北京四中 2014—2015学年度初三年级十二月月考数学试卷 2014.12

（考试时间 120 分钟 满分 120 分）

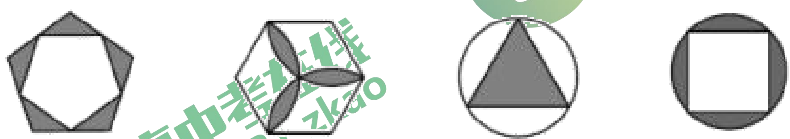
班级__________ 姓名__________ 学号__________

注意事项	1. 本试卷共 6 页，共五道大题，满分 120 分，考试时间 120 分钟．
	2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号 ．
	3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效
	4. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回

一、选择题（共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）

下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

1. 下列图形是中心对称图形的是（　　）



A. B. C. D.

2. 抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 是由抛物线 $y=x^2$ 平移得到的，下列对于抛物线 $y=x^2$ 的平移过程叙述正确的是（　　）

A．先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位
B．先向右平移 2 个单位，再向下平移 1 个单位
C．先向左平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位
D．先向左平移 2 个单位，再向下平移 1 个单位

3. 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，若 BC=1，AB=$\sqrt{5}$，则 tanA 的值为（　　）

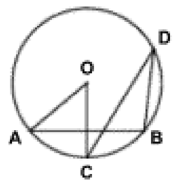
A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

4. 已知一元二次方程 $x^2+x-1=0$，下列判断正确的是（　　）

A. 该方程有两个相等的实数根　　B. 该方程有两个不相等的实数根
C. 该方程无实数根　　D. 该方程根的情况不确定

5. 如图，⊙O 的半径 OC 垂直于弦 AB，D 是优弧 AB 上的一点（不与点 A、B 重合），若∠AOC=50°，则∠CDB 等于（　　）

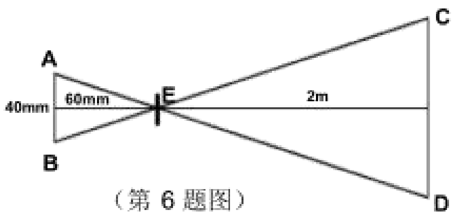
A．25°　　B．30°
C．40°　　D．50°



（第 5 题图）

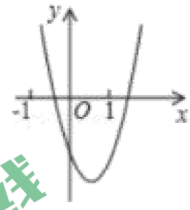
6. 如图是一个照相机成像的示意图，如果底片 AB 宽 40mm，焦距是 60mm，所拍摄的 2m 外的景物的宽 CD 为（　　）

A．12m　　B．3m
C．$\frac{3}{2}$m　　D．$\frac{4}{3}$m



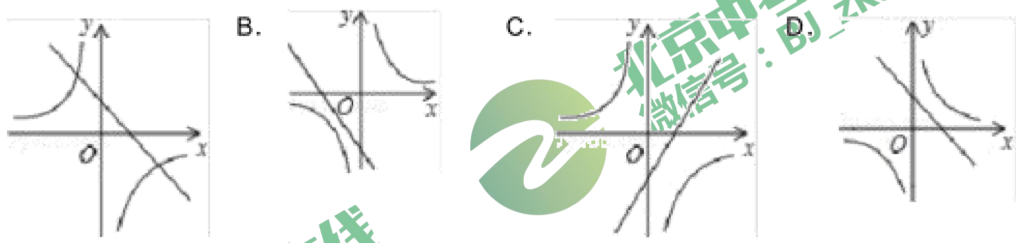
（第 6 题图）

7. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，且 $a\neq 0$）的图象如图所示，则一次函数 $y=cx-\frac{b}{2a}$ 与反比例函数 $y=\frac{ab}{x}$ 在同一坐标系内的大致图象是（　　）

