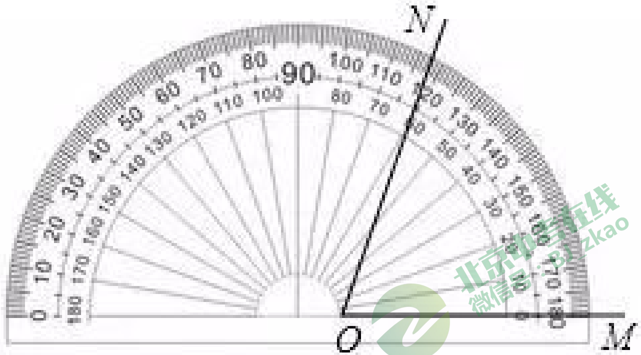
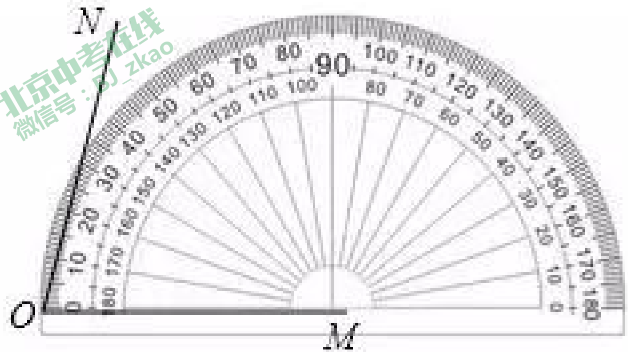
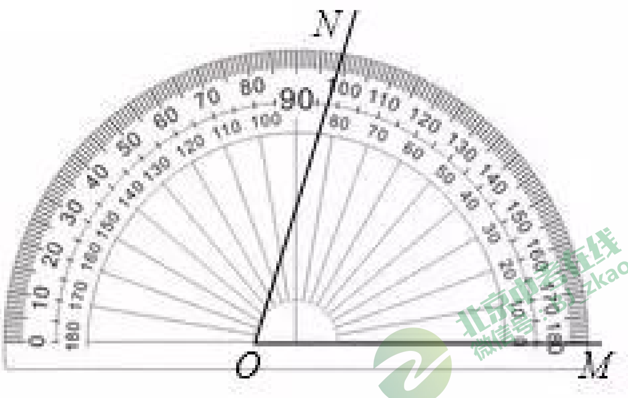
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

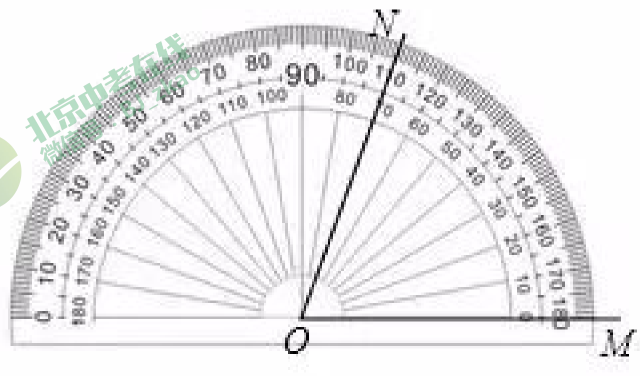
下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．用量角器度量$\angle MON$，下列操作正确的是

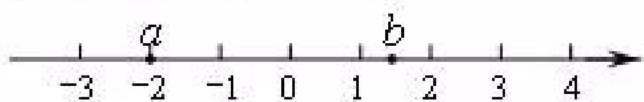
A. 

B. 

C. 

D. 

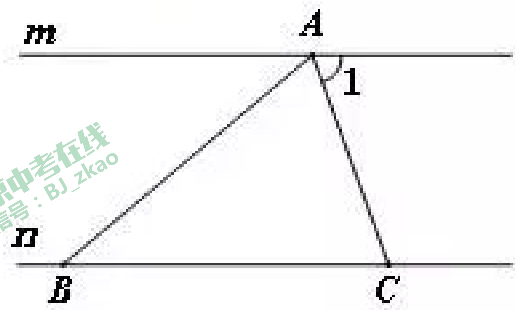
2．实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



A．$|a|>b$　　B．$|b|<a$

C．$a+b>0$　　D．$-a<b$

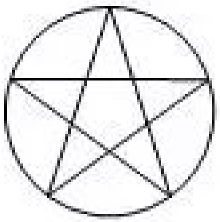
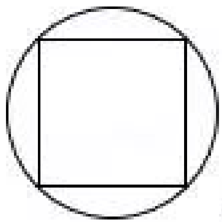
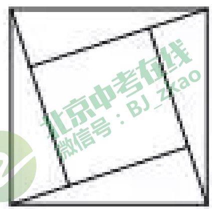
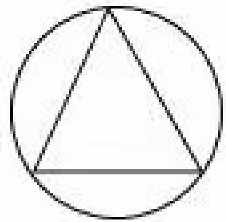
3．如图，直线 $m//n$，点 A 在直线 m 上，点 B、C 在直线 n 上，$AB=CB$，$\angle 1=70°$，则 $\angle BAC$ 等于



