



北京中考

## 燕山地区 2019—2020 学年度第一学期九年级期末考试

## 数学试卷

2020 年 1 月

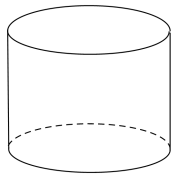
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
4. 在答题纸上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回。

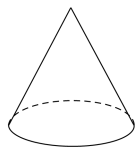
## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

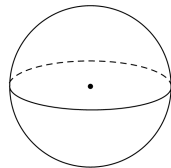
1. 下列几何体中，主视图和左视图都为矩形的是



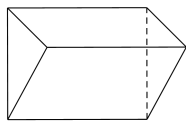
A.



B.



C.



D.

2. 小思去延庆世界园艺博览会游览，如果从永宁瞻胜、万芳华台、丝路花雨、九州花境四个景点中随机选择一个进行参观，那么他选择的景点恰为丝路花雨的概率为

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $\frac{1}{8}$

D.  $\frac{1}{16}$

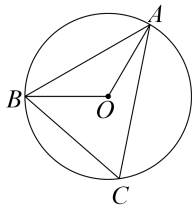
3. 如图， $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆， $\angle C=60^\circ$ ，则  $\angle AOB$  的度数是

A.  $30^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $120^\circ$

D.  $150^\circ$

4. 二次函数  $y=(x+1)^2-2$  的最小值是

A.  $-2$

B.  $-1$

C.  $1$

D.  $2$

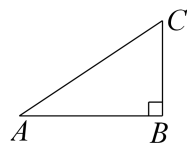
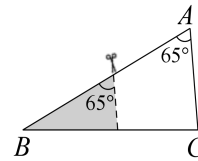
5. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $BC=2$ ，则  $\cos A=$ 

A.  $\frac{3}{2}$

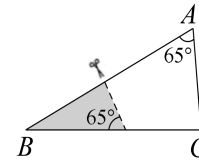
B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

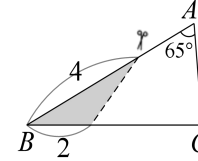
D.  $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

6. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle A=65^\circ$ ， $AB=6$ ， $AC=3$ ，将  $\triangle ABC$  沿下图中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不构成相似的是

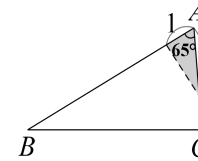
A.



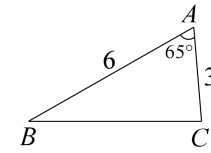
B.



C.



D.



7. 同学们参加综合实践活动时，看到木工师傅用“三弧法”在板材边角处作直角，其作法是：如图，

- (1) 作线段  $AB$ ，分别以点  $A$ ， $B$  为圆心， $AB$  长为半径作弧，两弧交于点  $C$ ；
- (2) 以点  $C$  为圆心，仍以  $AB$  长为半径作弧交  $AC$  的延长线于点  $D$ ；
- (3) 连接  $BD$ ， $BC$ 。

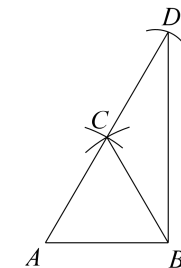
根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是

A.  $\angle ABD=90^\circ$

B.  $CA=CB=CD$

C.  $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

D.  $\cos D = \frac{1}{2}$

8. 小悦乘坐中国最高的摩天轮“南昌之星”，从最低点开始旋转一圈，她离地面的高度  $y$  (米) 与旋转时间  $x$  (分) 之间的关系可以近似地用二次函数来刻画。经测试得出部分数据如下表：

$x$ (分)	...	13.5	14.7	16.0	...
$y$ (米)	...	156.25	159.85	158.33	...



根据上述函数模型和数据，可推断出南昌之星旋转一圈的时间大约是

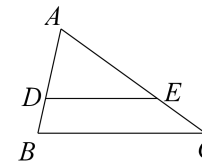
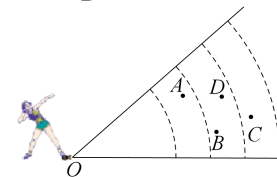
A. 32 分

B. 30 分

C. 15 分

D. 13 分

## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

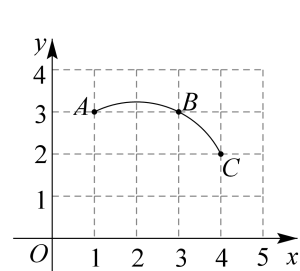
9. 如图，点  $D$ ， $E$  分别在  $\triangle ABC$  的边  $AB$ ， $AC$  上，且  $DE \parallel BC$ 。若  $AD:AB=2:3$ ，则  $\triangle ADE$  与  $\triangle ABC$  的面积之比为\_\_\_\_\_。10. 体育课上，小聪，小明，小智，小慧分别在点  $O$  处进行了一次铅球试投，铅球分别落在图中的点  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  处，则他们四人中，成绩最好的是\_\_\_\_\_。

11. 将抛物线  $y = -x^2$  向右平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位后, 得到的抛物线的解析式为\_\_\_\_\_.

