

# 2022 北京一零一中石油分校初二（上）期中 数 学



## 一、选择题

1. 下列长度 三条线段能组成三角形的是( )

- A. 1, 2, 3                      B. 2, 2, 4                      C. 3, 4, 5                      D. 3, 4, 8

2. 不一定在三角形内部的线段是 ( )

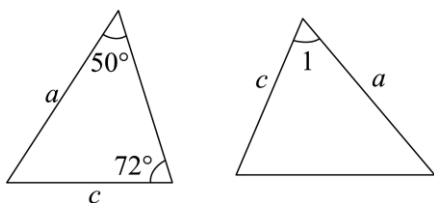
- A. 三角形的角平分线                      B. 三角形的中线  
C. 三角形的高                              D. 以上皆不对

3. 张师傅不小心将一块三角形玻璃打破成如图中的三块，他准备去店里重新配置一块与原来一模一样的，最省事的做法是 ( )



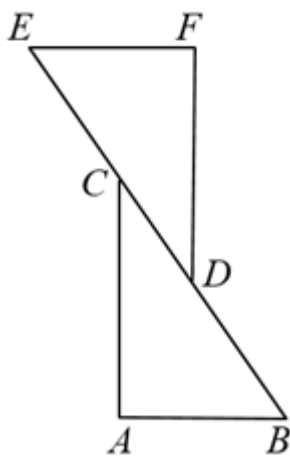
- A. 带I去                      B. 带II去                      C. 带III去                      D. 三块全带去

4. 已知图中的两个三角形全等，则  $\angle 1$  等于 ( )



- A.  $72^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $58^\circ$

5. 如图，如果  $\triangle ABC \cong \triangle FED$ ，那么下列结论错误的是 ( )



- A.  $EC=BD$                       B.  $EF \parallel AB$                       C.  $DF=BD$                       D.  $AC \parallel FD$

6. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle A=55^\circ$ ， $\angle B$  比  $\angle C$  大  $25^\circ$ ，则  $\angle B$  等于 ( )



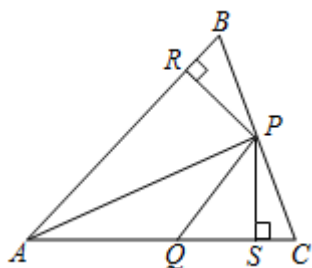
- A.  $50^\circ$                       B.  $100^\circ$                       C.  $75^\circ$                       D.  $125^\circ$

7. 下列条件，可以确定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是（    ）

- A.  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$                       B.  $\angle A + \angle B = \angle C$   
 C.  $\angle A = \angle B = \angle C$                               D.  $\angle A = \angle B = 2\angle C$

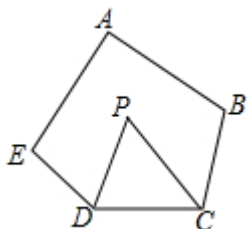
8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $P$ 为 $BC$ 上一点， $PR \perp AB$ ，垂足为 $R$ ， $PS \perp AC$ ，垂足为 $S$ ， $\angle CAP = \angle APQ$ ， $PR = PS$ ，下面的结论：

①  $AS = AR$ ；②  $QP \parallel AR$ ；③  $\triangle BRP \cong \triangle CSP$ 。其中正确的是（    ）



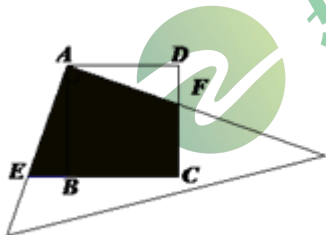
- A. ①②                      B. ②③                      C. ①③                      D. ①②③

9. 如图，在五边形 $ABCDE$ 中， $\angle A + \angle B + \angle E = \alpha$ ， $DP$ 、 $CP$ 分别平分 $\angle EDC$ 、 $\angle BCD$ ，则 $\angle P$ 的度数是（    ）



- A.  $\frac{1}{2}\alpha - 90$                       B.  $90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$                       C.  $\frac{1}{2}\alpha$                       D.  $540^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

10. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为4，将一个足够大的直角三角板的直角顶点放于点 $A$ 处，该三角板的两条直角边与 $CD$ 交于点 $F$ ，与 $CB$ 延长线交于点 $E$ ，四边形 $AECF$ 的面积是（    ）。



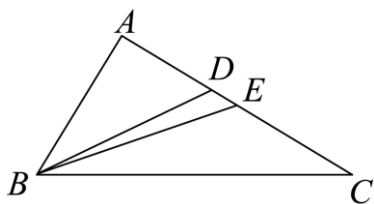
- A. 16                      B. 12                      C. 8                      D. 4

二、填空题



11. 已知 $\triangle ABC$ 的一个外角为 $50^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 一定是\_\_\_\_\_三角形.

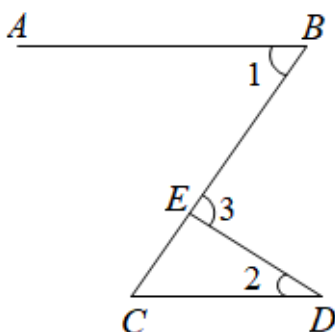
12. 1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD$ 是角平分线， $BE$ 是中线，若 $AC = 24$  cm，则 $AE =$ \_\_\_\_\_ cm，若 $\angle ABC = 72^\circ$ ，则 $\angle ABD =$ \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



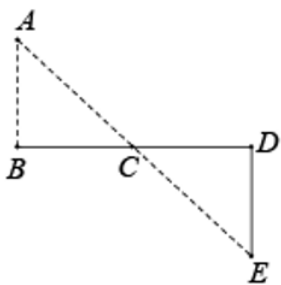
13. 已知等腰三角形的两边长分别为3和5，则它的周长是\_\_\_\_\_.

14. 已知一个正多边形的一个外角为 $36^\circ$ ，则这个正多边形的内角和是\_\_\_\_\_.

15. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 55^\circ$ ， $\angle 2 = 32^\circ$ ，则 $\angle 3 =$ \_\_\_\_\_.



16. 如图所示: 要测量河岸相对的两点 A、B 之间的距离, 先从 B 处出发与 AB 成  $90^\circ$  角方向, 向前走 50 米到 C 处立一根标杆, 然后方向不变继续朝前走 50 米到 D 处, 在 D 处转  $90^\circ$  沿 DE 方向再走 17 米, 到达 E 处, 使 A、C 与 E 在同一直线上, 那么测得 A、B 的距离为\_\_\_\_\_米.

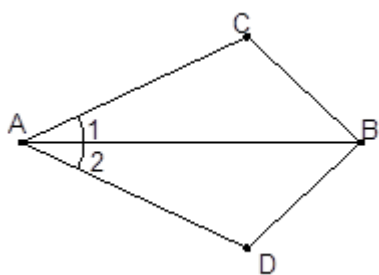


17.  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AB$  的垂直平分线与  $AC$  所在的直线相交所得的锐角为  $50^\circ$ , 底角  $\angle B$  的度数为\_\_\_\_\_.

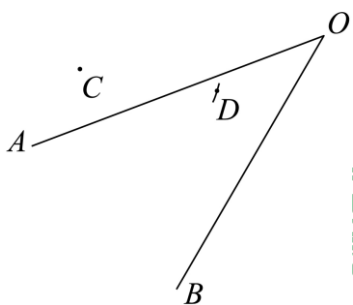
18. 在 $\triangle ABC$ 中， $AD$ 是中线，已知 $AB = 7$ ， $AC = 4$ ，则中线 $AD$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题:

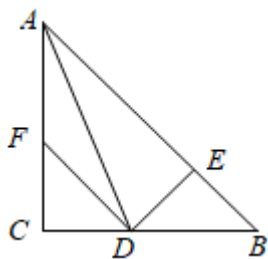
19. 已知: 如图,  $\angle 1 = \angle 2, \angle C = \angle D$ . 求证:  $AC = AD$



20. 如图，校园有两条路  $OA$  和  $OB$ ，在交叉口附近有两块宣传牌  $C$ 、 $D$ ，学校准备在这里安装一盏路灯，要求灯柱的位置  $P$  离两块宣传牌一样远，并且到两条路的距离也一样远，请你帮助画出灯柱的位置  $P$ （保留作图痕迹）。

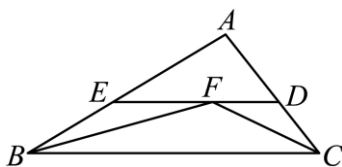


21. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线， $DE \perp AB$  于点  $E$ ， $F$  在  $AC$  上， $BD=DF$ 。



- (1) 求证： $CF=EB$ 。
- (2) 求证： $AB=AF+2EB$ 。

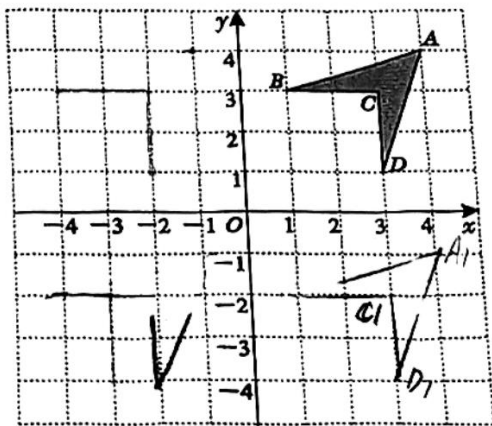
22. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的平分线交于点  $F$ ，过点  $F$  作  $DE \parallel BC$ ，交  $AB$  于点  $E$ ，交  $AC$  于点  $D$ 。



- (1) 试确定  $BE$ 、 $ED$ 、 $CD$  之间的数量关系；
- (2) 若  $AB+AC=a$ ，求  $\triangle AED$  的周长。

23. 如图，在平面直角坐标系中，将四边形  $ABCD$  称为“基本图形”，且各点的坐标分别为  $A(4,4)$ ， $B(1,3)$ ， $C(3,3)$ ， $D(3,1)$ 。





(1) 画出四边形  $A_1B_1C_1D_1$ ，使它与“基本图形”关于  $x$  轴成轴对称，并求出  $A_1$ ， $B_1$  的坐标。  $A_1$

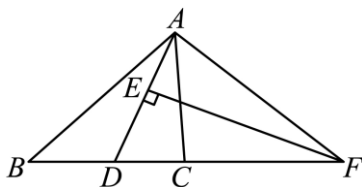
( , )， $B_1$  ( , )；

(2) 画出四边形  $A_2B_2C_2D_2$ ，使它与“基本图形”关于  $y$  轴成轴对称；并求出  $C_2$ ， $D_2$  的坐标  $C_2$

( , )， $D_2$  ( , )；

(3) 画出四边形  $A_3B_3C_3D_3$ ，使之与前面三个图形组成的图形是轴对称图形。

24. 如图， $AD$  平分  $\angle BAC$ ， $EF$  垂直平分  $AD$  交  $BC$  的延长线于  $F$ ，交  $AD$  于  $E$ ，连接  $AF$ ，试判断  $\angle B$ 、 $\angle CAF$  的大小关系，并说明理由。

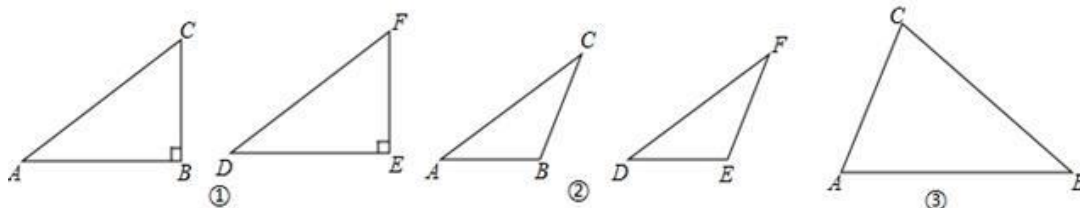


25. 【问题提出】

学习了三角形全等的判定方法（即“SAS”、“ASA”、“AAS”、“SSS”）和直角三角形全等的判定方法（即“HL”）后，我们继续对“两个三角形满足两边和其中一边的对角对应相等”的情形进行研究。

