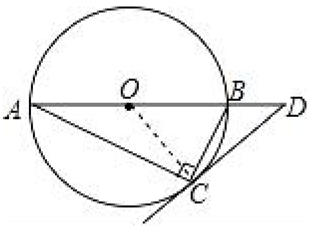
∴∠BOC=2∠A=50°，

∵CD 是圆 O 的切线，

∴OC⊥CD，

∴∠D=90°－∠BOC=40°.

故选 B.



【点评】此题考查了切线的性质以及圆周角的性质. 注意准确作出辅助线是解此题的关键.

10.【考点】二次函数的应用.

【分析】待定系数法求得函数解析式，根据二次函数的性质求得 y 取得最大值时 x 的值即可得答案.

【解答】解：将（4，0.43）、（5，1.1）、（6，0.87）代入解析式得：

$$\begin{cases}16a+4b+c=0.43\\25a+5b+c=1.1\\36a+6b+c=0.87\end{cases}，$$

解得：$\begin{cases}a=-0.45\\b=4.72\\c=-11.25\end{cases}$，

∴$y=-0.45x^2+4.72x-11.25$，

当 $x=-\frac{4.72}{2\times(-0.45)}\approx5.244$ 时，y 取得最大值，

故选：C.

【点评】本题主要考查二次函数的应用，理解题意掌握二次函数的性质是解题的关键.

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11.【考点】反比例函数的性质.

【分析】根据题意判断出 k 的符号，再写出函数的解析式即可.

【解答】解：∵函数图象分别位于第二、四象限，

∴$k<0$，

∴符合条件的函数解析式为：$y=-\frac{1}{x}$（答案不唯一）.

故答案为：$y=-\frac{1}{x}$（答案不唯一）.

【点评】本题考查的是反比例函数的性质，熟知反比例函数的增减性是解答此题的关键.

12.【考点】一元二次方程的解.

【专题】推理填空题.

【分析】根据 m 是关于 x 的方程 $x^2-2x-3=0$ 的一个根，通过变形可以得到 $2m^2-4m$ 值，本题得以解决.

【解答】解：∵m 是关于 x 的方程 $x^2-2x-3=0$ 的一个根，

∴$m^2-2m-3=0$，

∴$m^2-2m=3$，

∴$2m^2-4m=6$，

故答案为：6.

【点评】本题考查一元二次方程的解，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

13.【考点】二次函数的最值.

【分析】本题由于二次项的系数为 1，可用配方法求解.

【解答】解：$y=x^2-4x-2=(x-2)^2-6$，由于函数开口向上，因此函数有最小值，且最小值为 -6，

故答案为：-6.

【点评】本题是一道二次函数的解析式的试题，考查了二次函数的最值和顶点式的运用及顶点坐标的求法.

14.【考点】相似三角形的应用；平行投影.

【分析】在同一时刻物高和影长成正比，即在同一时刻的两个物体，影子，经过物体顶部的太阳光线三者构成的两个直角三角形相似.

【解答】解：根据相同时刻的物高与影长成比例，

设祈年殿 DE 的高度为 x 米，

则可列比例为$\frac{x}{28.5}=\frac{2}{1.5}$，

解得 x=38.

所以祈年殿 DE 的高度为 38 米.

故答案为 38.

【点评】本题考查了相似三角形的应用，利用在同一时刻物高与影长的比相等的知识，考查利用所学知识解决实际问题的能力.

15.【考点】扇形面积的计算；旋转的性质.

【分析】阴影部分的面积=$\frac{1}{2}$三角形的面积，根据面积公式计算即可.

【解答】解：解：由旋转可知 AD=BD，

∵∠ACB=90°，AC=$2\sqrt{3}$，

∴CD=BD，

∵CB=CD，

∴△BCD 是等边三角形，

∴∠BCD=∠CBD=60°，

∴BC=$\frac{\sqrt{3}}{3}$AC=2，

∴阴影部分的面积=$\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\div2=\sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了三角形和扇形的面积公式及三角函数值，关键是得到△BCD 是等边三角形.

