2020 年北京市高级中等学校招生考试数学

参考答案

一、选择题(本题共 16 分. 每小题 2 分}

第 1 一 8 题均有四个选项. 符合肠愈的选项只有一个.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	D	B	B	C	B

8. 【解析】: 设水面高度为: h，注水时间为: x， $\therefore h=10+0.2x$

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 【答案】 $x\neq 7$

10. 【答案】 $k=1$

11. 【答案】3（答案不唯一）

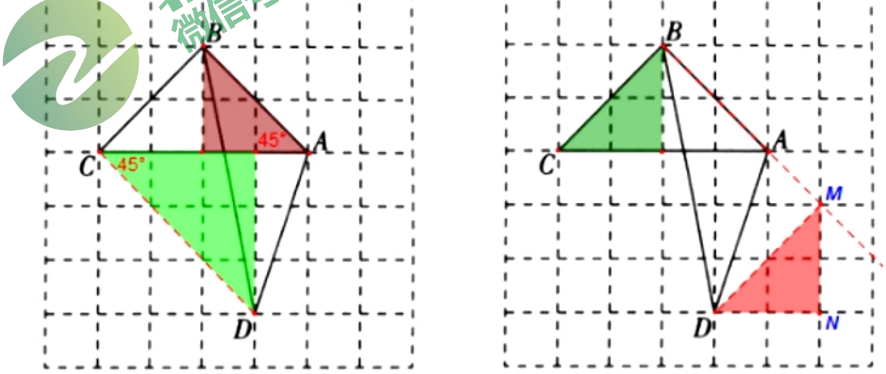
12. 【答案】 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

13. 【答案】0

14. 【答案】 $BD=DC$ （答案不唯一）

15. 【答案】=

【解析】:“格点题型”算的上是近年来中考的必考题型了，试题难度不大。(下面给出了两种解析思路)



说明:①左图，根据图形可知 $\angle ACD=\angle BAC,\therefore AB//CD$

∴根据平行线间的距离处处相等，可得 $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABD}$

②右图，延长 BA 交格点 M，连接 DM，$\therefore DM=AB$

∴等底等高的两个三角形面积相等，可得 $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABD}$

16.　【答案】丙，乙，丁，甲（答案不唯一）

【解析】:这是中考的“新题型”，旨在考查同学们数学分析思维能力，也是中考改革的一大变化，体现了数学教学的精髓所在，也将会成为中考数学考查的一大重点方向。作为填空压轴题是非常不错的一道小题，题目分析:

①甲、乙、丙、丁四人购票，所购票数分别为:2, 3, 4, 5

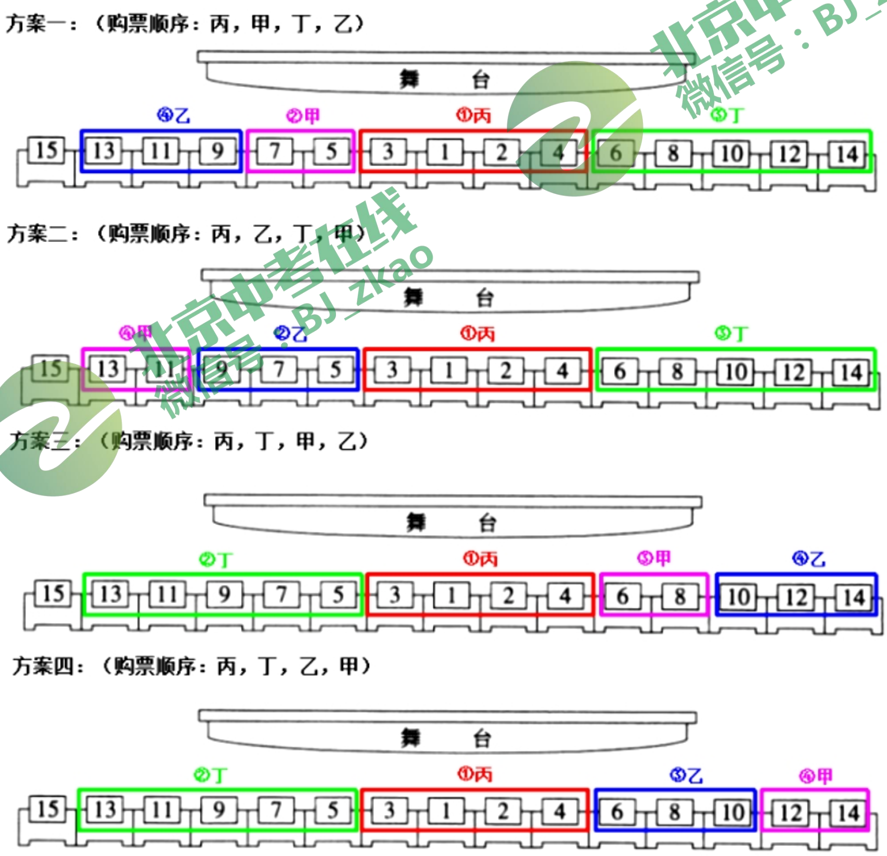
②每人根据顺序购票座位号之和最小

③必须购买相邻座位

④丙第一个购票

写出一种满足上述条件的购票顺序即可?