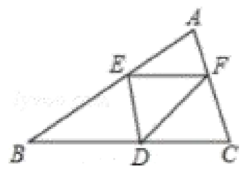


（第 7 题图）

A. B. C. D.

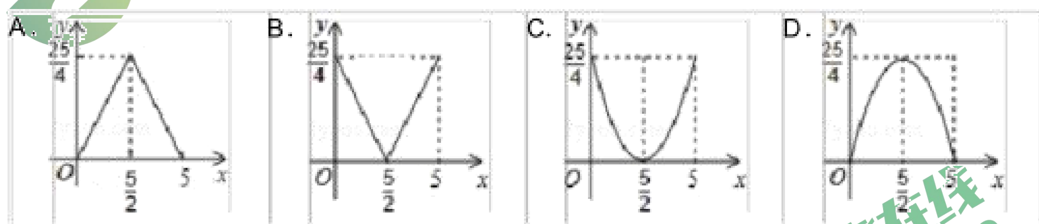


8. 已知：在 △ABC 中，BC=10，BC 边上的高 h=5，点 E 在边 AB 上，过点 E 作 EF∥BC，交 AC 边于点 F．点 D 为 BC 上一点，连接 DE、DF．设点 E 到 BC 的距离为 x，则△DEF 的面积 y 关于 x 的函数图象大致为（　　）



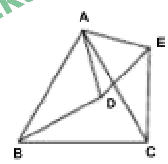
（第 8 题图）

A. B. C. D.



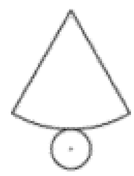
二、填空题（共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分）

9. 如图，△ABC 为等边三角形，D 是△ABC 内一点，且 AD=3，将△ ABD 绕点 A 旋转到△ ACE 的位置，连接 DE，则 DE 的长为________．



（第 9 题图）

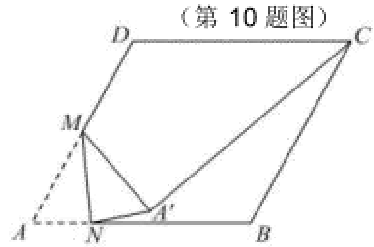
10. 如图，在纸上剪下一个圆形和一个扇形的纸片，使之恰好能围成一个圆锥模型．若该圆的半径为 1，扇形的圆心角等于 60°，则这个扇形的半径 R 的值是________．



（第 10 题图）

11. 已知抛物线 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$ 过 A（1，y_1）、B（4，y_2）两点，则 y_1________y_2（填“>”、“<”或“=”）．

12. 如图，在边长为 2 的菱形 ABCD 中，∠A=60°，M 是 AD 边的中点，N 是 AB 边上一动点，将△AMN 沿 MN 所在的直线翻折得到△A'MN，连接 A'C，则 A'C 长度的最小值是________．



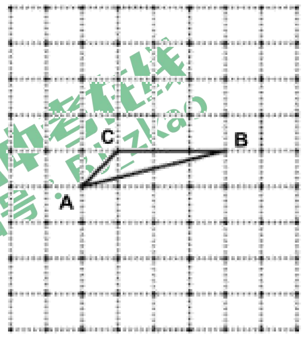
（第 12 题图）

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

13.计算： $\tan 60° + \sin^2 45° - 2\cos 30°$.

14.解关于 x 的方程： $x^2 - 2x - 2 = 0$.

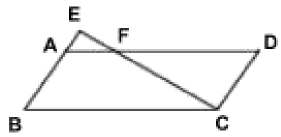
15.如图，将△ABC 放在每个小正方形的边长为 1 的网格中，点 A、B、C 均落在格点上 .



（1）在图中做出△ ABC 以 A 为旋转中心，沿顺时针方向旋转 90° 后的图形△ AB_1C_1；

（2）在（1）的旋转过程中，计算边 BC 扫过的面积 .

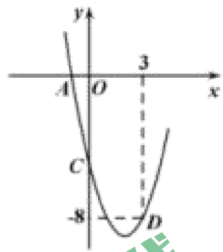
16.如图， □ABCD 中，点 E 在 BA 的延长线上，连接 CE，与 AD 相交于点 F.



（1）求证： △EBC∽△CDF；

（2）若 BC＝8，CD＝3，AE＝1，求 AF 的长.

17.二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象如图所示，其中图象与 x 轴交于点 A（－1，0），与 y 轴交于点 C（0，－5），且经过点 D（3，－8）.

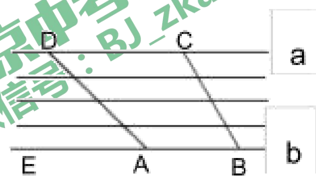


（1）求此二次函数的解析式；

（2）将此二次函数的解析式写成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式，

并直接写出此二次函数图象的顶点坐标以及它与 x 轴的另一个交点 B 的坐标 .