16.【考点】坐标与图形变化-旋转；规律型：点的坐标；菱形的性质.

【分析】根据菱形的性质及中点的坐标公式可得点 D 坐标，再根据旋转的性质可得旋转后点 D 的坐标.

【解答】解：菱形 OABC 的顶点 O（0，0），B（2，2），得

D 点坐标为（$\frac{0+2}{2}$，$\frac{0+2}{2}$），即（1，1）.

每秒旋转 45°，则第 60 秒时，得 45°×60=2700°，

2700°÷360=7.5 周，

OD 旋转了 7 周半，菱形的对角线交点 D 的坐标为（﹣1，﹣1），

故答案为：（1，1），（﹣1，﹣1）.

【点评】本题主要考查菱形的性质及旋转的性质，熟练掌握菱形的性质及中点的坐标公式、中心对称的性质是解题的关键.

三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17.【考点】解一元二次方程-配方法.

【分析】解题时要注意解题步骤的准确应用，把左边配成完全平方式，右边化为常数，然后利用直接开平方法即可求解.

【解答】解：$2x^2-4x-1=0$

$x^2-2x-\frac{1}{2}=0$

$x^2-2x+1=\frac{1}{2}+1$

$(x-1)^2=\frac{3}{2}$

$\therefore x_1=1+\frac{\sqrt{6}}{2}$，$x_2=1-\frac{\sqrt{6}}{2}$.

【点评】用配方法解一元二次方程的步骤：

（1）形如 $x^2+px+q=0$ 型：第一步移项，把常数项移到右边；第二步配方，左右两边加上一次项系数一半的平方；第三步左边写成完全平方式；第四步，直接开方即可.

（2）形如 $ax^2+bx+c=0$ 型，方程两边同时除以二次项系数，即化成 $x^2+px+q=0$，然后配方.

18.【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

【解答】解：∵∠B=∠DAC，∠C=∠C，

∴△ABC∽△DAC，

$\therefore \frac{AC}{CD}=\frac{BC}{AC}$，

$\therefore AC^2=CD\cdot BC$，

∵AD 是中线，BC=8，

∴CD=4，

$\therefore AC=4\sqrt{2}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

19.【考点】垂径定理；勾股定理.

【分析】连接 OC，根据垂径定理得出 CE=ED=$\frac{1}{2}$CD=3，然后在 Rt△OEC 中由勾股定理求出 OE 的长度，最后由 BE=OB－OE，即可求出 BE 的长度.

【解答】解：如图，连接 OC.

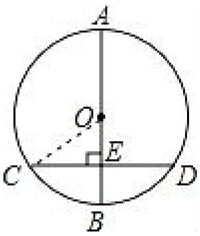
∵弦 CD⊥AB 于点 E，CD=6，

∴CE=ED=$\frac{1}{2}$CD=3.

∵在 Rt△OEC 中，∠OEC=90°，CE=3，OC=4，

∴OE=$\sqrt{4^2-3^2}$=$\sqrt{7}$，

∴BE=OB－OE=4－$\sqrt{7}$.



【点评】本题主要考查了垂径定理，勾股定理等知识，关键在于熟练的运用垂径定理得出 CE、ED 的长度.

20.【考点】反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】(1) 根据 OB、AB 的长度可得出点 A 的坐标，由点 C 为线段 OA 的中点即可得出点 C 的坐标，根据点 C 的坐标利用反比例函数图象上点的坐标特征即可求出反比例函数解析式；

(2) 由点 D 的横坐标结合反比例函数图象上点的坐标特征即可求出点 D 的坐标，根据点 C、D 的坐标利用待定系数法即可求出一次函数解析式，再根据两函数图象的上下位置关系即可得出不等式的解集.

【解答】解：(1) ∵OB=4，AB=3，点 A 在第一象限，

∴点 A 的坐标为（4，3），

∵点 C 为线段 OA 的中点，

∴点 C 的坐标为（2，$\frac{3}{2}$）.

∵点 C 在反比例函数 $y_1=\frac{k_1}{x}$（x＞0）的图象上，

∴$k_1=2\times\frac{3}{2}=3$.

