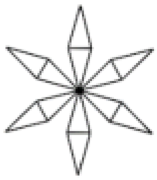
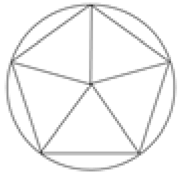
2022北京清华附中朝阳学校初三11月月考

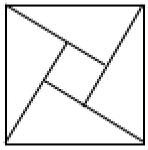
数　　学

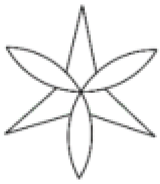
一、选择题（本题共24分，每小题3分）

1. 下列图形中，既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（　　）

A. 

B. 

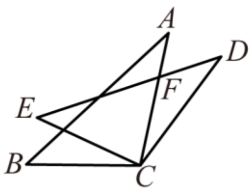
C. 

D. 

2. 抛物线$y=(x+2)^2-3$的顶点坐标是（　）

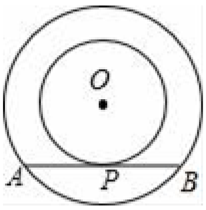
A. $(-2,3)$　　B. $(-2,-3)$　　C. $(2,3)$　　D. $(2,-3)$

3. 如图，在△*ABC*中，以点*C*为中心，将△*ABC*顺时针旋转25°得到△*DEC*，边*DE*，*AC*相交于点*F*，若∠*A*=35°，则∠*EFC*的度数为（　　）



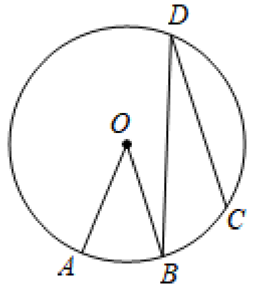
A. 50°　　B. 60°　　C. 70°　　D. 120°

4. 如图，以O为圆心的两个同心圆中，大圆的弦AB是小圆的切线，点P为切点．若大圆半径为2，小圆半径为1，则AB的长为（　　）



A. $2\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 2

5. 如图，在⊙O中，$AB=BC$，$\angle AOB=40°$，则$\angle BDC$的度数是（　）



A. 10°　　B. 20°　　C. 30°　　D. 40°

6. 如果关于 x 的方程 $ax^2+x-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是（　　）

A. $a>-\frac{1}{4}$　　B. $a\ge-\frac{1}{4}$　　C. $a\ge-\frac{1}{4}$ 且 $a\ne0$　　D. $a>-\frac{1}{4}$ 且 $a\ne0$

7. 投掷一枚质地均匀的硬币 m 次，正面向上 n 次，下列表达正确的是（　　）

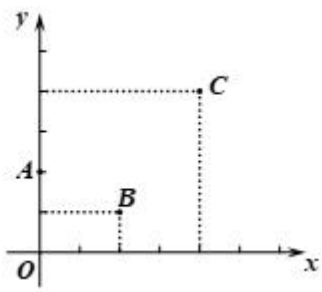
A. $\frac{n}{m}$ 的值一定是 $\frac{1}{2}$

B. $\frac{n}{m}$　值一定不是 $\frac{1}{2}$

C. m 越大，$\frac{n}{m}$ 的值越接近 $\frac{1}{2}$

D. 随着 m 的增加，$\frac{n}{m}$ 的值会在 $\frac{1}{2}$ 附近摆动，呈现出一定的稳定性

8. 如图，游乐园里的原子滑车是很多人喜欢的项目，惊险刺激，原子滑车在轨道上运行的过程中有一段路线可以看作是抛物线的一部分，原子滑车运行的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=ax^2+bx+c(a\ne0)$．下图记录了原子滑车在该路段运行的 x 与 y 的三组数据 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$C(x_3,y_3)$，根据上述函数模型和数据，可推断出，此原子滑车运行到最低点时，所对应的水平距离 x 满足（　　）



A. $x<x_1$　　B. $x_1<x<x_2$　　C. $x=x_2$　　D. $x_2<x<x_3$

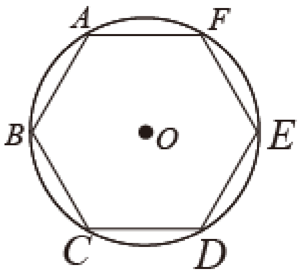
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 写出一个以 0 和 2 为根的一元二次方程：________.