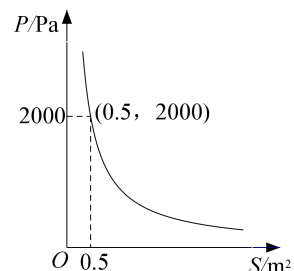
12. 已知  $P(-2, y_1), Q(-1, y_2)$  分别是反比例函数  $y = -\frac{3}{x}$  图象上的两点, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ .  
(用 “>”, “<” 或 “=” 填空)

13. 一个扇形的圆心角为  $120^\circ$ , 半径为 3, 则这个扇形的面积是\_\_\_\_\_.

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A, B, C$  都在格点上, 过  $A, B, C$  三点作一圆弧, 则圆心的坐标是\_\_\_\_\_.



第 14 题图



第 15 题图

15. 某物体对地面的压强  $P(\text{Pa})$  与物体和地面的接触面积  $S(\text{m}^2)$  成反比例函数关系(如图). 当该物体与地面的接触面积为  $0.25\text{m}^2$  时, 该物体对地面的压强是\_\_\_\_\_  $\text{Pa}$ .

16. 为了解早高峰期间 A, B 两邻近地铁站乘客的乘车等待时间(指乘客从进站到乘上车的时间), 某部门在同一上班高峰时段对 A、B 两地铁站各随机抽取了 500 名乘客, 收集了其乘车等待时间(单位: 分钟)的数据, 统计如下:

等待时间的频数 \ 地铁站	$5 \leq t \leq 10$	$10 < t \leq 15$	$15 < t \leq 20$	$20 < t \leq 25$	$25 < t \leq 30$	合计
A	50	50	152	148	100	500
B	45	215	167	43	30	500

据此估计, 早高峰期间, 在 A 地铁站“乘车等待时间不超过 15 分钟”的概率为\_\_\_\_\_;

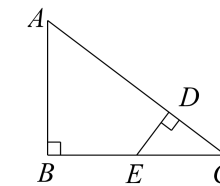
夏老师家正好位于 A, B 两地铁站之间, 她希望每天上班的乘车等待时间不超过 20 分钟, 则她应尽量选择从\_\_\_\_\_地铁站上车. (填 “A” 或 “B”)

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17—22 题, 每小题 5 分, 第 23—26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

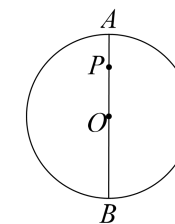
17. 计算:  $\cos 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + 4\sin 30^\circ$ .

18. 已知抛物线  $y = x^2 + bx + c$  经过原点, 对称轴为直线  $x = 1$ , 求该抛物线的解析式.

19. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ , 点  $D$  在边  $AC$  上, 且  $DE \perp AC$  交  $BC$  于点  $E$ .  
(1) 求证:  $\triangle CDE \sim \triangle CBA$ ;  
(2) 若  $AB = 3, AC = 5, E$  是  $BC$  中点, 求  $DE$  的长.



20. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $P$  是  $AB$  上一点, 且点  $P$  是弦  $CD$  的中点.  
(1) 依题意画出弦  $CD$ , 并说明画图的依据;  
(不画法, 保留画图痕迹)  
(2) 若  $AP = 2, CD = 8$ , 求  $\odot O$  的半径.



21. 2019 年第六届世界互联网大会在乌镇召开, 小南和小西参加了某分会场的志愿服务工作, 本次志愿服务工作一共设置了三个岗位, 分别是引导员、联络员和咨询员. 请你用画树状图或列表法求出小南和小西恰好被分配到同一个岗位进行志愿服务的概率.

22. 图 1 是一辆登高云梯消防车的实物图, 图 2 是其工作示意图, 起重臂  $AC$  是可伸缩的, 其转动点  $A$  距离地面  $BD$  的高度  $AE$  为  $3.5\text{m}$ . 当  $AC$  长度为  $9\text{m}$ , 张角  $\angle CAE$  为  $112^\circ$  时, 求云梯消防车最高点  $C$  距离地面的高度  $CF$ . (结果精确到  $0.1\text{m}$ )  
参考数据:  $\sin 22^\circ \approx 0.37, \cos 22^\circ \approx 0.93, \tan 22^\circ \approx 0.40$ .