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{3}{x}$（x＞0）.

(2) 当 x=4 时，$y=\frac{3}{4}$，

∴点 D 的坐标为（4，$\frac{3}{4}$）.

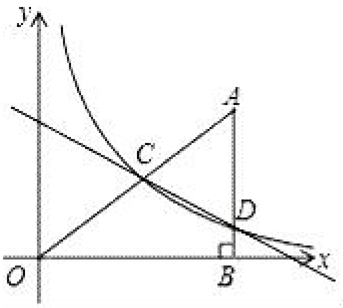
将 C（2，$\frac{3}{2}$）、B（4，$\frac{3}{4}$）代入 $y_2=k_2x+b$，

$\begin{cases}2k_2+b=\dfrac{3}{2}\\4k_2+b=\dfrac{3}{4}\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k_2=-\dfrac{3}{8}\\b=\dfrac{9}{4}\end{cases}$，

∴一次函数解析式为 $y_2=-\dfrac{3}{8}x+\dfrac{9}{4}$.

观察函数图象可知：当 $2<x<4$ 时，一次函数图象在反比例函数图象的上方，

∴当 $y_2>y_1$ 时，x 的取值范围为 $2<x<4$.



【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、反比例函数图象上点的坐标特征以及待定系数法求函数解析式，根据点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是解题的关键.

21.【考点】一元二次方程的应用.

【分析】可设原正方形的边长为 xm，则剩余的空地长为（$x-1$）m，宽为（$x-2$）m．根据长方形的面积公式方程可列出，进而可求出原正方形的边长.

【解答】解：设原正方形空地的边长为 xm，

根据题意，得 （$x-1$）（$x-2$）=20，

解方程，得 $x_1=6$，$x_2=-3$（舍），

答：原正方形空地的边长为 6m.

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，应熟记长方形的面积公式．另外求得剩余的空地的长和宽是解决本题的关键.

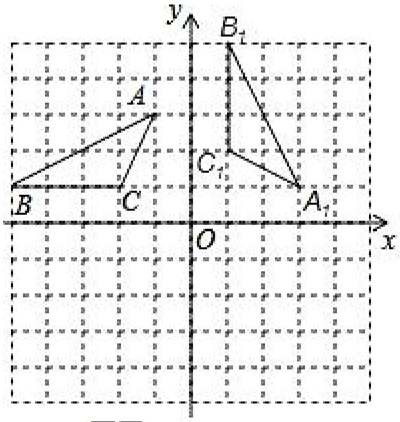
22.【考点】利用旋转设计图案.

【分析】（1）直接利用旋转的性质得出对应点位置进而得出答案；

（2）利用中心对称图形的性质得出符合题意的答案.

【解答】解：（1）如图甲所示：旋转后的△$A_1B_1C_1$ 即为所求；

（2）如图乙所示：答案不唯一.



图甲

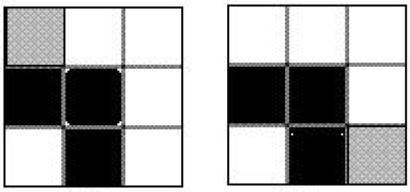


图1　　图2

图乙

【点评】此题主要考查了利用旋转设计图案，正确得出对应点位置是解题关键．

23.【考点】游戏公平性；列表法与树状图法．

【分析】(1) 根据列表法和概率的定义列式即可；

(2) 根据概率的意义分别求出甲、乙获胜的概率，从而得解．

【解答】解：(1) 所有可能出现的结果如图：

从表格可以看出，总共有 9 种结果，每种结果出现的可能性相同，其中两人抽取相同数字的结果有 3 种，所以两人抽取相同数字的概率为$\frac{1}{3}$；

(2) 不公平．

从表格可以看出，两人抽取数字和为 2 的倍数有 5 种，两人抽取数字和为 5 的倍数有 3 种，所以甲获胜的概率为$\frac{5}{9}$，乙获胜的概率为$\frac{1}{3}$．