【初步思考】

我们不妨将问题用符号语言表示为：在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，然后，对  $\angle B$  进行分类，可分为“ $\angle B$  是直角、钝角、锐角”三种情况进行探究。



【深入探究】



第一种情况：当 $\angle B$ 是直角时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

(1) 如图①，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E=90^\circ$ ，根据\_\_\_\_\_，可以知道  
 $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DEF$ .

第二种情况：当 $\angle B$ 是钝角时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

(2) 如图②，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是钝角，求证：  
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

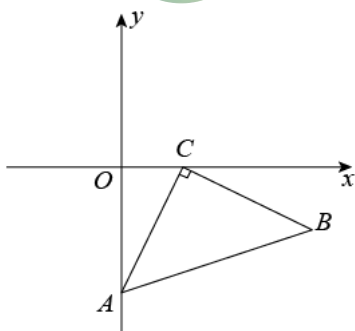
第三种情况：当 $\angle B$ 锐角时， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 不一定全等.

(3) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是锐角，请你用尺规在图③中作出  
 $\triangle DEF$ ，使 $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 不全等。（不写作法，保留作图痕迹）

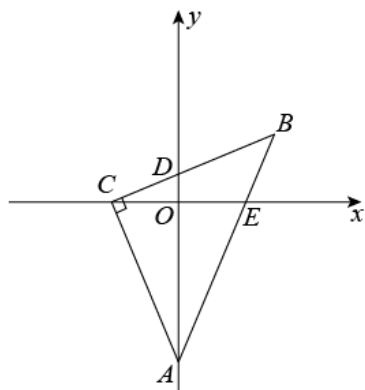
(4)  $\angle B$ 还要满足什么条件，就可以使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ? 请直接写出结论：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，  
 $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是锐角，若\_\_\_\_\_，则 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

26. 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，且 $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ，顶点 $A$ 、 $C$ 分别在 $y$   
轴、 $x$ 轴上.

(1) 如图，已知点 $A(0, -2)$ ， $C(1, 0)$ ，点 $B$ 在第四象限时，则点 $B$ 的坐标为\_\_\_\_\_；



(2) 如图，点 $C$ 、 $A$ 分别在 $x$ 轴、 $y$ 轴负半轴上， $BC$ 边交 $y$ 轴于点 $D$ ， $AB$ 边交 $x$ 轴于点 $E$ ，若 $AD$ 平分  
 $\angle BAC$ ，点 $B$ 坐标为 $(m, n)$ 。探究线段 $AD$ 、 $OC$ 、 $OD$ 之间的数量关系。请回答下列问题：



①点 $B$ 到 $x$ 轴的距离为\_\_\_\_\_，到 $y$ 轴的距离为\_\_\_\_\_；



②写出点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_，点  $A$  的坐标为\_\_\_\_\_，点  $D$  的坐标为\_\_\_\_\_；

③直接写出线段  $AD$ 、 $OC$ 、 $OD$  之间的数量关系：\_\_\_\_\_。





## 参考答案

### 一、选择题

1. 【答案】C

【解析】

【详解】A、 $1+2=3$ ，不能构成三角形，故A错误；

B、 $2+2=4$ ，不能构成三角形，故B错误；

C、 $3+4>5$ ，能构成三角形，故C正确；

D、 $3+4<8$ ，不能构成三角形，故D错误.

故选C.

2. 【答案】C

【解析】

【详解】试题解析：三角形的角平分线、中线一定在三角形的内部，

直角三角形的高线有两条是三角形的直角边，

钝角三角形的高线有两条在三角形的外部，

所以，不一定在三角形内部的线段是三角形的高.

故选C.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定方法结合图形判断出带II去.

【详解】解：由图形可知，II有完整的两角与夹边，根据“角边角”可以作出与原三角形全等的三角形，所以，最省事的做法是带II去.

故选B.

【点睛】此题考查了全等三角形的应用.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】先找到对应角，再利用全等三角形的性质得出答案.

【详解】解： $\because$ 图中两个三角形全等，

$\therefore \angle 1 = 180^\circ - 50^\circ - 72^\circ = 58^\circ$ .

故选：D.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的性质，解题的关键是掌握全等三角形的对应角相等.



5. 【答案】C

【解析】

【详解】 $\because \triangle ABC \cong \triangle FED$ ,

$\therefore DE=CB, DF=AC, \angle E=\angle B, \angle ACB=\angle FDE$ ,

$\therefore DE-CD=CB-CD, EF \parallel AB, AC \parallel FD$ ,

$\therefore EC=BD$ ,

$\therefore$ 选项 A、B、D 都正确，而  $DF$  和  $BD$  不能确定是否相等，

故选 C.

6. 【答案】C

【解析】

【详解】 $\because \angle B$  比  $\angle C$  大  $25^\circ$ ,

$\therefore$  设  $\angle B=x$ , 则  $\angle C=x-25^\circ$ ,

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ, \angle A=55^\circ$ ,

$\therefore 55^\circ+x+x-25^\circ=180^\circ$ ,

解得  $x=75^\circ$ ,

故选 C.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据直角三角形的定义“有一个角为  $90^\circ$  的三角形，叫做直角三角形”逐项分析即可.