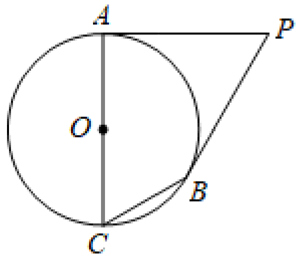
10. 若点(1，5)，(5，5)是抛物线 $y=x^2+bx+c$（$a\ne0$）上　两个点，则 b=_____.

11　若点 $A(2a,-5)$ 与点 $B(4,-b+2)$ 关于原点对称，则 $a+b=$______.

12. 图，正六边形 ABCDEF 内接于⊙O，⊙O 的半径为 6，则 AB 的长为__________.

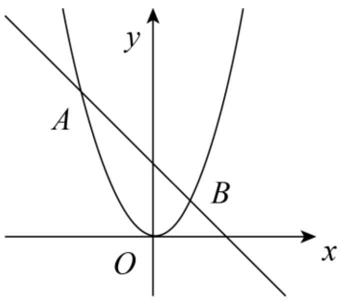


13. 如图，PA，PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别是点 A 和 B，AC 是 $\odot O$ 的直径．若 $\angle P=60°$，$PA=6$，则 BC 的长为________.

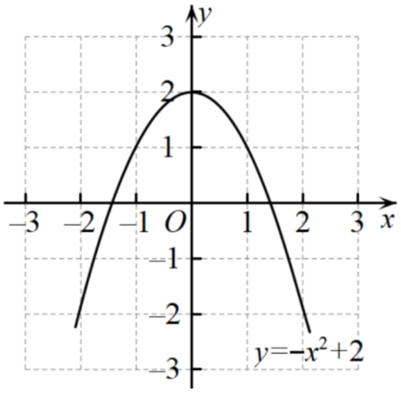


14. 某公司 2016 年缴税 60 万元，2018 年缴税 80 万元，设该公司这两年缴税的年平均增长率为 x．则得到方程______.

15. 如图，抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2，4)$，$B(1，1)$，则关于 x 的方程 $ax^2-bx-c=0$ 的解为_______.



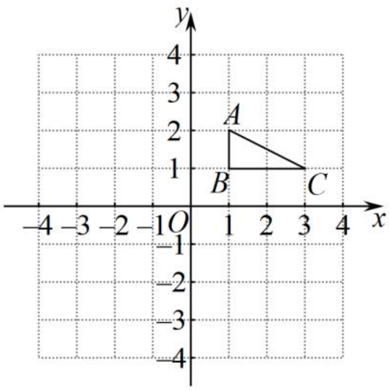
16. 如图，抛物线 $y=-x^2+2$.将该抛物线在 x 轴和 x 轴上方的部分记作 C_1，将 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折后记作 C_2，C_1 和 C_2 构成的图形记作 C_3．关于图形 C_3，给出如下四个结论：①图形 C_3 关于 y 轴成轴对称；②图形 C_3 有最小值，且最小值为 0；③当 $x>0$ 时，图形 C_3 的函数值都是随着 x 的增大而增大的；④当 $-2\le x\le 2$ 时，图形 C_3 恰好经过 5 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）以上四个结论中，所有正确结论的序号是______.



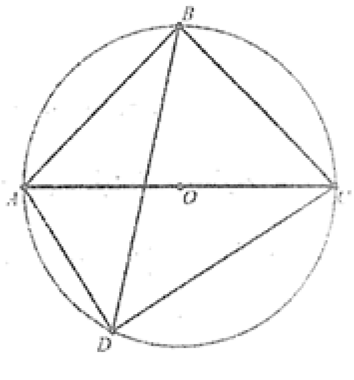
三、解答题（本题共60分，第17～19题每小题5分，第20～23题每小题6分，第24～26题每小题7分）

17. 解方程：$x^2-2x-8=0$.