$\because \frac{5}{9} > \frac{1}{3}$，

$\therefore$甲获胜的概率大，游戏不公平．

	2	3	5
2	2　2	3　2	5　2
3	2　3	3　3	5　3
5	2　5	3　5	5　5

	2	3	5
2	2　2	3　2	5　2
3	2　3	3　3	5　3
5	2　5	3　5	5　5

【点评】本题考查的是游戏公平性的判断．判断游戏公平性就要计算每个事件的概率，概率相等就公平，否则就不公平．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

24.【考点】抛物线与 x 轴的交点；待定系数法求二次函数解析式；等腰三角形的性质．

【分析】(1) 求出 A、B 坐标，利用待定点 C 的坐标为 (0，3)，点 D (1，0)，

（2）由点 C 的坐标为（0，3），点 D（1，0），可知满足条件的点 P 的纵坐标为 2，解方程 $-x^2+2x+3=2$ 即可得到点 P 的横坐标，由此即可解决问题．

【解答】解：（1）由题意可求点 A 的坐标为（3，0）．

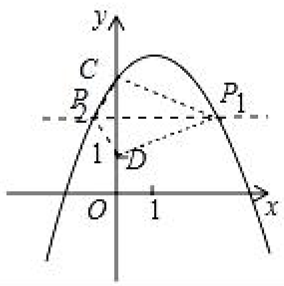
将点 A（3，0）和点 B（﹣1，0）代入 $y=-x^2+bx+c$，

得 $\begin{cases}0=-9+3b+c\\0=-1-b+c.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}b=2\\c=3.\end{cases}$

∴抛物线的解析式 $y=-x^2+2x+3$．

（2）如图，



∵点 C 的坐标为（0，3），点 D（1，0），

∴满足条件的点 P 的纵坐标为 2．

∴ $-x^2+2x+3=2$．

解得 $x_1=1+\sqrt{2}$，$x_2=1-\sqrt{2}$．

∴点 P 的坐标为 $(1+\sqrt{2}，2)$或 $(1-\sqrt{2}，2)$．

【点评】本题考查抛物线与 x 轴的交点、待定系数法求二次函数的解析式、等腰三角形的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

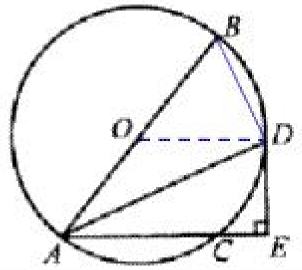
25．【考点】切线的判定；勾股定理；垂径定理；圆周角定理．

【分析】（1）连接 OD，欲证明 DE 是⊙O 的切线，只要证明 OD⊥DE 即可．

（2）利用相似三角形的判定和性质得出 AB，利用勾股定理求出 BD，进而解答即可．

【解答】（1）证明：连接 OD．

∵OA=OD，



∴∠BAD=∠ODA.

∵AD 平分∠BAC，

∴∠BAD=∠DAC.

∴∠ODA=∠DAC.

∴OD∥AE.

∵DE⊥AE，

∴OD⊥DE.

∴DE 是⊙O 的切线；

（2）∵OB 是直径，

∴∠ADB=90°.

∴∠ADB=∠E.

又∵∠BAD=∠DAC，

∴△ABD∽△ADE.

∴$\frac{AB}{AD}=\frac{BD}{DE}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

∴AB=10.

由勾股定理可知 BD=$2\sqrt{5}$.

连接 DC，

∴BD=DC=$2\sqrt{5}$.

∵A，C，D，B 四点共圆.

∴∠DCE=∠B.

∴△DCE∽△ABD.

∴$\frac{AB}{DC}=\frac{BD}{CE}$.

∴CE=2.

【点评】本题考查切线的判定、勾股定理等知识，解题的关键是记住切线的判定方法，学会添加常用辅助线，属于基础题，中考常考题型.

26.【考点】相似三角形的判定与性质；等腰直角三角形.

【专题】新定义.

【分析】(1) 根据等积线段的定义，可知点 D 为线段 BC 的中点，然后根据题目中的条件可以求得 AD 的长度；

(2) 根据题意可以分别画出相应的图形，然后根据相应的图形分别求出相应的等积线段.