【详解】A.  $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$ , 三个角的度数不确定，此项不符合题意

B.  $\angle A+\angle B=\angle C$ , 根据三角形内角和定理可得  $\angle C=90^\circ$ , 此项符合题意

C.  $\angle A=\angle B=\angle C$ , 则  $\triangle ABC$  是等边三角形，此项不符合题意

D.  $\angle A=\angle B=2\angle C$ , 根据三角形内角和定理可得  $\angle A=\angle B=72^\circ, \angle C=36^\circ$  则  $\triangle ABC$  是等腰三角形，此项不符合题意

故选: B.

【点睛】本题考查了直角三角形的定义，熟记定义是解题关键.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】利用角平分线定理的逆定理可证  $AP$  平分  $\angle BAC$ , 通过等量代换得出  $\angle BAP=\angle APQ$ , 即可证明  $QP \parallel AR$ , 推出②正确; 利用 AAS 证明  $\triangle RAP \cong \triangle SAP$ , 可得  $AS=AR$ , 推出①正确; 仅一组对边相



等，一组对角相等不足以证明  $\triangle BRP \cong \triangle CSP$ ，推出③错误。

【详解】解：∵  $PR \perp AB$ ， $PS \perp AC$ ， $PR = PS$ ，

∴  $AP$  平分  $\angle BAC$ ，

∴  $\angle BAP = \angle CAP$ ，

∴  $\angle CAP = \angle APQ$ ，

∴  $\angle BAP = \angle APQ$ ，

∴  $QP \parallel AR$ ，故②正确；

在  $\triangle RAP$  和  $\triangle SAP$  中，

$$\begin{cases} \angle RAP = \angle SAP \\ \angle ARP = \angle ASP = 90^\circ, \\ AP = AP \end{cases}$$

∴  $\triangle RAP \cong \triangle SAP$  (AAS)，

∴  $AS = AR$ ，故①正确；

∴  $\triangle BRP$  和  $\triangle CSP$  中，仅一组对边相等，一组对角相等，

∴ 现有条件不能够证明  $\triangle BRP \cong \triangle CSP$ ，故③错误；

综上，正确的是①②。

故选 A。

【点睛】本题考查全等三角形的判定与性质，角平分线定理的逆定理，平行线的判定等知识点，难度不大，能够综合运用上述知识点是解题的关键。

9. 【答案】A

【解析】

【分析】根据五边形的内角和等于  $540^\circ$ ，由  $\angle A + \angle B + \angle E = \alpha$ ，可求  $\angle BCD + \angle CDE$  的度数，再根据角平分线的定义可得  $\angle PDC$  与  $\angle PCD$  的角度和，进一步求得  $\angle P$  的度数。

【详解】∵ 五边形的内角和等于  $540^\circ$ ， $\angle A + \angle B + \angle E = \alpha$ ，

∴  $\angle BCD + \angle CDE = 540^\circ - \alpha$ ，

∴  $\angle BCD$ 、 $\angle CDE$  的平分线在五边形内相交于点 O，

∴  $\angle PDC + \angle PCD = \frac{1}{2} (\angle BCD + \angle CDE) = 270^\circ - \frac{1}{2} \alpha$ ，

∴  $\angle P = 180^\circ - (270^\circ - \frac{1}{2} \alpha) = \frac{1}{2} \alpha - 90^\circ$ 。

故选：A。

【点睛】此题考查多边形的内角和公式，角平分线的定义，熟记公式是解题的关键。注意整体思想的运用。





10. 【答案】A

【解析】

【分析】由四边形 ABCD 为正方形可以得到  $\angle D = \angle B = 90^\circ$ ,  $AD = AB$ , 又  $\angle ABE = \angle D = 90^\circ$ , 而  $\angle EAF = 90^\circ$  由此可以推出  $\angle DAF + \angle BAF = 90^\circ$ ,  $\angle BAE + \angle BAF = 90^\circ$ , 进一步得到  $\angle DAF = \angle BAE$ , 所以可以证明  $\triangle AEB \cong \triangle AFD$ , 所以  $S_{\triangle AEB} = S_{\triangle AFD}$ , 那么它们都加上四边形 ABCF 的面积, 即可四边形 AECF 的面积 = 正方形的面积, 从而求出其面积.

【详解】 $\because$  四边形 ABCD 为正方形,

$$\therefore \angle D = \angle ABC = 90^\circ, AD = AB,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAF + \angle BAF = 90^\circ, \angle BAE + \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle BAE,$$

在  $\triangle AEB$  和  $\triangle AFD$  中

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle DAF \\ AB = AD \\ \angle ABE = \angle D \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AFD (ASA),$$

$$\therefore S_{\triangle AEB} = S_{\triangle AFD},$$

$\therefore$  它们都加上四边形 ABCF 的面积,

可得到四边形 AECF 的面积 = 正方形的面积 = 16.

故答案为 A

考点: 1、正方形的性质.2、三角形全等的判定.

## 二、填空题

11. 【答案】钝角

【解析】

【详解】解: 因为  $\triangle ABC$  的一个外角为  $50^\circ$ , 所以和它相邻的内角 =  $130^\circ$ , 所以  $\triangle ABC$  一定是钝角三角形.

故答案为: 钝角.

12. 【答案】 ①. 12 ②. 36

【解析】

【详解】 $\because$  BD 是角平分线,  $AC = 24$  cm,





$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC = 12 \text{ (cm)},$$

$BE$  是中线,  $\angle ABC = 72^\circ$ ,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2}\angle ABC = 36^\circ.$$

故答案为: 12, 36.

13. 【答案】11 或 13

【解析】

【分析】题目给出等腰三角形有两条边长为 3 和 5, 而没有明确腰、底分别是多少, 所以要进行讨论, 还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

【详解】解: 有两种情况: ①腰长为 3, 底边长为 5, 三边为: 3, 3, 5 可构成三角形, 周长=3+3+5=11;  
②腰长为 5, 底边长为 3, 三边为: 5, 5, 3 可构成三角形, 周长=5+5+3=13.