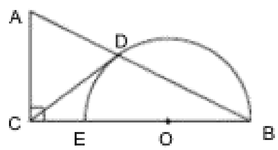
18. 如图，河两岸 a，b 互相平行， C，D 是河岸 a 上间隔 40 米的两根电线杆，某人在河岸 b 上的 A 处，测得∠ DAE=45° ，然后沿河岸走了 30 米到达 B 处，测得∠ CBE=60° ，求河的宽度（结果保留根号）.



四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19. 某商场销售一批衬衫，现在平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元，为了尽量扩大销售量，增加盈利，减少库存，商场决定采用降价措施，经调查发现，如果每件衬衫的售价降低 1 元，那么商场平均每天可多售出 2 件. 商场若要平均每天盈利 1200 元，每件衬衫应降价多少元？

20. 如图，在△ ABC 中，∠ ACB=90° ，O 为 BC 边上一点，以 O 为圆心，OB 为半径作半圆与 AB 边和 BC 边分别交于点 D、点 E，连接 CD，且 CD=CA，BD=$6\sqrt{5}$，$\tan\angle ADC=2$.



（1）求证： CD 是半圆 O 的切线；

（2）求半圆 O 的直径.

21. 如图，点 B（3，3）在双曲线 $y=\frac{k}{x}$（x＞0）上，点 D 在双曲线 $y=-\frac{4}{x}$（x＜0）上，点 A 和点 C 分别在 x 轴，y 轴的正半轴上，且点 A，B，C，D 构成的四边形为正方形.

（1）求 k 的值；

（2）求点 A 的坐标.

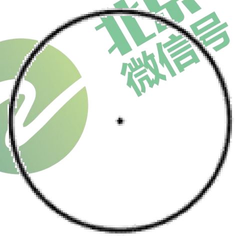
22. 问题探究：

（1）请在图①中作出两条直线，使他们将圆面四等分；

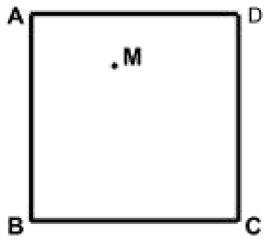
（2）如图②，M 是正方形 ABCD 内一点，请在图②中作出两条直线（要求其中一条直线必须过点 M），使它们将正方形 ABCD 的面积四等分.

问题解决：

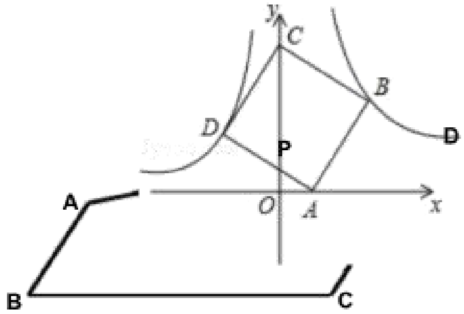
（3）如图③，在四边形 ABCD 中，AB//CD，AB+CD=BC，点 P 是 AD 的中点．如果 AB=a，CD=b，且 b＞a，那么在边 BC 上是否存在一点 Q，使 PQ 所在直线将四边形 ABCD 的面积分成相等的两部分？若存在，请画出示意图，并直接写出 BQ 的长；若不存在，说明理由.



（第 22 题图①）



（第 22 题图②）



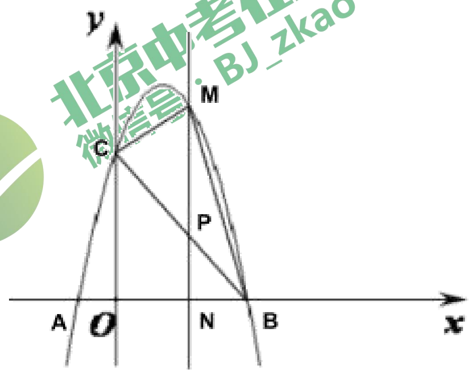
（第 22 题图③）

五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 8 分，第 25 题 7 分）

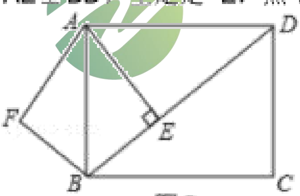
23. 如图，已知抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左边），与 y 轴交于点 C，连接 BC。

（1）求 A、B、C 三点的坐标；

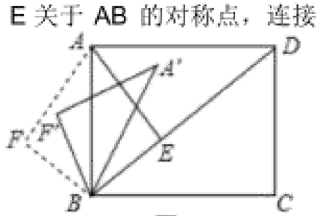
（2）若点 P 为线段 BC 上的一点（不与 B、C 重合），PM // y 轴，且 PM 交抛物线于点 M，交 x 轴于点 N，当△BCM 的面积最大时，求点 P 的坐标.