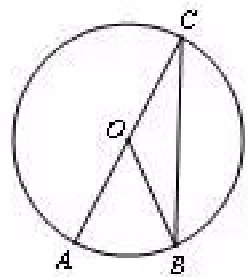
A．40°　　B．55°

C．70°　　D．110°

4．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是

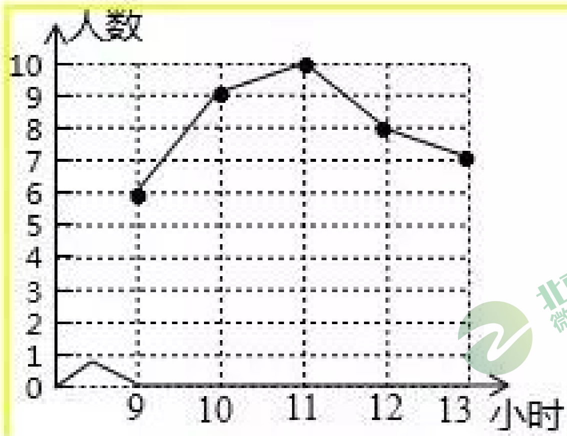
A．　B．　C．　D．

5.如图，在⊙O 中，AC 为⊙O 直径，B 为圆上一点，若 $\angle OBC=26°$，则 $\angle AOB$ 的度数为



A．26°　　B．52°　　C．54°　　D．56°

6. 某班体育委员对本班所有学生一周锻炼时间（单位：小时）进行了统计，绘制了统计图，如图所示，根据统计图提供的信息，下列推断正确的是



A. 该班学生一周锻炼时间的中位数是 11

B. 该班学生共有 44 人

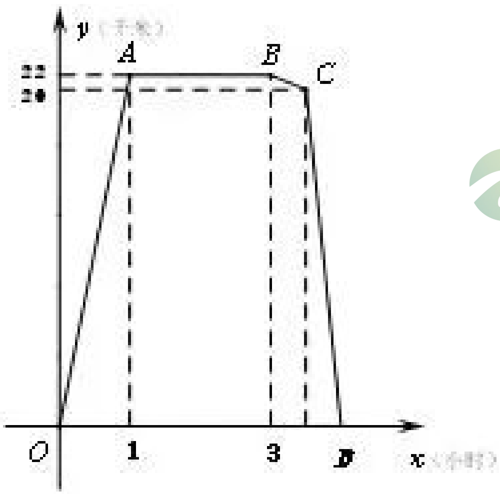
C.该班学生一周锻炼时间的众数是 10

D.该班学生一周锻炼 12 小时的有 9 人

7. 如果 $a-3b=0$，那么代数式 $\left(a-\dfrac{2ab-b^2}{a}\right)\div\dfrac{a^2-b^2}{a}$ 的值是

A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $-\frac{1}{2}$　　　　C. $\frac{1}{4}$　　　　D. 1

8. 小宇在周日上午8：00从家出发，乘车1小时到达某活动中心参加实践活动．11：00时他在活动中心接到爸爸的电话，因急事要求他在12：00前回到家，他即刻按照来活动中心时的路线，以5千米/时的平均速度快步返回．同时，爸爸从家沿同一路线开车接他，在距家20千米处接上了小宇，立即保持原来的车速原路返回．设小宇离家 x 小时后，到达离家y千米的地方，图中折线$OABCD$表示 y 与 x 之间的函数关系．下列叙述错误的是



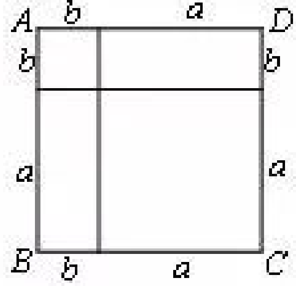
A. 活动中心与小宇家相距 22 千米

B.小宇在活动中心活动时间为 2 小时

C.他从活动中心返家时，步行用了 0.4 小时

D.小宇不能在 12：00 前回到家

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)



9．如果二次根式 $\sqrt{x+4}$ 有意义，那么 x 的取值范围是__________.

10 .如图，正方形 $ABCD$，根据图形，写出一个正确的等式：__________.

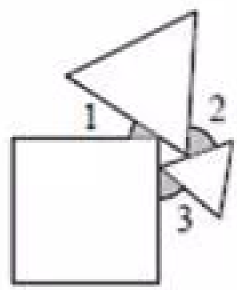
11．中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一段记载："三百七十八里关，初日健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关．"其大意是：有人要去某关口，路程为 378 里，第一天健步行走，从第二天起，由于脚痛，每天走的路程都为前一天的一半，一共走了六天才到达目的地．若求此人第六天走的路程为多少里．设此人第六天走的路程为 x 里，依题意，可列方程为__________.