图 1

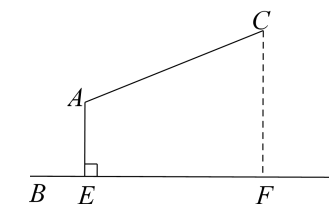


图 2



23. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = \frac{k}{x} (x < 0)$  的图象经过点  $A(-1, 6)$ .

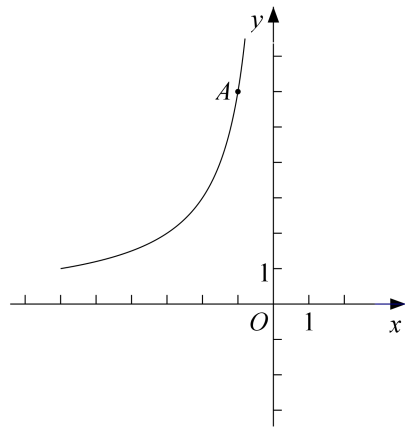
(1) 求  $k$  的值;

(2) 已知点  $P(a, -2a) (a < 0)$ , 过点  $P$  作平行于  $x$  轴的直线, 交直线  $y = -2x - 2$  于点

$M$ , 交函数  $y = \frac{k}{x} (x < 0)$  的图象于点  $N$ .

① 当  $a = -1$  时, 求线段  $PM$  和  $PN$  的长;

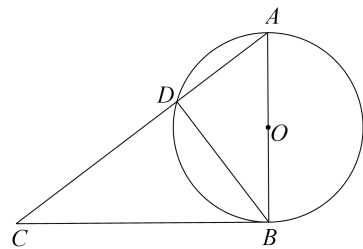
② 若  $PN \geq 2PM$ , 结合函数的图象, 直接写出  $a$  的取值范围.



24. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ , 以  $AB$  为直径作  $\odot O$  交  $AC$  于点  $D$ , 连接  $BD$ .

(1) 求证:  $\angle A = \angle CBD$ .

(2) 若  $AB = 10$ ,  $AD = 6$ ,  $M$  为线段  $BC$  上一点, 请写出一个  $BM$  的值, 使得直线  $DM$  与  $\odot O$  相切, 并说明理由.



25. 阅读下面材料:

学习函数知识后, 对于一些特殊的不等式, 我们可以借助函数图象来求出它的解集, 例如求不等式  $x - 3 > \frac{4}{x}$  的解集, 我们可以在同一坐标系中, 画出直线  $y_1 = x - 3$  与函数  $y_2 = \frac{4}{x}$  的图象 (如图 1), 观察图象可知: 它们交于点  $A(-1, -4)$ ,  $B(4, 1)$ . 当  $-1 < x < 0$ , 或  $x > 4$  时,  $y_1 > y_2$ , 即不等式  $x - 3 > \frac{4}{x}$  的解集为  $-1 < x < 0$ , 或  $x > 4$ .

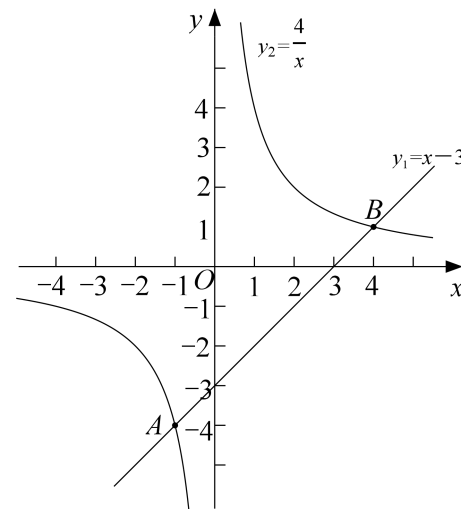


图 1

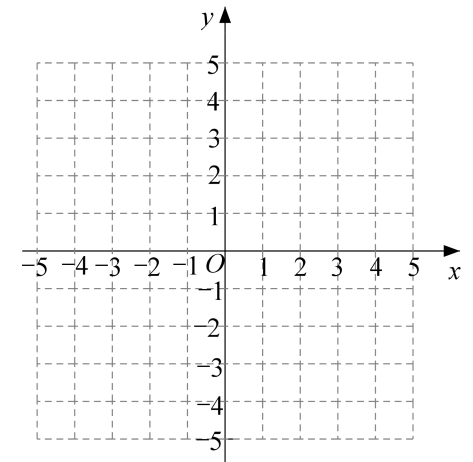


图 2

小东根据学习以上知识的经验, 对求不等式  $x^3 + 3x^2 - x - 3 > 0$  的解集进行了探究.