故答案为 11 或 13.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系; 已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况, 分类进行讨论, 还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答, 这点非常重要, 也是解题的关键.

14. 【答案】1440°

【解析】

【分析】根据多边形外角和定理可求出此正多边形的边数, 然后根据多边形的内角和定理求出多边形的内角和.

【详解】解:  $\because$  这个正多边形的边数为  $360^\circ \div 36^\circ = 10$ .

$\therefore$  这个多边形的内角和为  $(10 - 2) \times 180^\circ = 1440^\circ$ .

故答案为: 1440°.

【点睛】本题考查多边形的外角和定理, 多边形的内角和定理, 熟练掌握这些知识点是解题关键.

15. 【答案】87°

【解析】

【分析】利用平行线的性质可得  $\angle C = \angle 1 = 55^\circ$ , 利用三角形外角的定义和性质可得  $\angle 3 = \angle C + \angle 2$ , 代入数值即可得解.

【详解】解:  $\because AB \parallel CD$ ,

$$\therefore \angle C = \angle 1 = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle C + \angle 2 = 55^\circ + 32^\circ = 87^\circ,$$

故答案为: 87°.

【点睛】本题考查平行线的性质及三角形外角的定义和性质, 难度较小, 解题的关键是熟练掌握“两直线



平行，内错角相等”“三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和”。

16. 【答案】17

【解析】

【详解】解：∵先从B处出发与AB成90°角方向，

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore BC = 50\text{m}, CD = 50\text{m}, \angle EDC = 90^\circ$$

又∵ $\angle ACB = \angle ECD$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC,$$

$$\therefore AB = DE,$$

∵沿DE方向再走17米，到达E处，即 $DE = 17$

$$\therefore AB = 17.$$

17. 【答案】70°或20°

【解析】

【分析】当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时，设AB的垂直平分线交线段AC于点D，交AB于点E，先求得 $\angle A$ ，再由三角形内角和定理可求得 $\angle B$ ；同理，当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时，可求得 $\angle DAB$ 的度数，再利用等腰三角形和三角形外角的性质可知 $\angle B = \frac{1}{2}\angle DAB$ ，由此可解。

【详解】解：分两种情况：

当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时，

如图1，设AB的垂直平分线交线段AC于点D，交AB于点E，

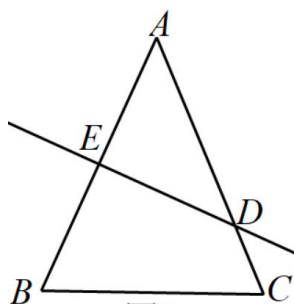


图1

$$\therefore \angle ADE = 50^\circ, DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 70^\circ;$$

当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时，

如图2，设AB的垂直平分线交线段AC于点D，交AB于点E，

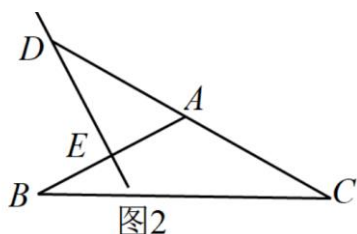


图2

$\because \angle ADE = 50^\circ, DE \perp AB,$

$\therefore \angle DAB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$

$\because AB = AC,$

$\therefore \angle B = \angle C,$

$\because \angle B + \angle C = \angle DAB,$

$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \angle DAB = 20^\circ;$

综上所述  $\angle B$  的度数为  $70^\circ$  或  $20^\circ$ ,

故答案为:  $70^\circ$  或  $20^\circ$ .

**【点睛】** 本题主要考查等腰三角形的性质、三角形内角和定理, 以及三角形外角的性质, 注意分类讨论是解题的关键, 否则就会漏解.

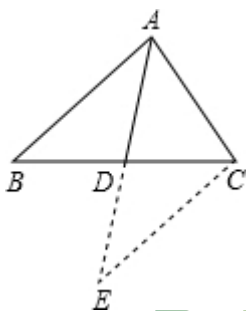
18. **【答案】**  $\frac{3}{2} < AD < \frac{11}{2}$

**【解析】**

**【分析】** 通过倍长中线, 构造  $\triangle ABD \cong \triangle ECD$ , 从而得到  $AB = CE = 7$ , 利用三角形三边关系可得

$CE - AC < AE < CE + AC$ , 再通过  $AD = \frac{1}{2} AE$  即可求解.

**【详解】** 解: 如图, 延长  $AD$  至  $E$ , 令  $DE = AD$ , 连接  $CE$ ,



$\because AD$  是  $\triangle ABC$  的中线,

$\therefore BD = CD,$

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ECD$  中,



$$\begin{cases} AD = ED \\ \angle ADB = \angle EDC, \\ BD = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD(SAS),$

$\therefore AB = CE = 7,$

在  $\triangle AEC$  中, 根据三角形的三边关系可得  $CE - AC < AE < CE + AC,$

即  $7 - 4 < AE < 7 + 4,$

$\therefore 3 < AE < 11,$

$\because DE = AD,$

$\therefore AD = \frac{1}{2}AE,$

$\therefore \frac{3}{2} < AD < \frac{11}{2}.$

故答案为:  $\frac{3}{2} < AD < \frac{11}{2}$

**【点睛】** 本题考查全等三角形的判定与性质, 三角形三边关系的应用等, 通过倍长中线构造全等三角形是解题的关键.

### 三、解答题:

19. **【答案】** 证明见解析

**【解析】**

**【分析】** 结合已知条件再加上公共边  $AD$  根据“ $AAS$ ”即可证得  $\triangle CAB \cong \triangle DAB$ , 根据全等三角形的对应边相等即得结果.

**【详解】** 证明:  $\because AB = AB, \angle 1 = \angle 2, \angle C = \angle D$

$\therefore \triangle CAB \cong \triangle DAB$

$\therefore AC = AD$

20. **【答案】** 见解析

**【解析】**

**【分析】** 分别作线段  $CD$  的垂直平分线和  $\angle AOB$  的角平分线, 根据角平分线上的点到角的两边的距离相等, 线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等, 可知它们的交点即为点  $P$ .