12.下表记录了甲、乙、丙、丁四名射击运动员最近几次选拔赛成绩的平均数和方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数	9.14	9.15	9.14	9.15
方差	6.6	6.8	6.7	6.6

根据表中数据，要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，应选择__________.

13．一个正方形和两个等边三角形的位置如图所示，则∠1+∠2+∠3 的度数为__________.

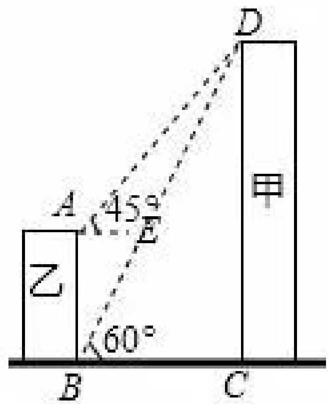


14. 下表记录了一名球员在罚球线上投篮的结果.

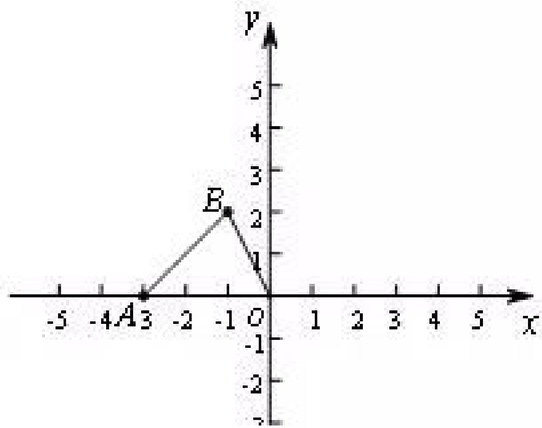
投篮次数 n	100	150	300	500	800	1000
投中次数 m	60	96	174	302	484	602
投中频率 $\frac{m}{n}$	0.600	0.640	0.580	0.604	0.605	0.602

估计这名球员在罚球线上投篮一次，投中的概率为__________.

15. 如图，甲、乙为两座建筑物，它们之间的水平距离 BC 为 30m，在 A 点测得 D 点的仰角 $\angle EAD$ 为 45°，在 B 点测得 D 点的仰角 $\angle CBD$ 为 60°，则甲建筑物的高度为__________m，乙建筑物的高度为__________m.



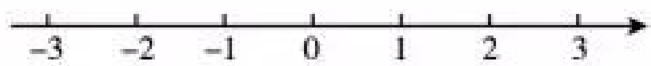
16.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-3，0)$，$B(-1，2)$.以原点 O 为旋转中心，将△AOB 顺时针旋转 90°，再沿 x 轴向右平移两个单位，得到△$A'O'B'$，其中点 A'与点 A 对应，点 B'与点 B 对应. 则点 A'的坐标为__________，点 B'的坐标为__________.



三、解答题（本题共 68 分，第 17—23 题，每小题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 6 分，第 26 题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分）

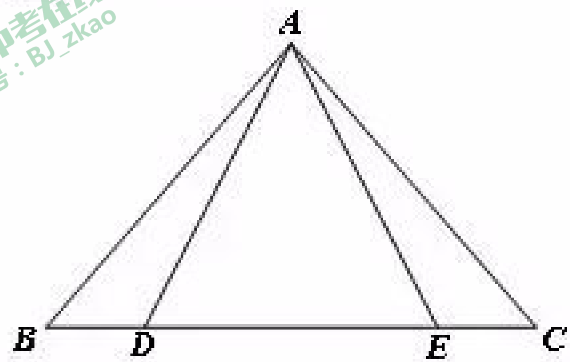
17. 计算： $4\sin 30^{\circ}-(\pi-3)^{0}+\left|\sqrt{3}-2\right|+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}$

18. 解不等式： $3x-1>2(x-1)$，并把它的解集在数轴上表示出来.



19. 如图，在△ABC 中，$AB=AC$，点 D，E 在 BC 边上，$AD=AE$．

求证： $BD=CE$．



20. 关于 x 的一元二次方程 $x^{2}-2mx+(m-1)^{2}=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 m 的取值范围；

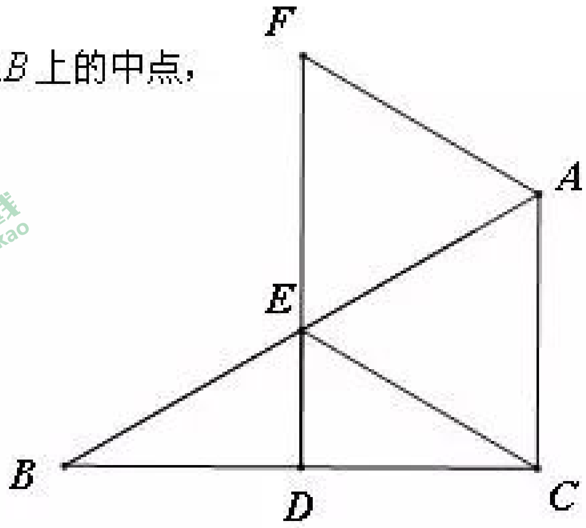
（2）写出一个满足条件的 m 的值，并求此时方程的根.