24. 已知：如图①，在矩形 ABCD 中，AB=5，AD=$\frac{20}{3}$，AE⊥BD，垂足是 E．点 F 是点 E 关于 AB 的对称点，连接 AF、BF.



图①



图②

（1）求 AE 和 BE 的长；

（2）若将△ABF 沿着射线 BD 方向平移，设平移的距离为 m（平移距离指点 B 沿 BD 方向所经过的线段长度）．当点 F 分别平移到线段 AB、AD 上时，直接写出相应的 m 的值．

（3）如图②，将△ABF 绕点 B 顺时针旋转一个角 α（$0°<\alpha<180°$），记旋转中的△ABF 为△A′BF′，在旋转过程中，设 A′F′所在的直线与直线 AD 交于点 P，与直线 BD 交于点 Q．是否存在这样的 P、Q 两点，使△DPQ 为等腰三角形？若存在，请直接写出此时 DQ 的长；若不存在，请说明理由．

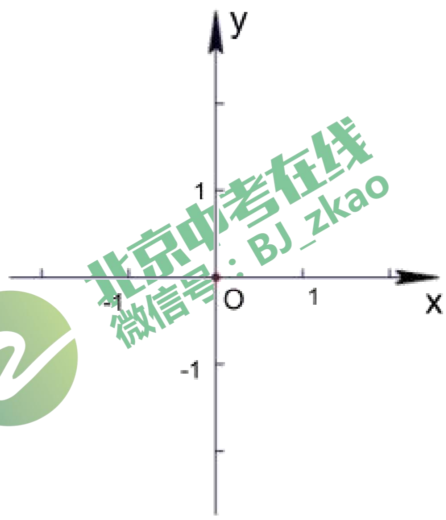
25. 对于平面直角坐标系中的任意两点 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$，我们把 $|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$ 叫做 P_1、P_2 两点间的直角距离，记作 $d(P_1,P_2)$．

（1）已知 O 为坐标原点，动点 $P(x,y)$ 满足 $d(O,P)=1$，请写出一个符合条件的 P 点坐标____________，并在所给的直角坐标系中作出所有符合条件的点 P 所组成的图形 G；

（2）设 $P_0(x_0,y_0)$ 是一定点，$Q(x,y)$ 是曲线 C 上的动点，我们把 $d(P_0,Q)$ 的最小值叫做 P_0 到曲线 C 的直角距离．

①试求点 M（2,1）到直线 $y=x+2$ 的直角距离；

②直接写出点 M（2,−1）到抛物线 $y=x^2$ 的直角距离．



2014～2015 学年北京四中九年级十二月月考答案

一、选择题（共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	C	B	A	D	A	D

二、填空题（共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分）

9. 3　10. 6　11. <　12. $\sqrt{7}-1$

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

13.（本小题满分 5 分）

解： 原式 $=\sqrt{3}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}$

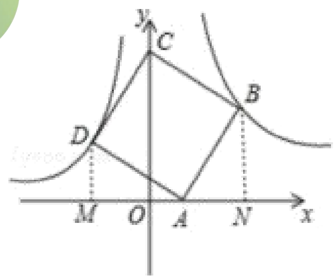
14. $x_1=1+\sqrt{3},x_2=1-\sqrt{3}$　　15.（1）图略（2）$\frac{15\pi}{4}$　　16.（1）略（2）2

17.（本小题满分 5 分）

解：（1）由题意，有

$$\begin{cases}a-b+c=0,\\c=-5,\\9a+3b+c=-8.\end{cases}\quad 解得\quad\begin{cases}a=1,\\b=-4,\\c=-5.\end{cases}$$

∴此二次函数的解析式为 $y=x^2-4x-5$.

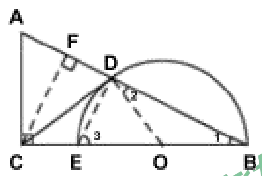


（2）$y=(x-2)^2-9$，顶点坐标为（2，−9），B（5，0）.

18. $15+5\sqrt{3}$

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19. 20 元



20.（1）证明：如图，连接 OD，

∵OD＝OB，∴∠1＝∠2.