**【详解】** 解: 如图, 连接  $CD$ , 作  $CD$  的垂直平分线, 和  $\angle AOB$  的角平分线, 两线交于  $P$ , 点  $P$  为所求灯柱的位置.





**【解析】**

**【分析】**(1) 利用角平分线的定义和平行线的性质, 通过等量代换可得  $\angle EFB = \angle EBF$ ,  $\angle DFC = \angle DCF$ .

进而得到  $BE = EF$ ,  $CD = DF$ , 即可推出  $ED = BE + CD$ .

(2) 利用 (1) 中结论, 通过等量代换可得  $AE + AD + ED = a$ .

**【小问 1 详解】**

解: 由题意知,  $BF$  平分  $\angle ABC$ ,  $CF$  平分  $\angle ACB$ ,

$$\therefore \angle EBF = \angle CBF, \quad \angle DCF = \angle BCF,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EFB = \angle CBF, \quad \angle DFC = \angle BCF,$$

$$\therefore \angle EFB = \angle EBF, \quad \angle DFC = \angle DCF,$$

$$\therefore BE = EF, \quad CD = DF,$$

$$\therefore BE + CD = EF + DF = ED,$$

$$\text{即 } ED = BE + CD.$$

**【小问 2 详解】**

解:  $\because AB + AC = a$ ,

$$\therefore AE + BE + AD + CD = a,$$

由 (1) 知  $ED = BE + CD$ ,

$$\therefore AE + AD + ED = a,$$

即  $\triangle AED$  的周长为  $a$ .

**【点睛】** 本题考查角平分线的定义, 平行线的性质, 以及等腰三角形“等角对等边”等知识点, 掌握上述知识点, 熟练进行等量代换是解题的关键.

23. **【答案】**(1) 4, -4, 1, -3; 图形见解析

(2) -3, 3, -3, 1; 图形见解析

(3) 见解析

**【解析】**

**【分析】**(1) 根据关于  $x$  轴对称的点横坐标相等、纵坐标互为相反数, 即可得到对应点的坐标, 描点连线即可;

(2) 根据关于  $y$  轴对称的点纵坐标相等、横坐标互为相反数, 即可得到对应点的坐标, 描点连线即可;

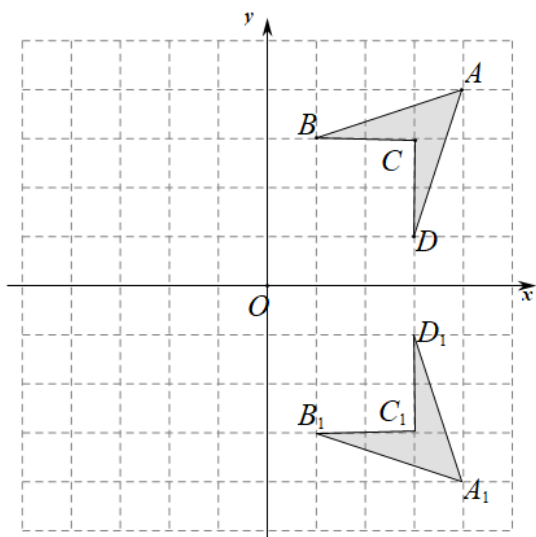
(3) 根据轴对称图形的特点可知, 四边形  $A_1B_1C_1D_1$  关于  $y$  轴的轴对称图形即为四边形  $A_3B_3C_3D_3$ .

**【小问 1 详解】**



解：根据四边形  $A_1B_1C_1D_1$  与四边形  $ABCD$  关于  $x$  轴对称，可知对应点的横坐标相等、纵坐标互为相反数，

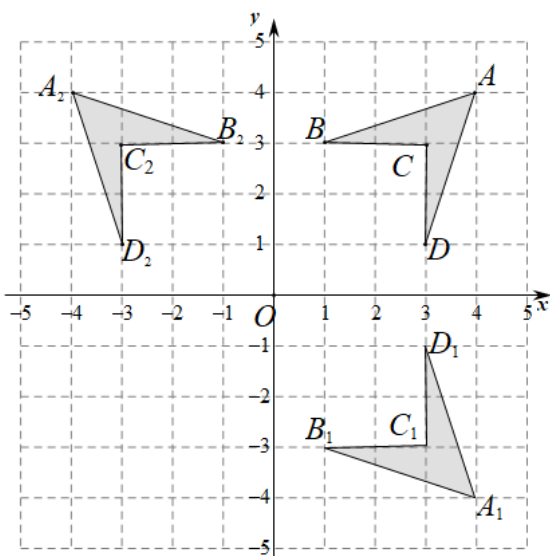
因此  $A_1(4, -4)$ ， $B_1(1, -3)$ ， $C_1(3, -3)$ ， $D_1(3, -1)$ ，描点连线可得四边形  $A_1B_1C_1D_1$ ：



【小问 2 详解】

解：根据四边形  $A_2B_2C_2D_2$  与四边形  $ABCD$  关于  $y$  轴对称，可知对应点的纵坐标相等、横坐标互为相反数，

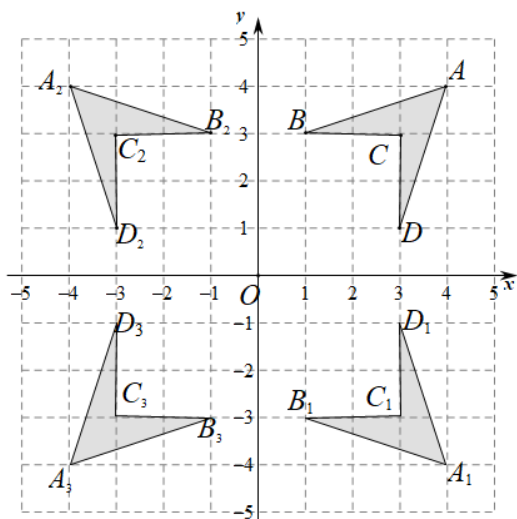
因此  $A_2(-4, 4)$ ， $B_2(-1, 3)$ ， $C_2(-3, 3)$ ， $D_2(-3, 1)$ ，描点连线可得四边形  $A_2B_2C_2D_2$ ：