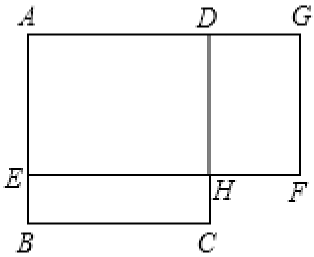
18. $\triangle ABC$在平面直角坐标系中的位置如图所示，其中$A(1,2)$，$B(1,1)$，$C(3,1)$，将$\triangle ABC$绕原点O顺时针旋转$90°$后得到$\triangle A'B'C'$，画出$\triangle A'B'C'$，并求点C旋转到点C'所经过的路线长为______.



19. 如图，四边形ABCD是⊙O的内接四边形，对角线AC是⊙O的直径，AB=2,∠ADB=45°. 求⊙O半径的长.



20. 如图，ABCD是一块边长为4米的正方形苗圃，园林部门拟将其改造为矩形AEFG的形状，其中点E在AB边上，点G在AD的延长线上，DG = 2BE．设BE的长为x米，改造后苗圃AEFG的面积为y平方米．



（1）求 y 与 x 之间的函数关系式（不需写自变量的取值范围）;

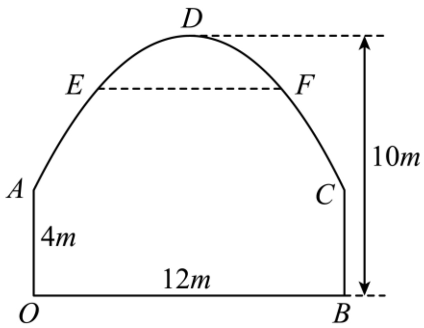
（2）根据改造方案，改造后的矩形苗圃 AEFG 的面积与原正方形苗圃 ABCD 的面积相等，请问此时 BE 的长为多少米？

21．已知抛物线 $y=x^2-(2m-1)x+m^2-m$．

（1）求证：此抛物线与 x 轴必有两个不同的交点;

（2）若此抛物线与直线 $y=x-3m+3$ 的一个交点在 y 轴上，求 m 的值.

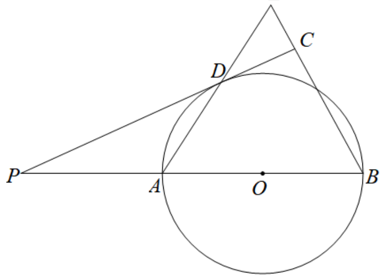
22．如图，隧道的截面由抛物线 ADC 和矩形 $AOBC$ 构成，矩形的长 OB 是 12m，宽 OA 是 4m．拱顶 D 到地面 OB 的距离是 10m．若以 O 原点，OB 所在的直线为 x 轴，OA 所在的直线为 y 轴，建立直角坐标系.



（1）画出直角坐标系 xOy，并求出抛物线 ADC 的函数表达式;

（2）在抛物线型拱壁 E、F 处安装两盏灯，它们离地面 OB 的高度都是 8m，则这两盏灯的水平距离 EF 是多少米？

23．如图，已知 AB 是⊙O 的直径，点 P 在 BA 的延长线上，$AB=BE$，PD 切⊙O 于点 D，交 EB 于点 C，连接 AE，点 D 在 AE 上.