∵CA＝CD，∴∠ADC＝∠A.

在△ABC 中，

∵∠ACB＝90°，∴∠A＋∠1＝90°.

∴∠ADC＋∠2＝90°. ∴∠CDO＝90°.

∵OD 为半圆 O 的半径，

∴CD 为半圆 O 的切线.

（2）解：如图，连接 DE.

∵BE 为半圆 O 的直径，

∴∠EDB＝90°. ∴∠1＋∠3＝90°.

∴∠ADC＝∠3.

∴ $\tan\angle 3=\frac{BD}{ED}=2$.

∴ $ED=3\sqrt{5}$.

∴ $EB=\sqrt{BD^2+DE^2}=15$.

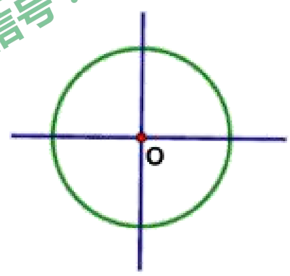
21. 解：（1）∵点 B（3，3）在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上，

∴k=3×3=9;

（2）∵B（3，3），

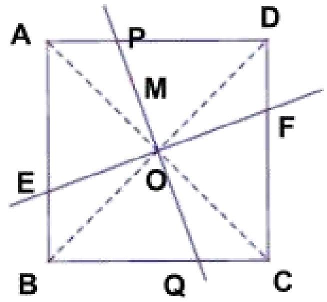
∴BN=ON=3，
设 MD=a，OM=b，
∵D 在双曲线 $y=-\frac{4}{x}$（x＜0）上，
∴－ab=－4，
即 ab=4，
过 D 作 DM⊥x 轴于 M，过 B 作 BN⊥x 轴于 N，
则∠DMA=∠ANB=90°，
∵四边形 ABCD 是正方形，
∴∠DAB=90°，AD=AB，
∴∠MDA+∠DAM=90°，∠DAM+∠BAN=90°，
∴∠ADM=∠BAN，
在△ADM 和△BAN 中，
$$\begin{cases}\angle MDA=\angle NAB\\ \angle DMA=\angle ANB,\\ AD=AB\end{cases}$$
∴△ADM≌△BAN（AAS），
∴BN=AM=3，MD=AN=a，
∴OA=3－a，
即 AM=b+3－a=3，
a=b，
∵ab=4，
∴a=b=2，
∴OA=3－2=1，
即点 A 的坐标是（1，0）.

22.（1）如图①所示



（2）如图②，连接 AC、BD相交于点 O，作直线 OM分别交 AD、BC于 P、Q两点，过点 O 作 OM的垂线分别交 AB、CD于 E、F两点，则直线 OM、EF将正方形 ABCD的面积四等分

理由如下：
∵点 O是正方形的对称中心．
∴AP=CQ,EB=DF.
在△AOP和△EOB中，
∵∠AOP=90°－∠AOE,∠BOE=90°－∠AOE,
∴∠AOP=∠BOE.
∵OA=OB,∠OAP=∠EBO=45°,
∴△AOP≌△EOB.
∴AP=BE=DF=CQ.
∴AE=BQ=CF=PD.
设点 O到正方形 ABCD一边的距离 d．
∴ $\frac{1}{2}(AP+AE)d=\frac{1}{2}(BE+BQ)d=\frac{1}{2}(CQ+CF)d=\frac{1}{2}(PD+DF)d$
∴ $S_{四边形APOE}=S_{四边形BEOQ}=S_{四边形CQOF}=S_{四边形POFD}$
∴直线 EF、OM将正方形 ABCD面积四等分