21. 如图，在ΔABC中，$\angle ACB=90^{\circ}$，点D,E分别是BC,AB上的中点，

连接DE并延长至点F，使$EF=2DE$，连接CE,AF．

（1）证明：$AF=CE$；

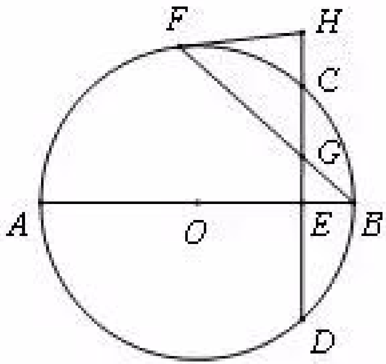
（2）若$\angle B=30^{\circ}$，AC=2，连接BF，求BF的长



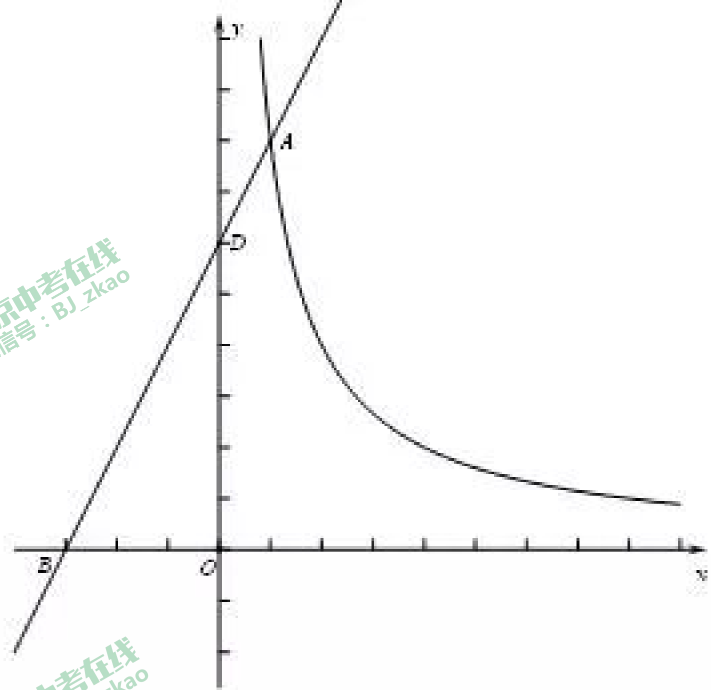
22. 如图，AB、BF分别是⊙O的直径和弦，弦CD与AB、BF分别相交于点E、G，过点F的切线HF与DC的延长线相交于点H，且$HF=HG$.

（1）求证：$AB\perp CD$；

（2）若$\sin\angle HGF=\dfrac{3}{4}$，$BF=3$，求⊙$O$的半径长.



23. 如图，直线 $y=2x+6$ 与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $A(1,m)$，与 x 轴交于点 B，与 y 轴交于点 D.



（1）求 m 的值和反比例函数的表达式；

（2）在 y 轴上有一动点 P（0，n）（$0<n<6$），过点 P 作平行于 x 轴的直线，交反比例函数的图象于点 M，交直线 AB 于点 N，连接 BM．若 $S_{\triangle BMN}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle BOD}$，求 n 的值

24. 某商场服装部为了调动营业员的积极性，决定实行目标管理，根据目标完成的情况对营业员进行适当的奖励．为了确定一个适当的月销售目标，商场服装部统计了每个营业员在某月的销售额（单位：万元），数据如下，请补充完整．

收集数据	17	18	16	12	24	15	27	25	18	19
	22	17	16	19	31	29	16	14	15	25
	15	31	23	17	15	15	27	27	16	19