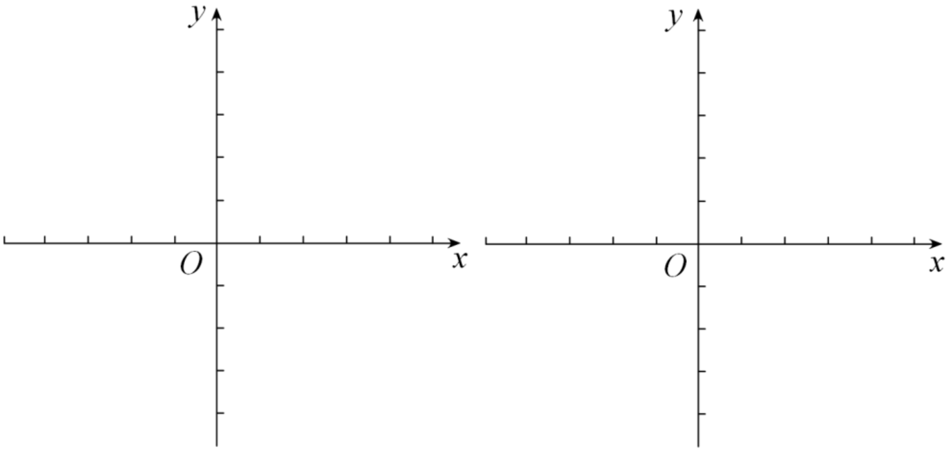
（1）求证：$BE\perp PC$;

（2）连接 OC，如果 $PD=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=60^\circ$，求 OC 的长.

24．已知：抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A（2，﹣3）和 B（4，5）.

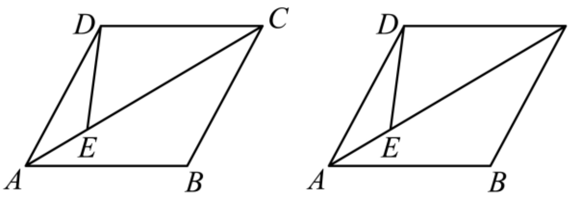
（1）求抛物线　表达式；

（2）设 B 点关于对称轴的对称点为 C，抛物线 L：$y=mx^2$（$m\neq0$）与线段 BC 恰有一个交点，结合函数图象，求 m 的取值范围.



备用图

25. 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=120°$，点 E 是对角线 AC 上一点，连接 DE，$\angle DEC=50°$，将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转 $50°$ 并延长得到射线 BF，交 ED 的延长线于点 G.



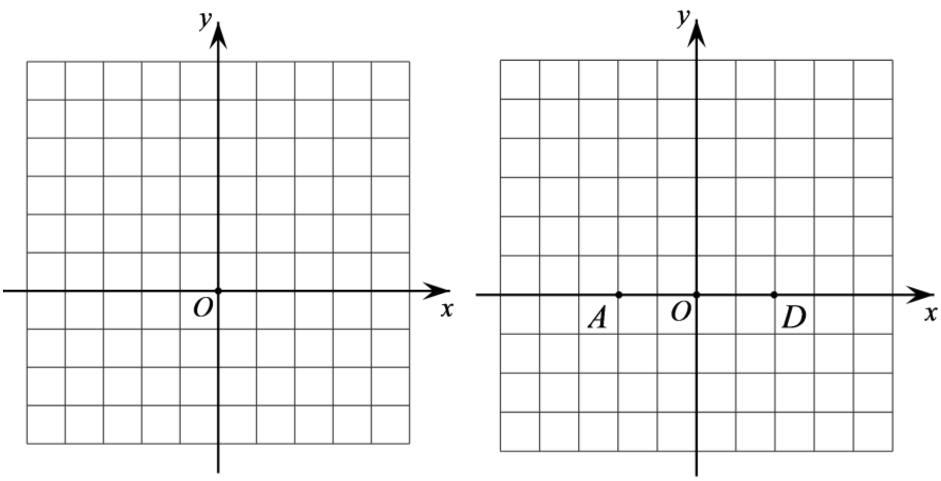
备用图

（1）依题意补全图形；

（2）求证：$EG=BC$；

（3）用等式表示线段 AE，EG，BG 之间的数量关系，并证明.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意三点 A 、B 、C 我们给出如下定义：三点中横坐标的最大值与最小值的差我们称为“横距”；三点中纵坐标的最大值与最小值的差我们称之为“纵距”；若三点的横距与纵距相等，我们称这三点为“等距点”.



