



初二第一学期期中试卷

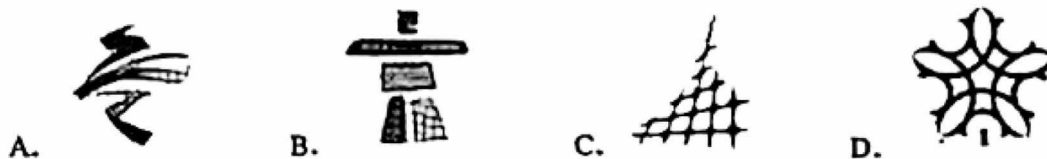
数学

(清华附中初 22 级) 2023.10

一. 选择题 (本题共 30 分, 每题 3 分)

第 1-10 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 冬季奥林匹克运动会是世界规模最大的冬季综合性运动会, 每四年举办一届. 第 24 届冬奥会已于 2022 年在北京和张家口举办. 下列四个图分别是四届冬奥会图标中的一部分, 其中是轴对称图形的为( )



2. 下列运算正确的是( )

- A.  $a^2 \cdot a = a^2$
- B.  $(a^3)^2 = a^3$
- C.  $(ab)^3 = a^3b^3$
- D.  $(-3a)^3 = -9a^3$

3. 已知  $m - n = 3$ , 则  $2^m + 2^n$  的值为( )

- A. 8
- B. -8
- C.  $\frac{1}{8}$
- D. 1

4. 下列各式由左边到右边的变形中, 是分解因式的为( )

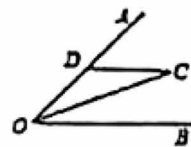
- A.  $a(x+y) = ax + ay$
- B.  $x^2 - 4x + 4 = x(x-4) + 4$
- C.  $x^2 - 16 + 3x = (x+4)(x-4) + 3x$
- D.  $10x^2 - 5x = 5x(2x-1)$

5. 若分式  $\frac{x^2-4}{x-2}$  的值为 0, 则  $x$  的值为( )

- A.  $\pm 2$
- B. -2
- C. 0
- D. 2

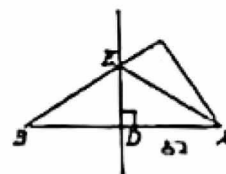
6. 如图, 已知  $OC$  平分  $\angle AOB$ ,  $CD \parallel OB$ , 若  $OD = 3\text{cm}$ , 则  $CD$  等于( )

- A. 3cm
- B. 4cm
- C. 1.5cm
- D. 2cm



7. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $ED$  垂直平分  $AB$ , 若  $AC = 12$ ,  $EC = 5$ , 且  $\triangle ACE$  的周长为 30, 则  $BE$  的长为( )

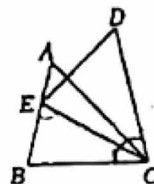
- A. 5
- B. 10
- C. 12
- D. 13



8. 已知  $a + b = 3$ , 则  $a^2 - b^2 + 6b$  的值为( )

- A. 3
- B. 6
- C. 9
- D. 12

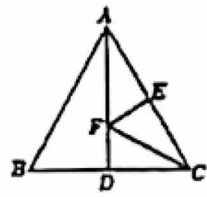
9. 如图,  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ , 点  $E$  在线段  $AB$  上,  $\angle B = 75^\circ$ , 则  $\angle ACD$  的度数为( )





- A.  $20^\circ$                       B.  $25^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $40^\circ$

10. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为8,  $AD$ 是 $BC$ 边上的中线,  $F$ 是 $AD$ 边上的动点,  $E$ 是 $AC$ 边上一点, 若 $AE=4$ , 则当 $EF+CF$ 取得最小值时,



$\angle ECF$ 的度数为( )

- A.  $22.5^\circ$                       B.  $30^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $15^\circ$

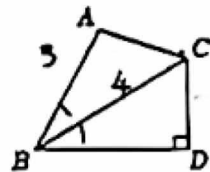
**二. 填空题 (本题共 18 分, 每题 3 分)**

11. 使分式 $\frac{3}{x-2}$ 有意义的 $x$ 取值范围是 \_\_\_\_\_

12. 已知 $x^2y+xy^2=48$ ,  $xy=6$ , 则 $x+y=$ \_\_\_\_\_.

13. 化简 $\frac{x^2-4x}{x^2-8x+16} =$ \_\_\_\_\_.

14. 如图, 在四边形 $ABDC$ 中,  $\angle ABD=60^\circ$ ,  $\angle D=90^\circ$ ,  $BC$ 平分 $\angle ABD$ ,  $AB=3$ ,  $BC=4$ . 则 $\triangle ABC$ 的面积等于 \_\_\_\_\_.



15. 某中学要举行校庆活动, 现计划在教学楼之间的厂场上搭建舞台.