【小问 3 详解】

解：如图所示，作四边形  $A_1B_1C_1D_1$  关于  $y$  轴的轴对称图形，该图形即为四边形  $A_3B_3C_3D_3$ 。





北京中考在线  
微信号：BJ\_zkao

【点睛】本题考查作轴对称图形，解题的关键是熟练掌握关于  $x$  轴， $y$  轴成轴对称图形的对应点坐标的特点。

24. 【答案】 $\angle CAF = \angle B$ ，理由见解析

【解析】

【分析】根据垂直平分线的性质得  $FA = FD$ ，再根据等边对等角得  $\angle FAD = \angle FDA$ ，利用外角的性质得  $\angle FDA = \angle B + \angle BAD$ ，再利用角平分线的定义和角的和差关系，即可推出  $\angle CAF = \angle B$ 。

【详解】解：  $\angle CAF = \angle B$ 。理由如下：

$\because EF$  垂直平分  $AD$ ，

$\therefore FA = FD$ ，

$\therefore \angle FAD = \angle FDA$ ，

$\because \angle FDA = \angle B + \angle BAD$ ， $\angle FAD = \angle CAF + \angle DAC$ ，

又  $\because AD$  平分  $\angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle DAC$ ，

$\therefore \angle CAF = \angle B$ 。

【点睛】本题考查角平分线的定义，垂直平分线的性质，三角形外角的定义和性质等，难度不大，解题的关键是通过等量代换得出  $\angle B$  与  $\angle CAF$  的联系。

25. 【答案】(1) HL；(2) 证明见解析；(3) 作图见解析；(4)  $\angle B \geq \angle A$ 。

【解析】

【分析】(1) 根据直角三角形全等的方法“HL”证明；

(2) 过点  $C$  作  $CG \perp AB$  交  $AB$  的延长线于  $G$ ，过点  $F$  作  $FH \perp DE$  交  $DE$  的延长线于  $H$ ，根据等角的补角相等求出  $\angle CBG = \angle FEH$ ，再利用“角角边”证明  $\triangle CBG$  和  $\triangle FEH$  全等，根据全等三角形对应边



相等可得  $CG = FH$ ，再利用“HL”证明  $Rt\triangle ACG$  和  $Rt\triangle DFH$  全等，根据全等三角形对应角相等可得  $\angle A = \angle D$ ，然后利用“角角边”证明  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  全等；

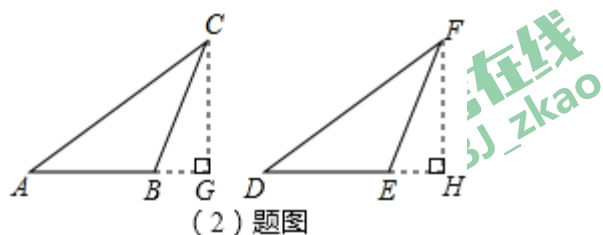
(3) 以点  $C$  为圆心，以  $AC$  长为半径画弧，与  $AB$  相交于点  $D$ ， $E$  与  $B$  重合， $F$  与  $C$  重合，得到  $\triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  不全等；

(4) 根据三种情况结论， $\angle B$  不小于  $\angle A$  即可。

【详解】解：(1) 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$ ， $AC = DF$ ， $BC = EF$ ， $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ，根据斜边直角边对应相等的两个三角形全等可以知道  $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DEF$ ，

故答案为：斜边直角边对应相等的两个三角形全等或 HL。

(2) 如图，



过点  $C$  作  $CG \perp AB$  交  $AB$  的延长线于  $G$ ，过点  $F$  作  $FH \perp DE$  交  $DE$  的延长线于  $H$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle DEF$ ，且  $\angle ABC$ 、 $\angle DEF$  都是钝角，

$\therefore 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \angle DEF$ ，

即  $\angle CBG = \angle FEH$ ，

在  $\triangle CBG$  和  $\triangle FEH$  中，

$$\begin{cases} \angle CBG = \angle FEH \\ \angle G = \angle H = 90^\circ \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle CBG \cong \triangle FEH (AAS)$ ，

$\therefore CG = FH$ ，

在  $Rt\triangle ACG$  和  $Rt\triangle DFH$  中，

$$\therefore \begin{cases} AC = DF \\ CG = FH \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ACG \cong Rt\triangle DFH (HL)$ ，

$\therefore \angle A = \angle D$ ，

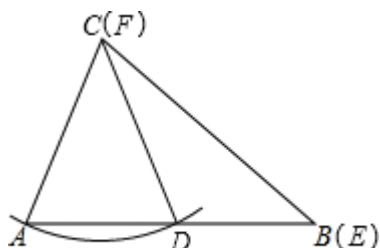
在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中，



$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle ABC = \angle DEF, \\ AC = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (AAS)$ ;

(3) 如图,  $\triangle DEF$  和  $\triangle ABC$  不全等;



(3) 题图

以点  $C$  为圆心, 以  $AC$  长为半径画弧, 与  $AB$  相交于点  $D$ ,  $E$  与  $B$  重合,  $F$  与  $C$  重合, 得到  $\triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  不全等.

(4) 若  $\angle B > \angle A$ , 则  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

故答案为:  $\angle B > \angle A$ .

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质, 应用与设计作图, 熟练掌握三角形全等的判定方法是解题的关键.