已知：点 $A(-2,0)$，点 $B(1,1)$：

（1）在点 $R(3,5)$，$S(3,-2)$，$T(-4,-3)$ 中，与点 A 、B 为等距点的是______；

（2）点 $P(0,t)$ 为 y 轴上一动点，若 A 、B，P 三点为等距点，t 的值为______；

（3）已知点 $D(2,0)$，有一半径为 1，圆心为 $(0,m)$　$\odot M$，若 $\odot M$ 上存在点 Q，使得 A，D，Q 三点为等距点，直接写出 m 的取值的范围.

参考答案

一、选择题（本题共24分，每小题3分）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】由题意直接根据轴对称图形与中心对称图形的概念逐项进行分析判断即可.

【详解】解：A．既是中心对称图形，又是轴对称图形，故此选项符合题意；

B．是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

C．不　轴对称图形，是中心对称图形，故此选项不合题意；

D．是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意.

故选：A.

【点睛】本题主要考查中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形：如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形；中心对称图形：在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转180°，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据二次函数顶点式解析式的性质解答.

【详解】抛物线$y=(x+2)^2-3$的顶点坐标是$(-2,-3)$，

故选：B.

【点睛】此题考查二次函数顶点式解析式的性质，$y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标是（h，k）.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】由旋转的性质可得$\angle A=\angle D=35°$，$\angle ACD=25°$，由三角形外角的性质可求解.

【详解】解：∵将$\triangle ABC$顺时针旋转25°得到$\triangle DEC$，

∴$\angle A=\angle D=35°$，$\angle ACD=25°$，

∴$\angle EFC=\angle D+\angle ACD=60°$，

故选：*B*.

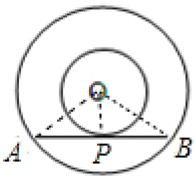
【点睛】本题考查了旋转的性质，三角形外角的性质，掌握旋转的性质是解题的关键.

4. 【答案】A

【解析】

【分析】连接OA、OB、OP，OP即为小圆半径，易证△OAP≌△OBP，通过构建直角三角形，可解答.

【详解】解：连接OA、OB、OP，OP即为小圆半径，



∵OA=OB，∠OAB=∠OBA，∠OPA=∠OPB=90°，

∴△OAP≌△OBP，

∴在直角△OPA 中，OA=2，OP=1，

∴AP=$\sqrt{3}$，

∴AB=2$\sqrt{3}$．

故选 A．

【点睛】本题主要考查了切线、勾股定理的应用，本题综合性较强；掌握其定理、性质，才能熟练解答．

5. 【答案】B

【解析】

【分析】利用在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半，即可求得$\angle BDC$的度数．

【详解】解：$\because AB=BC$，$\angle AOB=40°$，

$\therefore \angle BDC=\dfrac{1}{2}\angle AOB=20°$．

故选：B．

【点睛】此题考查了圆周角定理,注意数形结合思想的应用，注意在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆周角的一半这个定理的应用．

6. 【答案】D

【解析】

【分析】由二次项系数非零及根的判别式$\Delta>0$，即可得出关于a的一元一次不等式组，解之即可得出a的取值范围．

【详解】解：∵关于x的$ax^2+x-1=0$有两不相等的个实数根，

若$a=0$，则$x-1=0$，不存在两个不相等的个实数根，

$\therefore \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta=1-4\times a\times(-1)>0 \end{cases}$，

$\therefore a>-\dfrac{1}{4}$且$a\neq 0$．

故选：D．

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义以及根的判别式，牢记“当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的实数根”是解题的关键．