具体详解请参考下图给出的四种方案:



三、解答题(本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【答案】$=5$

18. 【答案】$1<x<2$

19. 【答案】 -2

20. 【答案】$\angle BPC$　　　同弧所对圆周角是圆心角的二分之一

21. 【答案】(1) 证明：略

(2) $OE=5, BG=2$

22. 【答案】(1) 解析式： $y=x+1$

(2) m 的取值范围： $m\geq 2$

23.【解析】

(1) 解：连接 OD

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle ODF=90^0$

$\therefore \angle FDE+\angle EDO=90^0$

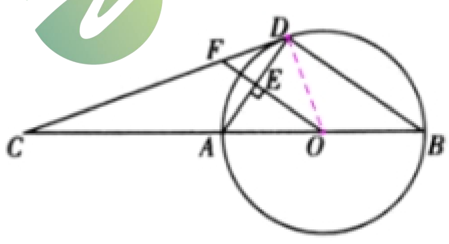
$\because \angle EDO+\angle EOD=90^0$

$\therefore \angle FDE=\angle EOD$

又 $\because OA=OD, OF\perp AD$

$\therefore \angle AOE=\angle EOD, \therefore \angle AOE=\angle FDE$

$\therefore \angle ADC=\angle AOF$



(2) 在 $RT\Delta CDO$ 中， $\sin C=\dfrac{OD}{OC}=\dfrac{1}{3}$

$\therefore 3OD = OC$

$\because$ AB 为$\odot O$ 的直径

$\therefore \angle ADB = 90^0$， 又$\because$ $OF \perp AD$ 于点 E，$\therefore \angle OEA = 90^0$

$\therefore OF // BD$

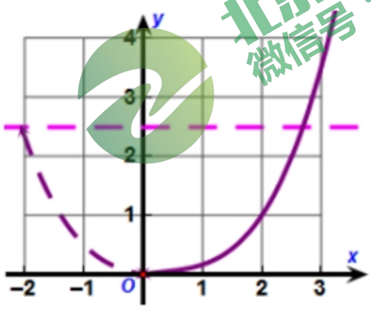
$\therefore \dfrac{OC}{BC} = \dfrac{OF}{BD} = \dfrac{3}{4}$, 即 $\dfrac{OF}{8} = \dfrac{3}{4}$, $OF = 6$

在 $RT\Delta ABD$ 中，点 O 为 AB 中点， $OF // BD$

$\therefore OE = \dfrac{1}{2}BD = 4$, $\therefore EF = OF - OE = 6 - 4 = 2$

24. 【答案】(1) 减小　　减小　　减小

(2)