【解答】解：(1) 在 Rt△ABC 中，

∵$AC=2\sqrt{2}$，∠C=45°，AD 是△ABC 的一条等积线段，

∴点 D 为线段 BC 的中点，BC=4，

∴AD=2；

(2) 符合题意的图形如右上角图 2 和图 3 所示：

如图 2，当 BD 是△ABC 的一条等积线段时，

∵在 Rt△ABC 中，∠BAC=90°，$AB=AC=2\sqrt{2}$，BD 是△ABC 的一条等积线段，

∴点 D 为 AC 的中点，

∴$AD=\sqrt{2}$，

∴$BD=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}$；

如图 3，当 DE 是△ABC 的一条等积线段时，此时 DE∥BC，

则△ADE 的面积等于△ABC 面积的一半，

∵在 Rt△ABC 中，∠BAC=90°，$AB=AC=2\sqrt{2}$，

∴△ABC 的面积为：$\frac{2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}{2}=4$，

∴△ADE 的面积是 2，

设 AD=a，

则 $\frac{a^2}{2}=2$，得 $a^2=4$，

∴$DE=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}=\sqrt{2\times4}=2\sqrt{2}$.

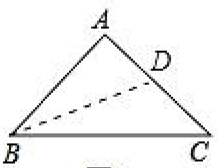


图2

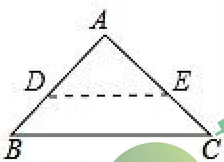


图3

【点评】本题考查相似三角形的判定与性质、等腰三角形、新定义、勾股定理，解题的关键是明确题目中等积线段的定义，利用数形结合的思想解答问题.

27.【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 根据图象与 y 轴的交点，可得 m 的值，可得函数解析式；

(2) 根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等，可得 M 在对称轴上，根据两点之间线段最短，可得 M 点在线段 AB 上，根据自变量与函数值的对应关系，可得答案；

(3) 根据一次函数图象与区域抛物线的交点，可得不等式组，根据解不等式组，可得答案.

【解答】解：（1）由题意可得，$m-4=-3$．∴$m=1$．

∴抛物线的解析式为：$y=x^2-2x-3$．

（2）如图，点 A 关于抛物线的对称轴对称的点是 B，

连接 BC 交对称轴于点 P，

则点 P 就是使得 PA+PC 的值最小的点．

由 $y=x^2-2x-3$，得对称轴是 $x=1$，

由 B（3，0），C（0，－3），得

直线 BC 的解析式为 $y=x-3$，

当 $x=1$ 时，$y=1-3=-2$，

∴点 P 的坐标为（1，－2）．

（3）当 $x=0$ 时，直线 $y=5x+b\leqslant-3$，

解得 $b\leqslant-3$；

直线 $y=5x+b$ 与抛物线相切时，得

$x^2-7x-(3+b)=0$，

$49+4(3+b)\geqslant0$，

解得 $b\geqslant-\frac{61}{4}$，

符合题意的 b 的取值范围是 $-\frac{61}{4}\leqslant b\leqslant-3$．

【点评】本题考察了二次函数综合题，利用线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等得出 M 在对称轴上是解题关键．

28．【考点】四边形综合题；全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定与性质；直角三角形斜边上的中线．

【专题】综合题．

【分析】（1）根据矩形的性质以及垂线，即可判定△AOE≌△COF（AAS），得出 OE=OF；

（2）先延长 EO 交 CF 于点 G，通过判定△AOE≌△COG（AAS），得出 OG=OE，再根据 Rt△EFG 中，$OF=\frac{1}{2}EG$，即可得到 OE=OF；

（3）根据点 P 在射线 OA 上运动，需要分两种情况进行讨论：当点 P 在线段 OA 上时，当点 P 在线段 OA 延长线上时，分别根据全等三角形的性质以及线段的和差关系进行推导计算即可．

【解答】解：（1）OE=OF．

理由：如图 1，∵四边形 ABCD 是矩形，

∴OA=OC，

∵AE⊥BP，CF⊥BP，

∴∠AEO=∠CFO=90°，

∵在△AOE 和△COF 中，

$\begin{cases}\angle AEO=\angle CFO\\ \angle AOE=\angle COF\\ OA=OC\end{cases}$，

∴△AOE≌△COF（AAS），

∴OE=OF；

（2）补全图形如右图 2，OE=OF 仍然成立.