下面是小东的探究过程, 请补充完整:

(1) 将不等式按条件进行转化

当  $x = 0$  时, 原不等式不成立;

当  $x > 0$  时, 原不等式转化为  $x^2 + 3x - 1 > \frac{3}{x}$ ;

当  $x < 0$  时, 原不等式转化为\_\_\_\_\_;

(2) 构造函数, 画出图象

设  $y_3 = x^2 + 3x - 1$ ,  $y_4 = \frac{3}{x}$ , 在同一坐标系 (图 2) 中分别画出这两个函数的图象.

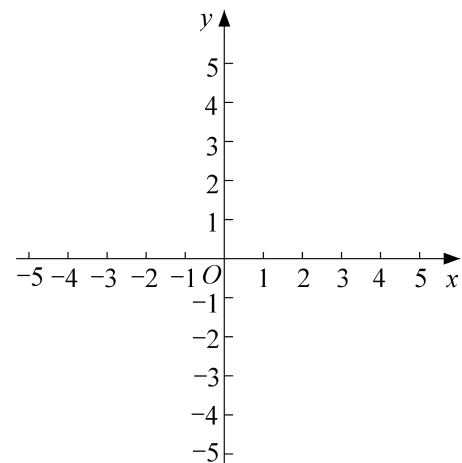
(3) 借助图象, 写出解集

观察所画两个函数的图象, 确定两个函数图象交点的横坐标, 结合 (1) 的讨论结果, 可知: 不等式  $x^3 + 3x^2 - x - 3 > 0$  的解集为\_\_\_\_\_.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$ .

- (1) 求抛物线顶点  $C$  的坐标(用含  $m$  的代数式表示);
- (2) 已知点  $A(0, 3)$ ,  $B(2, 3)$ , 若该抛物线与线段  $AB$  有公共点, 结合函数图象, 求出  $m$  的取值范围.



27. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  $D$  是线段  $AB$  上一点( $0 < AD < \frac{1}{2}AB$ ). 过点  $B$  作  $BE \perp CD$ , 垂足为  $E$ . 将线段  $CE$  绕点  $C$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 得到线段  $CF$ , 连接  $AF$ ,  $EF$ . 设  $\angle BCE$  的度数为  $\alpha$ .

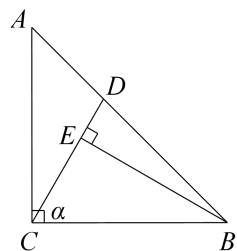
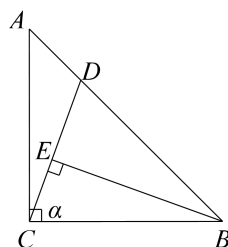


图 1



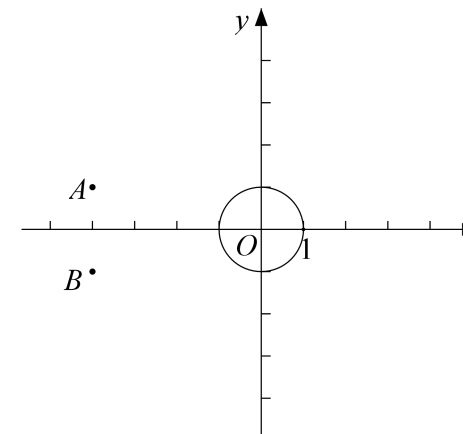
备用图

- (1) ①依题意补全图形.
- ②若  $\alpha = 60^\circ$ , 则  $\angle CAF =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ;  $\frac{EF}{AB} =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 用含  $\alpha$  的式子表示  $EF$  与  $AB$  之间的数量关系, 并证明.

28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和图形  $G$ , 给出如下定义: 将点  $P$  沿向右或向上的方向平移一次, 平移距离为  $d(d > 0)$  个长度单位, 平移后的点记为  $P'$ , 若点  $P'$  在图形  $G$  上, 则称点  $P$  为图形  $G$  的“达成点”. 特别地, 当点  $P$  在图形  $G$  上时, 点  $P$  是图形  $G$  的“达成点”. 例如, 点  $P(-1, 0)$  是直线  $y = x$  的“达成点”.

已知  $\odot O$  的半径为 1, 直线  $l: y = -x + b$ .

- (1) 当  $b = -3$  时,
  - ①在  $O(0, 0)$ ,  $A(-4, 1)$ ,  $B(-4, -1)$  三点中, 是直线  $l$  的“达成点”的是: \_\_\_\_\_;
  - ②若直线  $l$  上的点  $M(m, n)$  是  $\odot O$  的“达成点”, 求  $m$  的取值范围;
- (2) 点  $P$  在直线  $l$  上, 且点  $P$  是  $\odot O$  的“达成点”. 若所有满足条件的点  $P$  构成一条长度不为 0 的线段, 请直接写出  $b$  的取值范围.



密封线内不要答题