【解析】

(3) $\mathrm{m} = \dfrac{7}{3}$

解：令 $x = -2$ 时，代入 $y = \dfrac{1}{6}|x|\left(x^2 - x + 1\right)(x \geq -2)$

$\therefore y = \dfrac{1}{6}|-2|\left((-2)^2 + 2 + 1\right)$

$y = \dfrac{1}{6} \times 2 \times 7$

$y = \dfrac{7}{3}$

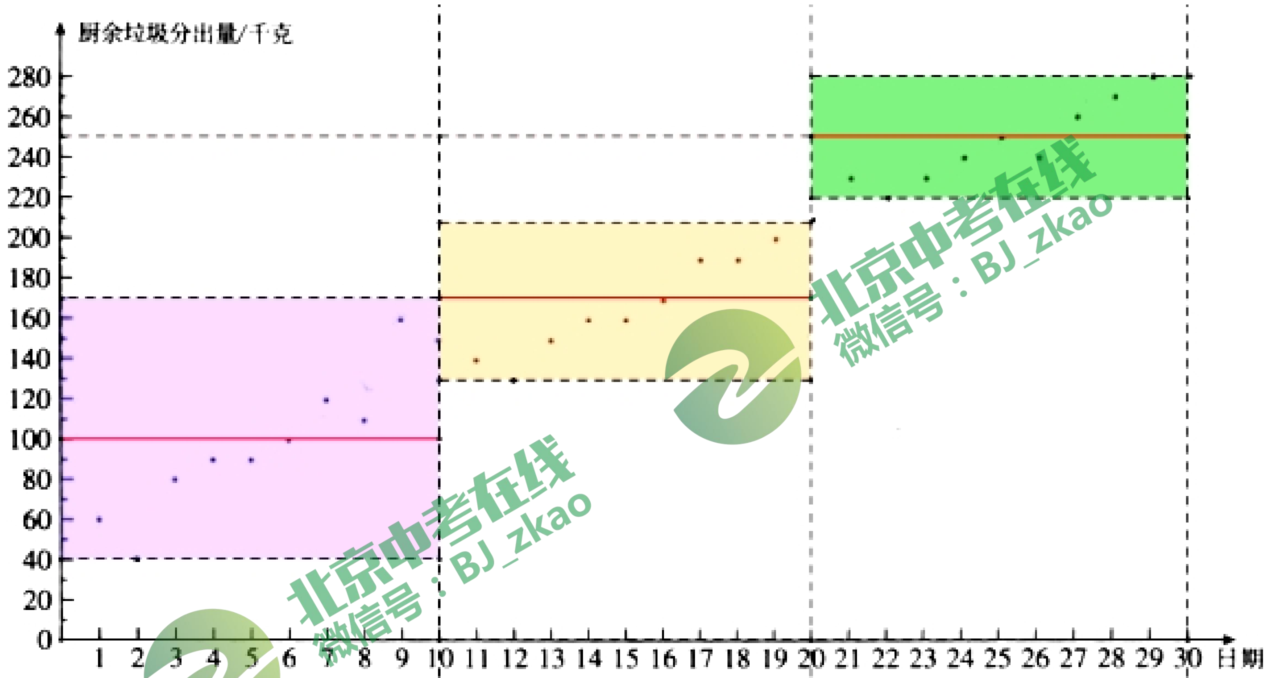
25. 【答案】(1) 173

(2) 2.9

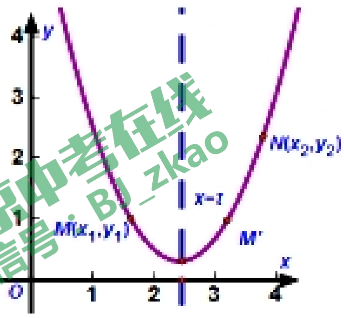
(3) $S_1^2 > S_2^2 > S_3^2$

【解析】：

解析：第(3)问考查方差的意义，方差考查数据的波动情况，根据下图不难得出正确结论。



26.【解析】：(1)当 $y_1=y_2=c$ 时



$\therefore$ 令 $y=c$ 时，代入 $y=ax^2+bx+c\left(a>0\right)$

$\therefore c=ax^2+bx+c\left(a>0\right)$

$\therefore 0=x\left(ax+b\right)$

$\therefore x_1=0, x_2=-\dfrac{b}{a}$

又 $\because$ 对称轴 $x=-\dfrac{b}{2a}=1$, 即 $b=-2a$

$\therefore x_2=-\dfrac{-2a}{a}=2$

(2)作点 M 关于 $x=t$ 的对称点 M' 设点 M$\left(x_3,y_1\right)$

$\therefore x_1+x_3=2t$

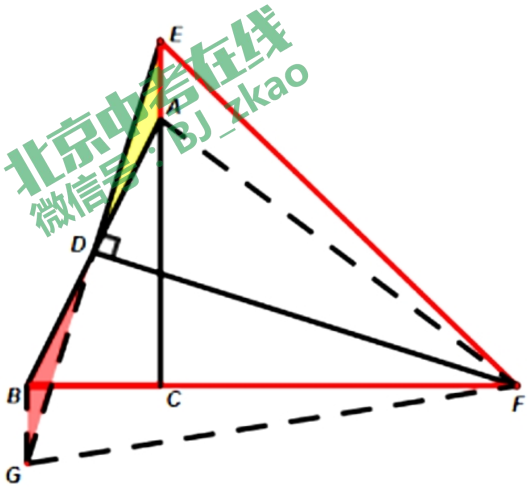
$\because y_1<y_2, x_1+x_2>3$

$\therefore x_1+x_2>2t$,即$2t\le 3$, $t\le\dfrac{3}{2}$

注：此时，是可以取等值的，一定要特别注意。

27. 【解析】(1)点E为AC中点时，$\because$ D是AB的中点

$\therefore DE/\!/BC, DE=\dfrac{1}{2}BC$



$\therefore \angle C=\angle CED=90^0$，$\angle EDF=90^0$

$\therefore$四边形$DECF$为矩形

$\therefore DE=FC=BF=\mathrm{b}, AE=EC=DF=\mathrm{a}$

$\therefore EF=\sqrt{b^2+a^2}$

（2）延长ED到G使$DG=DE$, 连接BG

易证：$\Delta EDA\cong\Delta CDB(SAS)$, $\therefore DG=DE$、$AE=BG$, $\angle DEA=\angle DGB$