整理、描述数据

销售额/万元	12	14	15	16	17	18	19	22	23	24	25	27	29	31
人数	1	1		4	3	2		1	1	1	2	3	1	2

分析数据 样本数据的平均数、众数、中位数如下表所示：

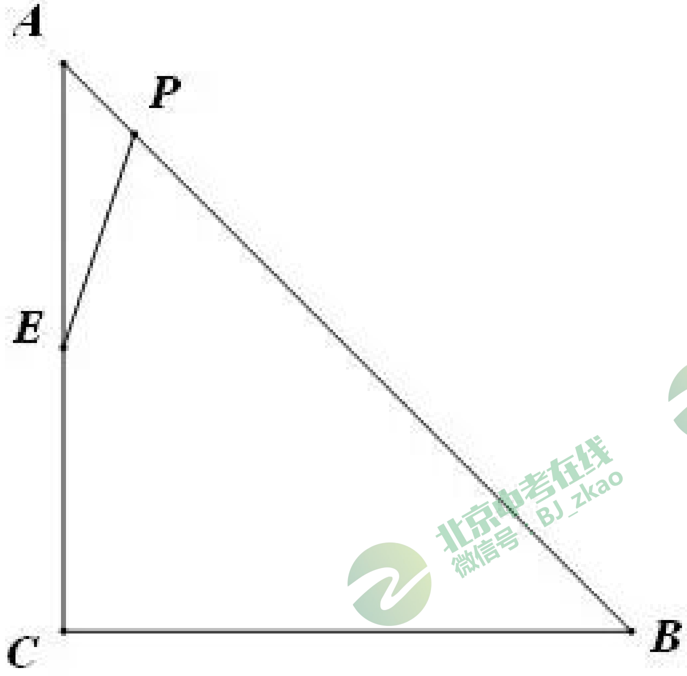
平均数	众数	中位数
20		**18**

得出结论 (1)如果想让一半左右的营业员都能达到销售目标，你认为月销售额应定为____________万元.

(2)如果想确定一个较高的销售目标，这个目标可以定为每月____________万元，理由为________________________.

25. 如图，Rt△ABC，∠C=90°，$CA=CB=4\sqrt{2}$cm，点 P 为 AB 边上的一个动点，点 E 是 CA 边的中点，连接 PE，设 A，P 两点间的距离为 $x$cm，P，E 两点间的距离为 y cm.

小安根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.



下面是小安的探究过程，请补充完整：

（1）通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y/cm	2.8	2.2	2.0	2.2	2.8	3.6		5.4	6.3

（说明：补全表格时相关数值保留一位小数）

（2）建立平面直角坐标系，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

（3）结合画出的函数图象，解决问题：

①写出该函数的一条性质：________________________；

②当 $PE=2PA$ 时，AP 的长度约为________________ cm.

26. 抛物线 $y=ax^2+bx-\sqrt{3}$ 分别交 x 轴于点 A（$-1,0$），C（3，0），交 y 轴于点 B，抛物线的对称轴与 x 轴相交于点 D. 点 P 为线段 OB 上的点，点 E 为线段 AB 上的点，且 $PE\perp AB$.

（1）求抛物线的表达式；

（2）计算 $\dfrac{PE}{PB}$ 的值；

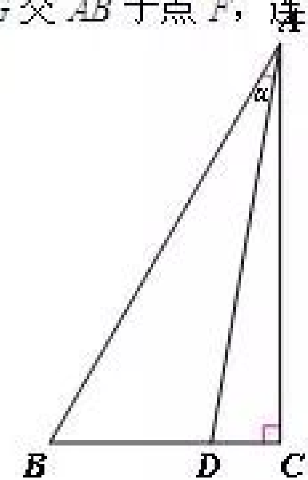
（3）请直接写出 $\dfrac{1}{2}PB+PD$ 的最小值为______________.

27. 如图，已知 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle BAC=30°$，点 D 为边 BC 上的点，连接 AD，$\angle BAD=\alpha$，点 D 关于 AB 的对称点为 E，点 E 关于 AC 的对称点为 G，线段 EG 交 AB 于点 F，连接 AE，DE，DG，AG.

（1）依题意补全图形；

（2）求 $\angle AGE$ 的度数（用含 α 的式子表示）；

（3）用等式表示线段 EG 与 EF，AF 之间的数量关系，并说明理由.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，当图形 W 上的点 P 的横坐标和纵坐标相等时，则称点 P 为图形 W 的"梦之点".

（1）已知⊙O 的半径为 1.

①在点 $E(1,1)$，$F\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$M(-2,-2)$中，⊙$O$ 的"梦之点"为__________；

②若点 P 位于⊙O 内部，且为双曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的"梦之点"，求 k 的取值范围.

（2）已知点 C 的坐标为（1，t），⊙C 的半径为$\sqrt{2}$，若在⊙C 上存在"梦之点"P，直接写出 t 的取值范围.

（3）若二次函数 $y=ax^2-ax+1$的图象上存在两个"梦之点" $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，且 $|x_1-x_2|=2$，求二次函数图象的顶点坐标.