证明：延长 EO 交 CF 于点 G，

∵AE⊥BP，CF⊥BP，

∴AE∥CF，

∴∠EAO=∠GCO，

又∵点 O 为 AC 的中点，

∴AO=CO，

在△AOE 和△COG 中，

$\begin{cases}\angle EAO=\angle GCO\\ \angle AOE=\angle COG\\ AO=CO\end{cases}$，

∴△AOE≌△COG（AAS），

∴OG=OE，

∴Rt△EFG 中，OF=$\frac{1}{2}$EG，

∴OE=OF；

（3）CF=OE+AE 或 CF=OE﹣AE.

证明：①如图 2，当点 P 在线段 OA 上时，

∵∠OEF=30°，∠EFG=90°，

∴∠OGF=60°，

由（2）可得，OF=OG，

∴△OGF 是等边三角形，

∴FG=OF=OE，

由（2）可得，△AOE≌△COG，

∴CG=AE，

又∵CF=GF+CG，

∴CF=OE+AE；

②如图 3，当点 P 在线段 OA 延长线上时，

∵∠OEF=30°，∠EFG=90°，

∴∠OGF=60°，

同理可得，△OGF 是等边三角形，

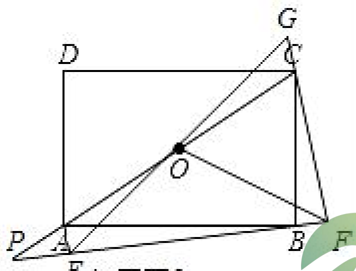
∴FG=OF=OE，

同理可得，△AOE≌△COG，

∴CG=AE，

又∵CF=GF－CG，

∴CF=OE－AE．



备用图3

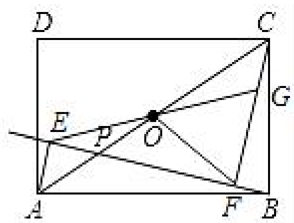


图2

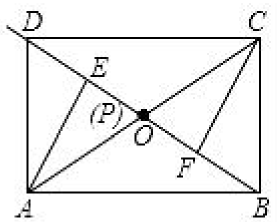


图1

【点评】本题属于四边形综合题，主要考查了矩形的性质、全等三角形的性质和判定以及等边三角形的性质和判定，解决问题的关键是构建全等三角形和证明三角形全等，利用矩形的对角线互相平分得全等的边相等的条件，根据线段的和差关系使问题得以解决．

29．【考点】圆的综合题．

【分析】(1)）①如图 1 中，画出图形，即可判断直线 l_1 与 l_2 与图形 W 成“$\sqrt{2}$相关”的直线．

②符合题意的直线如图 2 中所示．夹在直线 a 和 b 或 c 和 d 之间的（含直线 a，b，c，d）都是符合题意的．

③如图 3 中，设符合题意的直线的解析式为 $y=\sqrt{3}x+b$，由题意可知符合题意的临界直线分别经过点（－1，1），(1，－1)．分别代入可求出 $b_1=1+\sqrt{3}$，$b_2=-1-\sqrt{3}$，由此即可解决问题．

（2）如图 4 中，⊙K 与直线交于点 A、B，直线与 x 轴交于点 D（－3，0)，作 KC⊥AB 于 C．假设 AB=3，求出 DK，再根据对称性即可解决问题．