（3）存在．当 BQ=CD=b 时，PQ将四边形 ABCD面积二等分

理由如下：如图③，延长 BA到点 E，使 AE=b，延长 CD到点 F，使 DF=a，连接 EF．

∵ BE $\underline{\parallel}$ CF，BE=BC=a+b，

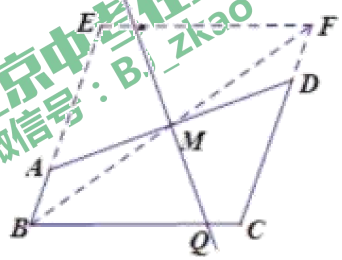
∴四边形 EBCF是菱形，

连接 BF交 AD于点 M，则△MAB≌△MDF

∴AM=DM

∴P、M两点重合

∴P 点是菱形 EBCF对角线的交点



在 BC上截取 BQ=CD=b，则 CQ=AB=a

设点 P到菱形 EBCF一边的距离为 d，

则 $\frac{1}{2}(AB+BQ)d=\frac{1}{2}(CQ+CD)d=\frac{1}{2}(a+b)d$

∴ $S_{四边形ABQP}=S_{四边形QCDP}$

∴当 BQ=b 时，直线 PQ将四边形 ABCD的面积分成相等的两部分

五、解答题（本题共 **22** 分，第 **23** 题 **7** 分，第 **24** 题 **7** 分，第 **25** 题 **8** 分）

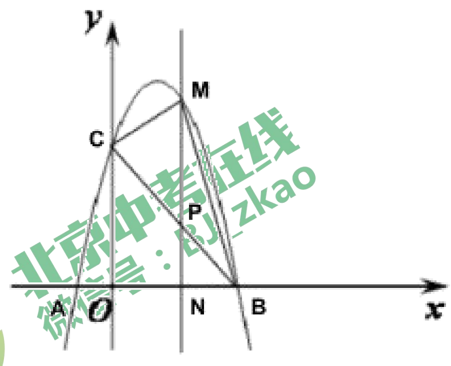
23．解：（1）令 x=0，解得 y=3

∴点 C的坐标为（0,3）

令 y=0，解得 $x_1=-1$，$x_2=3$

∴点 A的坐标为（-1,0）

点 B的坐标为（3,0）



（2）由 A、B两点坐标求得直线 BC的解析式为 y=-x+3

设点 P的坐标为（x，-x+3）（0<x<3）

∵PM∥y 轴

∠PNB=90，点 M的坐标为（x，$-x^2+2x+3$）

∴PM=（$-x^2+2x+3$）-（-x+3）

$=-x^2+3x$

∵ $S_{\triangle BCM}=\frac{3}{2}PM$

∴当 $x=\frac{3}{2}$ 时 $S_{\triangle BCM}$ 的面积最大

此时，点 P的坐标为（$\frac{3}{2}$，$\frac{3}{2}$）

24．解：（1）在 Rt△ABD 中，AB=5，AD=$\frac{20}{3}$，

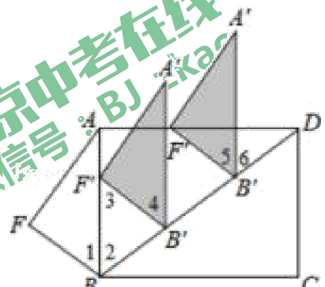
由勾股定理得：$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{5^2+(\frac{20}{3})^2}=\frac{25}{3}$．

∵$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD?AE=\frac{1}{2}AB?AD$，

$\therefore AE=\frac{AB\cdot AD}{BD}=\frac{5\times\frac{20}{3}}{\frac{25}{3}}=4$.

在 Rt△ABE 中，AB=5，AE=4，由勾股定理得：BE=3．

（2）设平移中的三角形为 △A′B′F′，如答图 2 所示：


答图2

由对称点性质可知，∠1=∠2．

由平移性质可知，AB∥A′B′，∠4=∠1，BF=B′F′=3．

①当点 F′落在 AB 上时，∵AB∥A′B′，

∴∠3=∠4，∴∠3=∠2，

∴BB′=B′F′=3，即 m=3；

②当点 F′落在 AD 上时，∵AB∥A′B′，

∴∠6=∠2，∵∠1=∠2，∠5=∠1，

∴∠5=∠6，又易知 A′B′⊥AD，

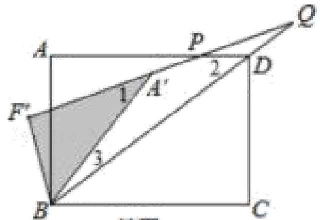
∴△B′F′D 为等腰三角形，

∴B′D=B′F′=3，

$\therefore BB'=BD-B'D=\frac{25}{3}-3=\frac{16}{3}$，即 $m=\frac{16}{3}$.