7. 【答案】D

【解析】

【分析】根据频率与概率的关系以及随机事件的定义判断即可

【详解】投掷一枚质地均匀的硬币正面向上的概率是$\frac{1}{2}$，而投掷一枚质地均匀的硬币正面向上是随机事件，$\frac{n}{m}$是它的频率，随着m的增加，$\frac{n}{m}$的值会在$\frac{1}{2}$附近摆动，呈现出一定的稳定性；

故选：D

【点睛】本题考查对随机事件的理解以及频率与概率的联系与区别．解题的关键是理解随机事件是都有可能发生的时间．

8. 【答案】B

【解析】

【分析】由图得A、B、C三点的坐标，利用待定系数法可求出该二次函数的解析式，再根据对称轴或者顶点可求出答案．

【详解】由图得A（0，2）、B（2，1）、C（4，4），代入解析式：

$\begin{cases} c=2 \\ 4a+2b+c=1 \\ 16a+4b+c=4 \end{cases}$，解得$\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \\ c=2 \end{cases}$，则$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2=\frac{1}{2}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{8}$，

当$x=\frac{3}{2}$时，滑车运行到最低点，所以$0<\frac{3}{2}<2$，即$x_1<x<x_2$，

故选B．

【点睛】本题考查二次函数　应用，解题的关键是熟练掌握待定系数法．

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 【答案】$x^2-2x=0$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据一元二次方程的解就是能够使方程左右两边相等的未知数的值，即用这个数代替未知数所得式子仍然成立，列出方程即可．

【详解】解：根据一元二次方程的解的定义，结合因式分解法，

即可写出符合条件的一个简单方程为x^2-2x=0．

故答案为x^2-2x=0．

【点睛】此题考查了一元二次方程的解和根与系数的关系，关键是灵活应用根与系数的关系列出方程，注意答案不止一个．

10. 【答案】-6

【解析】

【分析】根据抛物线的对称性即可确定抛物线对称轴，根据对称轴方程即可求得b的值．

【详解】解：∵点（1，5），（5，5）是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上的两个点，它们的纵坐标相等.

∴抛物线对称轴是直线 $x=\dfrac{1+5}{2}=3$，

∴ $-\dfrac{b}{2}=3$，

∴$b=-6$，

故答案为：-6.

【点睛】本题考查了二次函数上点　坐标特征，根据抛物线的对称性求得对称轴是解题的关键.

11. 【答案】-5

【解析】

【分析】根据关于原点对称的点横纵坐标互为相反数求出 a、b 的值，然后代值计算即可.

【详解】解：∵点 $A\left(2a,-5\right)$ 与点 $B\left(4,-b+2\right)$ 关于原点对称，

∴ $\begin{cases}2a=-4\\-b+2=5\end{cases}$，

∴ $\begin{cases}a=-2\\b=-3\end{cases}$，

∴ $a+b=-2+\left(-3\right)=-5$，

故答案为：-5.

【点睛】本题主要考查了关于原点对称的点的坐标特征，代数式求值，熟知关于原点对称的点横纵坐标互为相反数是解题的关键.

12. 【答案】2π

【解析】

【分析】根据圆内接正六边形的性质得到∠AOB=60°，再利用弧长公式计算即可.

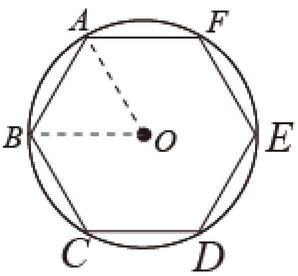
【详解】如图连接 OA、OB，

∵正六边形 ABCDEF 内接于⊙O，

∴∠AOB=60°，

∴ AB 的长为 $\dfrac{60\pi\times 6}{180}=2\pi$，

故答案为：2π.



.

【点睛】此题考查圆内接正六边形的性质，弧长的计算公式，熟记圆内接正六边形的性质是解题的关键.

13. 【答案】 $\sqrt{\ }$

【解析】

【分析】连接 AB，根据切线长定理可得 $PA=PB$，可得 $\triangle PAB$ 为等边三角形，切线的性质定理可得 $\angle PAC=90°$，则 $\angle BAC=30°$，设 $BC=x$，即可求解.