已知广场中心有一座边长为 $b$ 的正方形的花坛, 学生会提出两个方案:

方案一: 如图 1, 围绕花坛搭建外圈为正方形的“回”字形舞台 (阴影部分), 舞台的面积记为 $S_1$ ;

方案二: 如图 2, 在花坛的三面搭建“凹”字形舞台 (阴影部分), 舞台的面积记为 $S_2$ ;

具体数据如图所示, 则 $S_1$  \_\_\_\_\_  $S_2$ . (填“>”, “<”或“=”)

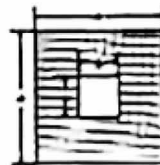


图 1

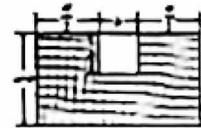


图 2

16. 操作任务: 将初始图九宫格中剪开的 9 格图片进行平移, 拼出口标图 (九九消寒图).  
操作规则: 为了有效地记录、检验和交流平移过程, 小明和同伴约定用“有序数对”描述平移方式并填写操作记录图, 约定如下: 将初始图中的初始位置图片进行平移, 横向移动标记在前, 纵向移动标记在后, 将向右 (或向上) 平移 1 格记为+1 (正号可省略), 反之记为以此类推, 不移动记为 0. 如“前”字在对应位置标记为(2,-1).

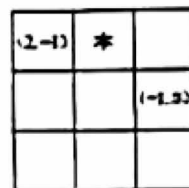
操作过程:

(1) 操作记录图中“\*”位置应填 \_\_\_\_\_.

(2) 操作记录图中, 应标记(0,1)的位置对应初始图中的字为 \_\_\_\_\_.



初始图



操作记录图



目标图



三. 解答题 (本题共 52 分, 第 17 题 6 分; 第 18 题 12 分; 第 19-21 题, 每题 5 分; 第 22-23 题, 每题 6 分; 第 24 题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 分解因式:

(1)  $3a^2 - 6ab + 3b^2$ ;

(2)  $x^2(m-2) + y^2(2-m)$ .

18. 计算

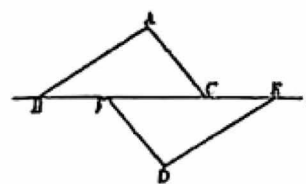
(1)  $98 \times 102$ ;

(2)  $2m^3 \cdot 3m - (2m^2)^2 + m^6 + m^3$ ;

(3)  $-a^2(-2ab) + 3a(a^2b - 1)$ ;

(4)  $(x-1)^2 + (x+2)(x-3)$ ;

19. 如图, 点  $B, F, C, E$  在直线  $l$  上, 点  $A, D$  在  $l$  异侧, 若  $AB = DE, AB \parallel DE, \angle A = \angle D$ . 求证:  $BF = CE$ .

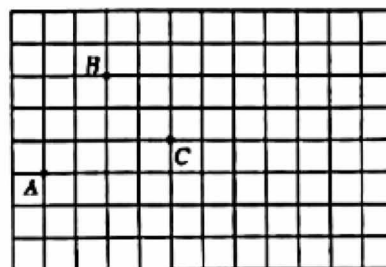


20. 已知  $2x^2 + x - 1 = 0$ . 求代数式  $(2x+1)^2 - 2(x-3)$  的值.

21. 已知  $(a+b)^2 = 10, (a-b)^2 = 2$ , 求  $a^2 + b^2, ab$  的值.

22. 如图,  $8 \times 12$  的网格中, 每格边长都是 1, 网格线的交点叫做格点, 点  $A, B, C$  都是格点. 请按要求解答下列问题: 在网格中建立平面直角坐标系  $xOy$  后, 点  $A, B$  的坐标分别是  $(-3, 1), (-1, 4)$ ,

- (1) ①请画出上述平面直角坐标系  $xOy$ ;
- ②点  $C$  的坐标是 \_\_\_\_\_ 点  $C$  关于  $x$  轴的对称点  $C_1$  的坐标是 \_\_\_\_\_
- (2) 设  $l$  是过点  $C$  且垂直于  $x$  轴的直线,
- ①点  $A$  关于直线  $l$  的对称点  $A_1$  的坐标是 \_\_\_\_\_
- ②在直线  $l$  上找一点  $P$ , 使  $PA + PB$  最小, 在图中标出此时点  $P$  的位置: (保留作图痕迹)
- ③若  $Q(m, n)$ , 直接写出点  $Q$  关于直线  $l$  的对称点  $Q_1$  的坐标 (用含  $m, n$  的式子表示) \_\_\_\_\_





23. 阅读下面的材料:

常用的分解因式的方法有提取公因式法、公式法等,但有的多项式只用上述方法无法分解.如  $x^2 - 4y^2 - 2x + 4y$ , 细心观察这个式子,会发现前两项符合平方差公式,后两项可提取公因式,前、后两部分分别因式分解后又出现新的公因式,提取公因式就可以完成整个式子的分解因式,具体过程如下:

$$\begin{aligned} & x^2 - 4y^2 - 2x + 4y \\ &= (x^2 - 4y^2) - (2x - 4y) \\ &= (x + 2y)(x - 2y) - 2(x - 2y) \\ &= (x - 2y)(x + 2y - 2) \end{aligned}$$

像这种将一个多项式适当分组后,进行分解因式的方法叫做分组分解法.