房山区 2017—2018 学年度第二学期期中检测试卷

九年级数学参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	C	B	B	A	A	D

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. $x \geq -4$;

10. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

11. $x + 2x + 4x + 8x + 16x + 32x = 378$;

12. 丁;

13. 150°；

14. 0.600 附近即可）；

15. $30\sqrt{3}$，$30\sqrt{3}-30$；

16. (2，3)，(4，1).

三、解答题（本题共 68 分，第 17—23 题，每小题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 6 分，第 26 题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分）

17. 解：原式 $=4\times\frac{1}{2}-1+2-\sqrt{3}+4$ ……………………………………4 分

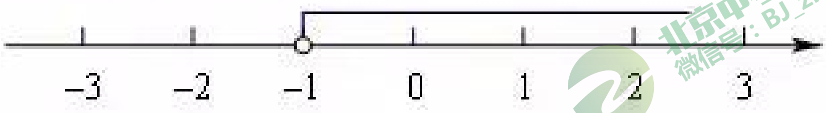
$=7-\sqrt{3}$ ……………………………………………………………5 分

18. 解：$3x-1>2x-2$ ……………………………………1 分

$3x-2x>-2+1$ ……………………………………3 分

$x>-1$ ……………………………………4 分

解集在数轴上表示如下：



……………………………………5 分

19. 解：法 1：

∵$AB=AC$

∴$\angle B=\angle C$ ……………………………………1 分

∵$AD=CE$

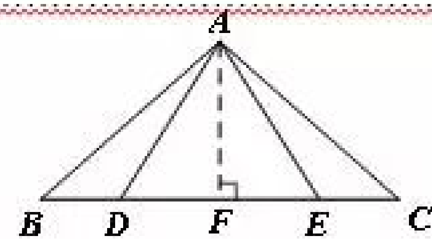
∴$\angle ADE=\angle AED$ ……………………………………2 分

∴$\triangle ABE\cong\triangle ACD$ ……………………………………3 分

∴$BE=CD$ ……………………………………4 分

∴$BD=CE$ ……………………………………5 分

法 2：如图，作 $AF\perp BC$ 于 F



∵$AB=AC$

∴$BF=CF$ ……………………2 分

∵$AD=AE$

∴$DF=EF$ ……………………………………4 分

∴$BF-DF=CF-EF$

即 $BD=CE$ ……………………………………5 分

20. 解：（1）由题意得，$\Delta=(-2m)^2-4(m-1)^2=8m-4>0$

解得，$m>\dfrac{1}{2}$ ……………………………………………………2 分

（2）当 $m=1$ 时 ……………………………………………………3 分

方程为 $x^2-2x=0$

解得，$x_1=0, x_2=2$ ……………………………………………………5 分

【注：答案不唯一】

21. 解：（1）∵D，E 分别是 BC，AB 上的中点

∴DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线

∴DE // AC，$AC=2DE$ ……………………………………………………1 分

又∵$DF=2DE$

∴$EF=AC$

∴四边形 $ACEF$ 为平行四边形

∴$AF=CE$ ……………………………………………………2 分

（2）∵$\angle ABC=90°$，$\angle B=30°$，$AC=2$

∴$BC=2\sqrt{3}$，$DE=1$，$\angle EDB=90°$ ……………………………………………………3 分

∵D 为 BC 中点

∴$BD=\sqrt{3}$

又∵$EF=2DE$

∴$EF=2$

∴$DF=3$ ……………………………………………………4 分

在 $\triangle BDF$ 中，由勾股定理得

$BF=\sqrt{BD^2+DF^2}=2\sqrt{3}$ ……………………………………………………5 分

22. 解：（1）连接OF.