【详解】解：∵ PA，PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别是点　和

∴ $PA\perp AC$，$PA=PB$

∴ $\angle PAC=90°$

又∵

∴ $\triangle PAB$ 为等边三角形

∴ $AB=PA=6$，$\angle PAB=60°$

∴ $\angle BAC=30°$

∵ AC 是 $\odot O$ 的直径

∴ $\angle ABC=90°$

设 $BC=x$，则 $AC=2x$

由勾股定理得：$AB^2+BC^2=AC^2$，即 $6^2+x^2=(2x)^2$

解得 $x=2\sqrt{3}$，即 $BC=2\sqrt{3}$

故答案为：$\sqrt{\ }$.

【点睛】此题考查了圆的有关性质，切线长定理以及切线的性质定理，圆周角定理，等边三角形的判定与性质，含 $30°$ 直角三角形的性质，勾股定理，解题的关键是熟练掌握相关性质.

14. 【答案】$60(1+x)^2=80$

【解析】

【分析】设该公司这两年缴税的年平均增长率为 x. 则 2017 年缴税 $60(1+x)$ 万元，2018 年缴税 $60(1+x)^2$ 万元，由此列出方程即可.

【详解】解：设该公司这两年缴税的年平均增长率为 x.

由题意得 $60(1+x)^2=80$，

故答案为：$60(1+x)^2=80$.

【点睛】本题主要考查了从实际问题中抽象出一元二次方程，正确理解题意找到等量关系是解题的关键.

15. 【答案】$x_1=-2,x_2=1$

【解析】

【分析】根据二次函数图象与一次函数图象的交点问题得到方程 $ax^2=bx+c$，即　　　　　　，则抛物线　　　与直线　　　　交点的横坐标即为方程的解.

【详解】解：∵抛物线 与直线 的两个交点坐标分别为$A(-2，4)$，$B(1，1)$，由 $ax^2=bx+c$，可得 的解为：$x_1=-2,x_2=1$，

故答案为：$x_1=-2,x_2=1$.

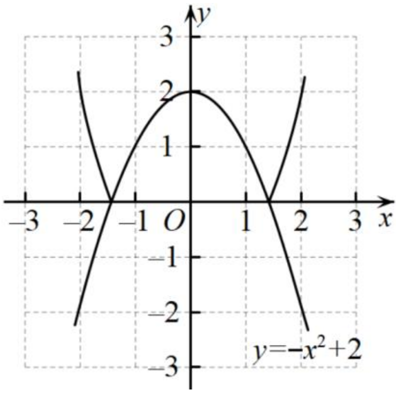
【点睛】本题考查了二次函数与一次函数交点问题，理解函数图象交点的横坐标即为方程的解是解题的关键.

16. 【答案】①②④

【解析】

【分析】画出翻折后的 ，然后根据图形即可判断.

【详解】解：翻折后的图形如图所示



① 由图形可知，图形 关于 轴成轴对称，故① 正确；

② 图形 有最小值，且最小值为 ，故② 正确；

③ 当 时，图形 的函数值先随着 的增大而减小，当函数值为 后，再随 的增大而增大，故③ 错误；

④ 当 时，图形 恰好经过$(-2,2)$，$(-1,1)$，$(0,2)$，$(1,1)$，$(2,2)$共 个整点（即横、纵坐标均为整数的点），故④ 正确；

所以，①②④ 是正确的结论.

故答案为：①②④ .

【点睛】本题考查了二次函数的图象与几何变换，数形结合是解题的关键.

三、解答题（本题共 60 分，第 17～19 题每小题 5 分，第 20～23 题每小题 6 分，第 24～26 题每小题 7 分）

17. 【答案】$x_1=-2$，$x_2=4$.