26. 【答案】(1) (3, -1)

(2) ①  $n, m$ ; ②  $(-n, 0), (0, -m-n), (0, m-n)$ ; ③  $AD = 2OC + 2OD$

【解析】

【分析】(1) 过  $B$  点作  $x$  轴垂线, 垂足为  $D$ , 由题意可证得  $\triangle OCA \cong \triangle DBC (AAS)$ , 故  $CD=OA=2, BD=OC=1, OD=OC+CD=3$ , 即可知  $B$  点坐标为  $(3, -1)$ .

(2) 过  $B$  点作  $x$  轴垂线, 垂足为  $F$ , 连接  $DE$

① 因为  $B$  点在第一象限, 故  $B$  点横坐标为  $B$  点到  $y$  轴 距离,  $B$  点纵坐标为  $B$  点到  $x$  轴的距离.

② 由题意可证得  $\triangle OCA \cong \triangle FBC (AAS)$ , 故可求  $\triangle ACE$  为等腰三角形, 则可证得

$\triangle ODE \cong \triangle FEB (AAS)$ , 便可知  $OC=n, OA=OF+OC=m+n, DO=OF-OE=m-n$  即点  $C$  的坐标为  $(-n, 0)$ , 点  $A$  的坐标为  $(0, -m-n)$ , 点  $D$  的坐标为  $(0, m-n)$ .

③ 由②问知  $AD=OD+AO=m-n+m+n=2m, OC=n, OD=m-n$ , 故有  $AD = 2OC + 2OD$ .

【小问 1 详解】

过  $B$  点作  $x$  轴垂线, 垂足为  $D$

由题意知  $AO=2, OC=1, AC=BC, \angle COA = \angle BDC = 90^\circ$



$$\because \angle OCA + \angle OAC = 90^\circ, \quad \angle OCA + \angle DCB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = \angle BCD,$$

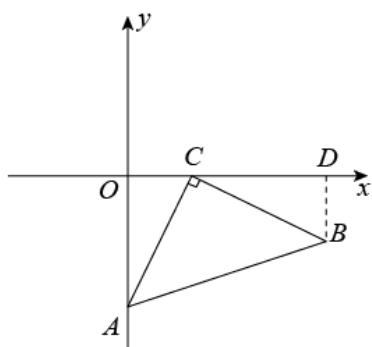
$\triangle OCA$  和  $\triangle DBC$  中有

$$\begin{cases} \angle OAC = \angle BCD \\ \angle COA = \angle BDC = 90^\circ \\ AC = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCA \cong \triangle DBC (AAS)$$

$$\therefore CD = OA = 2, \quad BD = OC = 1, \quad OD = OC + CD = 3$$

故  $B$  点坐标为  $(3, -1)$



### 【小问 2 详解】

过  $B$  点作  $x$  轴垂线，垂足为  $F$ ，连接  $DE$

①  $\because$  点  $B$  坐标为  $(m, n)$ ，且点  $B$  在第一象限

$$\therefore m > 0, \quad n > 0$$

故点  $B$  到  $x$  轴的距离为  $n$ ，到  $y$  轴的距离为  $m$ 。

② 由题意知  $BC = AC$ ， $\angle COA = \angle BFC = 90^\circ$

$$\because \angle BCF + \angle OAC = 90^\circ, \quad \angle OCA + \angle OAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = \angle BCF$$

在  $\triangle OCA$  和  $\triangle FBC$  中有

$$\begin{cases} \angle OAC = \angle BCF \\ \angle COA = \angle BFC = 90^\circ \\ AC = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCA \cong \triangle FBC (AAS)$$

$$\therefore BF = CO, \quad OA = CF$$

由①知  $BF = n$ ， $OF = m$





故  $OC=n$ ,  $OA=OF+OC=m+n$

$\because AD$  平分  $\angle BAC$

$\therefore \angle OAC = \angle OAE$

$\therefore \angle OCA + \angle OAC = \angle OEA + \angle OAE$

$\therefore AC = AE$

$\therefore \triangle ACE$  为等腰三角形,  $AD$  为角平分线, 中线, 高线三线合一, 故  $\triangle DCE$  也为等腰三角形.

$\therefore CO = OE = BF$ ,  $\angle DCO + \angle OCA = \angle DEO + \angle OEA = 90^\circ$

$\therefore \angle ODE + \angle OED = 90^\circ$ ,  $\angle OED + \angle BEF = 90^\circ$

$\therefore \angle ODE = \angle BEF$

在  $\triangle ODE$  和  $\triangle FEB$  中有

$$\begin{cases} \angle ODE = \angle BEF \\ \angle DOE = \angle BFE = 90^\circ \\ OE = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ODE \cong \triangle FEB (AAS)$

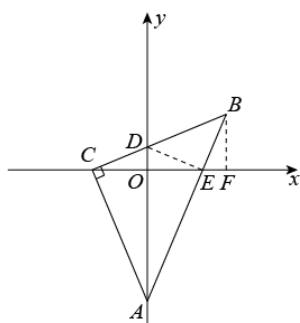
$\therefore EF = DO$

$\therefore DO = OF - OE = m - n$

则点  $C$  的坐标为  $(-n, 0)$ , 点  $A$  的坐标为  $(0, -m-n)$ , 点  $D$  的坐标为  $(0, m-n)$ .

③由②可知  $AD = OD + AO = m - n + m + n = 2m$ ,  $OC = n$ ,  $OD = m - n$

故有  $AD = 2OC + 2OD$



**【点睛】** 本题考查了全等三角形的判定及性质, 坐标轴中点坐标的性质, 点到坐标轴的距离. 点  $P$  的坐标为  $(x, y)$ , 那么点  $P$  到  $x$  轴的距离为这点纵坐标的绝对值, 即  $|y|$ . 点  $P$  到  $y$  轴的距离为这点横坐标的绝对值, 即  $|x|$ .  $AAS$  表示角角边, 即已知两个三角形的两个角都相同, 且两角夹边以外的任意一条边长度相等, 即可证明两个三角形全等.