∵$OF=OB$　　∴$\angle OFB=\angle B$

∵HF是⊙O的切线

∴$\angle OFH=90°$ ……………………………………………………1分

∴$\angle HFB+\angle OFB=90°$

∴$\angle B+\angle HFB=90°$

∵$HF=HG$　　∴$\angle HFG=\angle HGF$

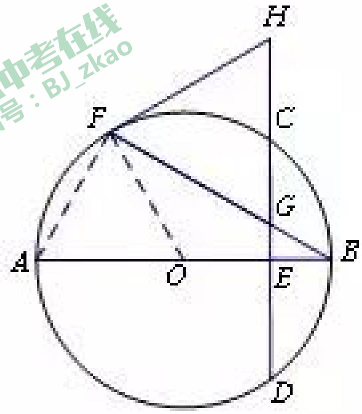
又∵$\angle HGF=\angle BGE$

∴$\angle BGE=\angle HFG$

∴$\angle BGE+\angle B=90°$

∴$\angle GEB=90°$

∴$AB\perp CD$ ……………………………………………………2分



（2）连接AF

∵AB为⊙O直径　　∴$\angle AFB=90°$ ………………………3分

∴$\angle A+\angle B=90°$

∴$\angle A=\angle BGE$

又∵$\angle BGE=\angle HGF$

∴$\angle A=\angle HGF$ ……………………………………………………4分

∵$\sin\angle HGF=\dfrac{3}{4}$　　∴$\sin A=\dfrac{3}{4}$

∵$\angle AFB=90°$，$BF=3$　　∴ $AB=4$

∴ $OA=OB=2$ ……………………………………………………5分

即⊙O的半径为2

23.解：（1）将 $A(1,m)$ 代入直线 $y=2x+6$ 中

得，$m=2+6=8$ ……………………………………1 分

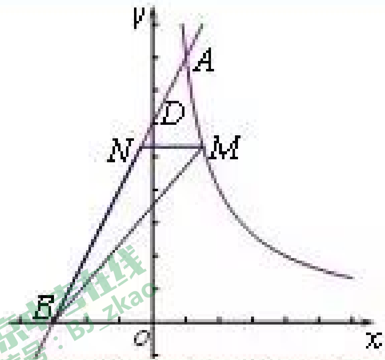
$\therefore A(1,8)$

将 $A(1,8)$ 代入 $y=\dfrac{k}{x}$ 中

得，$k=1\times 8=8$

$\therefore y=\dfrac{8}{x}$ ……………………………………2 分

（2）如图



由 $y=2x+6$ 得，$B(-3,0)$ 、$D(0,6)$

$\therefore S_{\triangle BOD}=9$

$\therefore S_{\triangle BMN}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle BOD}=\dfrac{9}{2}$ ……………………………………3 分

$\because P(0,n)$ ，$MN/\!/x$ 轴

$\therefore M\left(\dfrac{8}{n},n\right)$，$N\left(\dfrac{n-6}{2},n\right)$ ……………………………………4 分

$\therefore MN=\dfrac{8}{n}-\dfrac{n-6}{2}$　　　　$\therefore \dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{8}{n}-\dfrac{n-6}{2}\right)\cdot n=\dfrac{9}{2}$

解得，$n_1=3+\sqrt{7},n_2=3-\sqrt{7}$ ……………………………………5 分

24. 整理、描述数据

销售额/万元	12	14	15	16	17	18	19	22	23	24	25	27	29	31
人数			**5**				**3**							

……………………………………………………2分

分析数据 样本数据的平均数、众数、中位数如下表所示：

平均数	众数	中位数
	15	

……………………………………………………3分

得出结论 (1)如果想让一半左右的营业员都能达到销售目标，你认为月销售额可定为

___18___万元. ……………………………………………………4分

(2)如果想确定一个较高的销售目标，这个目标可以定为每月___20___万元，理由为：从样本数据看，在平均数、中位数和众数中，平均数最大. 可以估计，月销售额定位每月20万元是一个较高的目标，大约会有$\frac{1}{3}$的营业员获得奖励.【注：答案不唯一】 ……………………………………6分

25.解：（1）$\underline{\quad 4.5 \quad}$；……………………………………………………………………2 分

（2）

……………………………4 分

（3）①$\underline{该函数有最小值或最大值；或当 x>2 时，y 随 x 的增大而增大}$.………5 分

【注：答案不唯一】

②当 $PE=2PA$ 时，AP 的长度约为$\underline{\quad 1.1 \quad}$cm.…………………………6 分

26. 解：（1）∵抛物线经过点 A（-1,0），C（3，0），

$$\therefore \begin{cases} a-b=\sqrt{3} \\ 9a+3b=\sqrt{3} \end{cases}$$ ……………………………………………………1 分

解得，$\begin{cases} a=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ b=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

$\therefore y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x^2-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x-\sqrt{3}$ ……………………………………2 分

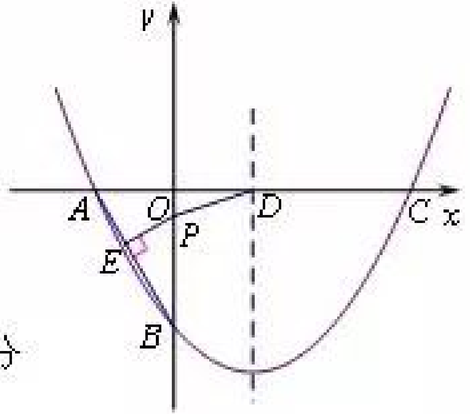
(2) $\because A(-1,0)$，$B(0,\ -\sqrt{3})$

$\therefore OA=1$，$OB=\sqrt{3}$

$\therefore AB=2$

$\therefore \sin\angle ABO=\dfrac{OA}{AB}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \angle ABO=30°$ ……………………………………3 分