（3）存在．理由如下：

在旋转过程中，等腰 △DPQ 依次有以下 4 种情形：


答图3-1

①如答图 3－1 所示，点 Q 落在 BD 延长线上，且 PD=DQ，易知∠2=2∠Q，

∵∠1=∠3+∠Q，∠1=∠2，

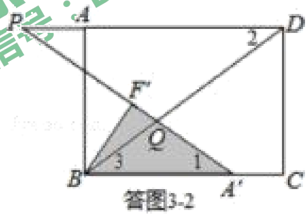
∴∠3=∠Q，

∴A′Q=A′B=5，

∴F′Q=F′A′+A′Q=4+5=9．

在 Rt△BF′Q 中，由勾股定理得：$BQ=\sqrt{F'Q^2+F'B^2}=\sqrt{9^2+3^2}=3\sqrt{10}$.

$\therefore DQ=BQ-BD=3\sqrt{10}-\frac{25}{3}$；


答图3-2

②如答图 3－2 所示，点 Q 落在 BD 上，且 PQ=DQ，易知∠2=∠P，

∵∠1=∠2，∴∠1=∠P，

∴BA′∥PD，则此时点 A′落在 BC 边上．

∵∠3=∠2，∴∠3=∠1，∴BQ=A′Q，

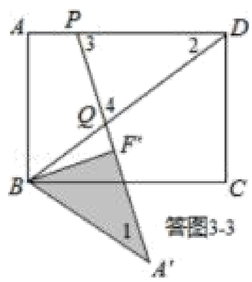
∴F′Q=F′A′－A′Q=4－BQ．

在 Rt△BQF′中，由勾股定理得：$BF'^2+F'Q^2=BQ^2$，

即：$3^2+(4-BQ)^2=BQ^2$，

解得：$BQ=\frac{25}{8}$，

$\therefore DQ=BD-BQ=\frac{25}{3}-\frac{25}{8}=\frac{125}{24}$；


答图3-3

③如答图 3－3 所示，点 Q 落在 BD 上，且 PD=DQ，易知∠3=∠4．

∵∠2+∠3+∠4=180°，∠3=∠4，

$\therefore \angle 4=90°-\frac{1}{2}\angle 2$.

$\because \angle 1=\angle 2$，$\therefore \angle 4=90^\circ-\frac{1}{2}\angle 1$.

$\therefore \angle A'QB=\angle 4=90^\circ-\frac{1}{2}\angle 1$，

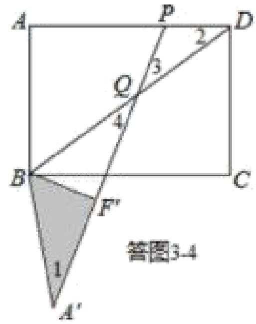
$\therefore \angle A'BQ=180^\circ-\angle A'QB-\angle 1=90^\circ-\frac{1}{2}\angle 1$，

$\therefore \angle A'QB=\angle A'BQ$，

$\therefore A'Q=A'B=5$，

$\therefore F'Q=A'Q-A'F'=5-4=1$.

在 Rt△BF'Q 中，由勾股定理得： $BQ=\sqrt{F'Q^2+F'B^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，



答图3-4

$\therefore DQ=BD-BQ=\frac{25}{3}-\sqrt{10}$；

④如答图 3－4 所示，点 Q 落在 BD 上，且 PQ=PD，易知∠2=∠3.

$\because \angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，$\angle 2=\angle 3$，

$\therefore \angle 1=\angle 4$，

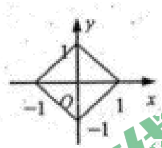
$\therefore BQ=BA'=5$，

$\therefore DQ=BD-BQ=\frac{25}{3}-5=\frac{10}{3}$.

综上所述，存在 4 组符合条件的点 P、点 Q，使△DPQ 为等腰三角形；

DQ 的长度分别为 $3\sqrt{10}-\frac{25}{3}$、$\frac{125}{24}$、$\frac{25}{3}-\sqrt{10}$或$\frac{10}{3}$.

25. 解：（1）P(1，0)（答案不唯一）



有题意，得 $|x|+|y|=1$，

所有符合条件的点 P 组成的图形如图所示。

（2）①∵ $d(M，Q)=|2-x|+|1-y|=|2-x|+|1-(x+2)|=|x-2|+|x+1|$

∴x 可取一切实数，$|x-2|+|x+1|$表示数轴上实数 x 所对应的点到数 2 和-1 所对应的点的距离之和，其最小值为 3.

∴M（2,1）到直线 y=x+2 的直角距离为 3.

② $\frac{11}{4}$