利用分组分解法解决下面的问题:

(1) 分解因式:  $a^2 - b^2 + 4a - 4b$ :

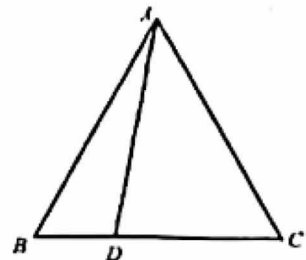
(2) 已知等腰三角形的三边  $a$ 、 $b$ 、 $c$  均为整数,且  $a + bc + b + ca = 12$ , 则满足该条件的等腰三角形共有      个, 请说明理由.

24. 已知等边三角形  $ABC$ ,  $D$  为线段  $BC$  上一点,  $P$  为  $B$  关于直线  $AD$  的对称点. 过  $A$  做  $AM$  平行于  $PC$  且交  $\angle ABC$  的外角平分线于  $M$ .

(1) 依题意补全图形:

(2) 设  $\angle BAD = \alpha$ , 求  $\angle BAM$  (用含  $\alpha$  的式子表示):

(3) 过  $D$  做  $DQ \parallel AB$  且交  $CP$  延长线于  $Q$ . 请用等式表示  $QD$ ,  $BM$  和  $BA$  之间的数量关系, 并证明.

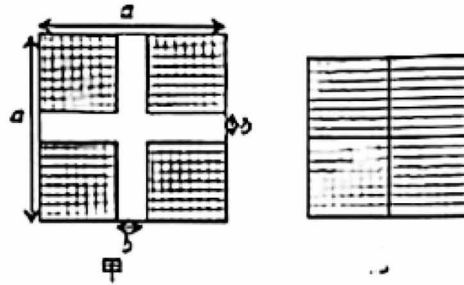




附加题：(本题共 20 分，第 25-26 题，每题 3 分；第 28-29 题，每题 4 分；第 30 题 6 分)

25. 如图，将甲图中阴影部分无重叠、无缝隙地拼成乙图，根据两个图形中阴影部分的面积关系得到的等式是( )

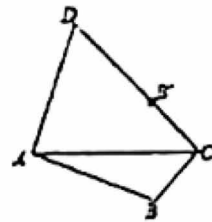
- A.  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$                       B.  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$   
 C.  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$                       D.  $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$



26. 将 4 个数  $a, b, c, d$  排成两行，两列，两边各加一条竖直线记成  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ，定义

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 。上述记号叫做 2 阶行列式，若  $\begin{vmatrix} x+1 & 1-x \\ 1-x & x+1 \end{vmatrix} = 8$ ，则  $x$  的值为\_\_\_\_\_。

27. 如图，四边形  $ABCD$  中， $AB=AD$ ，点  $B$  关于  $AC$  的对称点  $B'$  恰好落在  $CD$  上，若  $\angle BAD = \alpha$ ，则  $\angle ACB$  的度数为\_\_\_\_\_。(用含  $\alpha$  的代数式表示)



28. 已知  $a, b, c$  是  $\triangle ABC$  的三边长，且  $a, b, c$  满足  $a^2 + 2b^2 + c^2 - 2ab - 2bc = 0$ ，请判断  $\triangle ABC$  的形状，并说明理由。



29. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P(a, b)$  与图形  $W$ ，我们给出如下定义：若  $|a| \geq |b|$ ，将图形  $W$  关于直线  $x=a$  对称，得到图形  $W'$ ；若  $|a| < |b|$ ，将图形  $W$  向上平移  $|b|$  个单位长度，得到图形  $W'$ ，并称  $W'$  为图形  $W$  的“斗转星移图”。

(1) 点  $A(3, 3)$  关于点  $(1, -2)$  的“斗转星移图”为 \_\_\_\_\_；

(2) 若点  $B(5, -2)$  关于点  $(m+2, m)$  的“斗转星移图”坐标为  $(5, 6)$ ，求  $m$  的值；

(3) 已知点  $C(2n^2, 1)$ ，点  $D(2n^2+3, 1)$ ，点  $P_1(n^2-n+1, \frac{3}{4})$ ，点  $E(n+1, 3n)$ ，点

$F(n+1, 3n+3)$ ， $P_2(\frac{1}{2}, -1)$ ，若线段  $CD$  关于点  $P_1$  的“斗转星移图”与线段  $EF$  关于点  $P_2$  的

“斗转星移图”无公共交点，则  $n$  的取值范围是 \_\_\_\_\_。