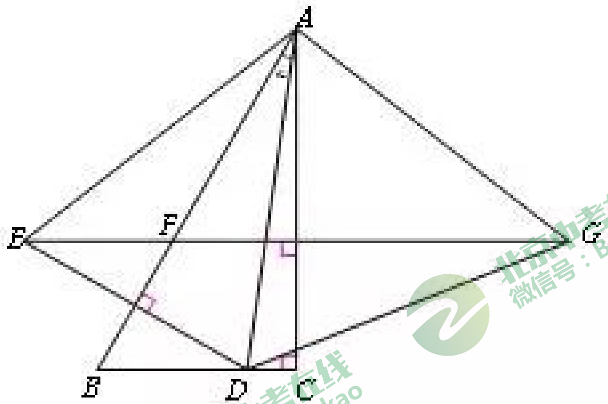


又$\because PE\perp AB$

$\therefore \dfrac{PE}{PB}=\dfrac{1}{2}$ ……………………………………4 分

(3) $\dfrac{1}{2}PB+PD$ 的最小值为：$\underline{\quad\sqrt{3}\quad}$ ……………………6 分

27. 解（1）



…………………………………………1 分

（2）由轴对称性可知，AB 为 ED 的垂直平分线，AC 为 EG 的垂直平分线.

$\therefore AE=AG=AD$.

$\therefore \angle AEG=\angle AGE$， $\angle BAE=\angle BAD=\alpha$

$\therefore \angle EAC=\angle BAC+\angle BAE=30^\circ+\alpha$

$\therefore \angle EAG=2\angle EAC=60^\circ+2\alpha$

$\therefore \angle AGE=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle EAG)=60^\circ-\alpha$…………………………3 分

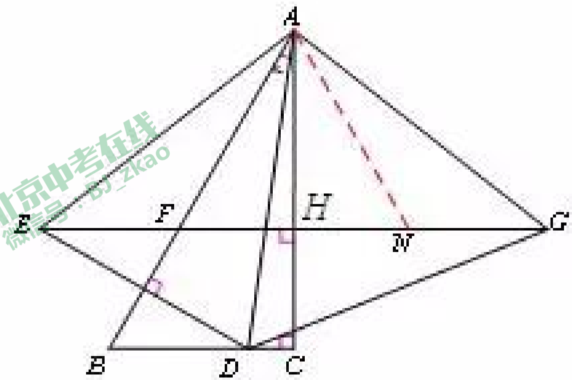
或：$\angle AGE=\angle AEG=90^\circ-\angle EAC=90^\circ-(\angle BAC+\angle EAB)$

$=90^\circ-(30^\circ+\alpha)$

$=60^\circ-\alpha$………………………………………3 分

（3）$EG=2EF+AF$……………………………………………………………………………………4 分

法 1：设 AC 交 EG 于点 H



∵ $\angle BAC=30°$，$\angle AHF=90°$

∴ $FH=\frac{1}{2}AF$ ……………………………5 分

∴ $EH=EF+FH=EF+\frac{1}{2}AF$ …………6 分

又∵点 E，G 关于 AC 对称

∴ $EG=2EH$

∴ $EG=2(EF+\frac{1}{2}AF)=2EF+AF$……………………………………………………7 分

法 2：在 FG 上截取 $NG=EF$，连接 AN.

又∵ $AE=AG$，　　∴ $\angle AEG=\angle AGE$　　∴ $\triangle AEF\cong\triangle AGN$　　∴ $AF=AN$

∵ $\angle EAF=\alpha$，$\angle AEG=60°-\alpha$

∴ $\angle AFN=60°$……………………………………………………………………………6 分

∴ $\triangle AFN$ 为等边三角形

∴ $AF=FN$

∴ $EG=EF+FN+NG=2EF+AF$…………………………………………………………7 分

28. (1) ① $\underline{\quad F \quad}$; ……………………………………………………………………1 分

② ∵⊙O 的半径为 1.

∴⊙O 的"梦之点"坐标为 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 和 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. ……………………2 分

又∵双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq0$) 与直线 $y=x$ 的交点均为双曲线的"梦之点",

∴将 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 代入双曲线表达式中，得，

$k=xy=\frac{1}{2}$ ……………………………………………………………………3 分

∵点 P 位于⊙O 内部.　微信公众号：北京数学压轴题

∴$0<k<\frac{1}{2}$ ……………………………………………………………………4 分

(2) $-1\leqslant t\leqslant 3$ ……………………………………………………………………6 分

(3) 由"梦之点"定义可得：$A(x_1,x_1)$，$B(x_2,x_2)$.

则 $x=ax^2-ax+1$.　　整理得，$ax^2-(a+1)x+1=0$

解得，$x_1=1$，$x_2=\frac{1}{a}$.

把两个根代入 $|x_1-x_2|=2$ 中，即 $\left|1-\frac{1}{a}\right|=2$　　解得，$a_1=-1$，$a_2=\frac{1}{3}$.

当 $a=-1$ 时，$y=-x^2+x+1$，其顶点坐标为 $\left(\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right)$ ……………………7 分