【解答】解：(1）①如图 1 中，直线 l_1 与 l_2 图形 W 成“$\sqrt{2}$相关”的直线．

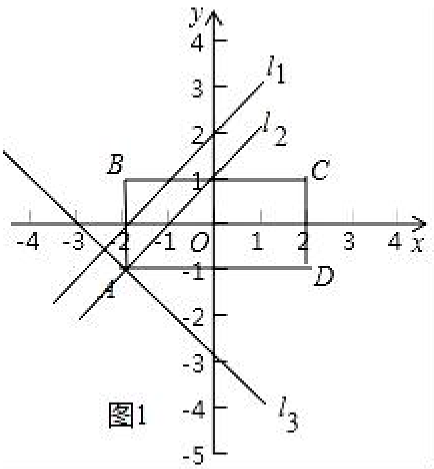


图1

故答案为 l_1 和 l_2．

②符合题意的直线如图 2 中所示．夹在直线 a 和 b 或 c 和 d 之间的（含直线 a，b，c，d）都是符合题意的．

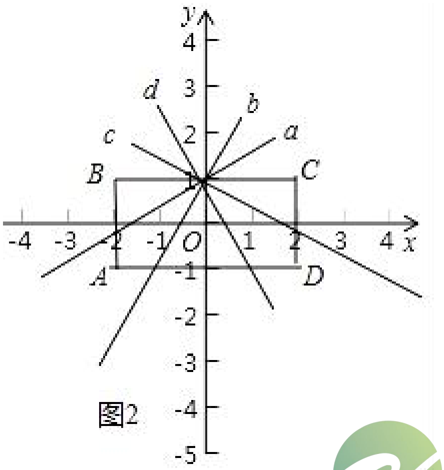
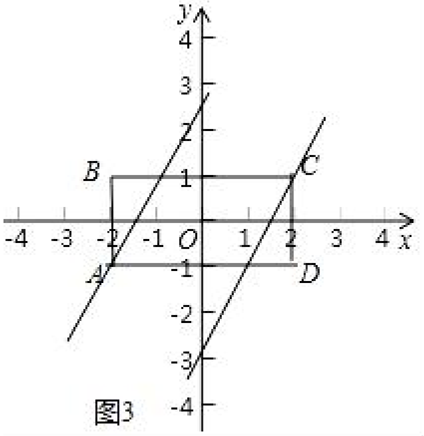


图2

③如图 3 中，设符合题意的直线的解析式为 $y=\sqrt{3}x+b$，

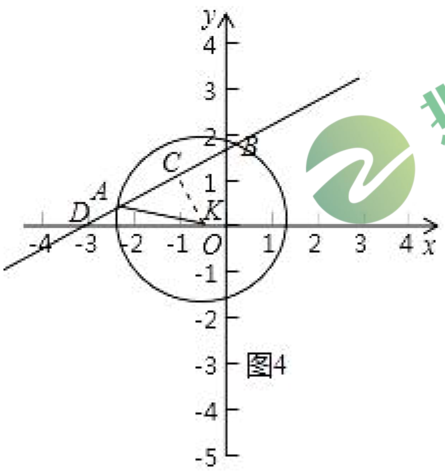


由题意可知符合题意的临界直线分别经过点（﹣1，1），（1，﹣1）.

分别代入可求出 $b_1=1+\sqrt{3}$，$b_2=-1-\sqrt{3}$，

∴ $-1-\sqrt{3}\leqslant y_Q\leqslant 1+\sqrt{3}$.

（2）如图 4 中，⊙K 与直线交于点 A、B，直线与 x 轴交于点 D（﹣3，0），作 KC⊥AB 于 C.



在 Rt△AKC 中，∵ $AC=BC=\frac{3}{2}$，$KA=2$，

∴ $CO=\sqrt{KA^2-AC^2}=\sqrt{2^2-(\frac{3}{2})^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$，

在 Rt△CDK，∵∠CDO=30°，

∴ $DK=2CO=\sqrt{2}$，

根据对称性可知，当 $-3-\sqrt{7}\leqslant x_K\leqslant -3+\sqrt{7}$ 时，若直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$ 与图形 W 成“3 相关”.

【点评】本题考查圆综合题、一次函数的应用、勾股定理，解直角三角形等知识，综合性比较强，理解题意是解题的关键，属于中考创新题目.