$\therefore$可得：$BG/\!/AE$, 所以$BG\perp BF$

在ΔEGF中，$\because$ $DG=DE$, $DF\perp EG$, $\therefore EF=GF$（三线合一）

$\therefore$在$RT\Delta BGF$中，$BG^2+BF^2=GF^2$, $\therefore AE^2+BF^2=EF^2$

28. 【解析】分析定义：

①平移线段AB得到$\odot O$的弦$A'B'(AB=A'B')$

②线段AA'的最小值即为线段AB到$\odot O$的“平移距离”

③$AB=1$，$\odot O$的半径为1，$\therefore$当线段AB平移得到弦$A'B'$时，$\Delta A'OB'$为等边三角形。

注：要特别注意是线段AB与弦$A'B'$的对应点AA'的最小值为“平移距离”。

（1）答案：平行，P_3

注：这一问相对比较简单，同学们认真审题，一般不会出现问题。

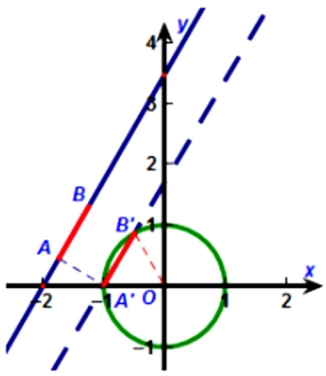


图 01

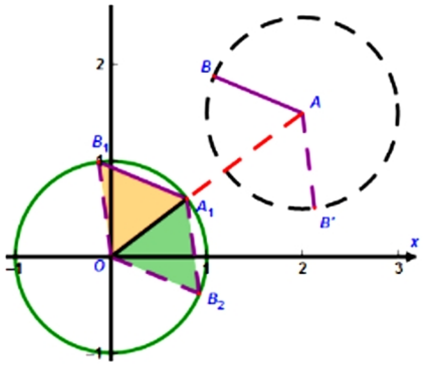


图 02

(2) 如图 01，线段 AB 平移得到弦 $A'B'$

∵ $A'B'=1$，∴ $\Delta A'OB'$为等边三角形

∴此时，AA'即为线段 AB 到⊙O 的“平移距离”

∴ $d_1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

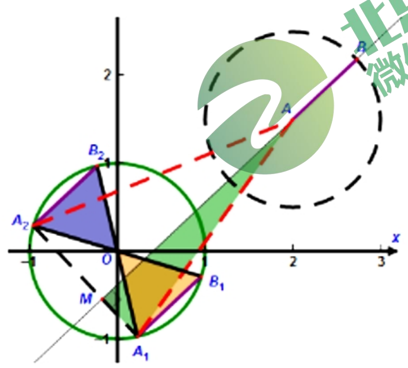
(3)①如图 02，连接 OA，线段 AB 到⊙O 的“平移距离”最小值 $d_2=\dfrac{3}{2}$

②线段 AB 到⊙O 的“平移距离”最大值 d_2

说明：线段 AB 经过平移得到弦 A_1B_1 和弦 A_2B_2 这两种情况，其点 A 平移轨迹为 AA_1、AA_2，根据定义可知：线段 AA'的最小值即为线段 AB 到⊙O 的“平移距离”。

∴此时，线段 AB 到⊙O 的“平移距离”为 d_2，应为线段 AA_1、AA_2，较小值。

∴当 $AA_1=AA_2$ 时，线段 AB 到⊙O 的“平移距离”为 d_2 取得最大值。其最大值 d_2，的解题思路如下：



题 03

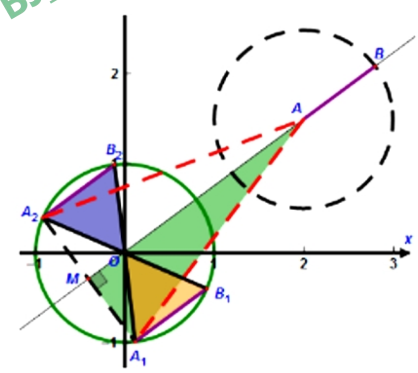


图 04

∵ $AA_1=AA_2$，∴ $AM\perp A_1A_2$，

又$\because \Delta A_1OB_1$为等边三角形，$\therefore \angle A_1OM = 60^\circ$

$\therefore OM = \frac{1}{2}, A_1M = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$在$RT\Delta A_1AM$中，$A_1A_2 = \sqrt{A_1M^2 + AM^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + 9} = \frac{\sqrt{39}}{2}$

$\therefore$综上，d_2取值范围是：$\frac{3}{2} \le d_2 \le \frac{\sqrt{39}}{2}$