【解析】

【分析】利用配方法变形为$(x-1)^2-9=0$，再根据平方差公式变形为$(x+2)(x-4)=0$即可求解.

【详解】$\because x^2-2x-8=0$，

$\therefore (x-1)^2-9=0$，

∴（x-1+3）(x-1-3)=0

$\therefore (x+2)(x-4)=0$，

则 $x+2=0$ 或 $x-4=0$，

解得 $x_1=-2$，$x_2=4$.

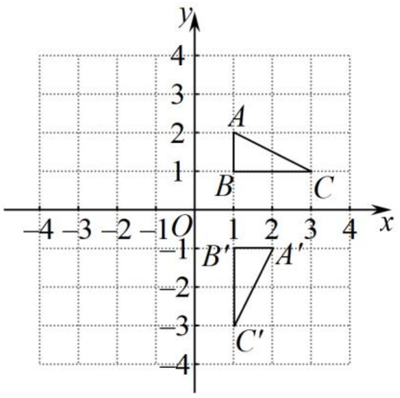
【点睛】本题主要考查了一元二次方程的解法，解题的关键是熟练掌握解一元二次方程的几种方法.

18. 【答案】作图见详解；$\dfrac{\sqrt{10}}{2}\pi$

【解析】

【分析】利用旋转的性质得出对应点的位置，然后利用弧长公式 $l=\dfrac{n\pi r}{180}$ 进行计算即可得到点 C 旋转到点 所经过的路线长.

【详解】作图如图所示



由题可得点 C 旋转到点 所经过的路线为一条弧，这条弧的半径为线段 OC 的长度，圆心角为

$\therefore$ 点 C 旋转到点 所经过的路线长为：$\dfrac{90\times\pi\times\sqrt{1^2+3^2}}{180}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}\pi$

故答案为：$\dfrac{\sqrt{10}}{2}\pi$

【点睛】本题考查了旋转的性质和弧长计算公式，熟记弧长计算公式是解决本题的关键.

19. 【答案】$\sqrt{\ }$.

【解析】

【分析】根据圆周角定理得∠ABC=90°，∠ACB=∠ADB=45°，然后在 Rt△ABC 利用勾股定理计算即可.

【详解】解：∵AC 是⊙O 的直径，

∴∠ABC=90°，

∵∠ADB=45°，

∴∠ACB=∠ADB=45°，

∴BC=AB=2，

∴AC=$\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

∴⊙O半径的长为：$\sqrt{\ }$.

【点睛】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角，90°的圆周角所对的弦是直径.

20. 【答案】(1) $y=-2x^2+4x+16$；(2) 2米

【解析】

【分析】(1) 若BE的长为x米，则改造后矩形的宽为$(4-x)$米，长为$(4+2x)$米，求矩形面积即可得出y与x之间的函数关系式；

(2) 根据题意可令函数值为16，解一元二次方程即可.

【详解】解：(1) ∵BE边长为x米，

∴AE=AB-BE=4-x，AG=AD+DG=4+2x

苗圃的面积=AE×AG=(4-x)(4+2x)

则苗圃的面积y（单位：米^2）与x（单位：米）的函数关系式为：$y=-2x^2+4x+16$

(2) 依题意，令y=16　即$-2x^2+4x+16=16$

解得：$x_1=0$(舍）$x_2=2$

答：此时BE的长为2米.

【点睛】本题考查的知识点是列函数关系式以及二次函数的实际应用，难度不大，找准题目中的等量关系式是解此题的关键.

21. 【答案】(1) 证明见解析；(2) m的值为-3或1.

【解析】

【分析】(1) 先求得△的值，然后证明△＞0即可；

(2) 依据此抛物线与直线　　　　　的一个交点在　轴上可得到$m^2-m=-3m+3$，然后解关于　的方程即可.

【详解】解：(1) 令$y=0$得：$x^2-(2m-1)x+m^2-m=0$①

$\because \triangle=(2m-1)^2-4(m^2-m)=1>0$

∴方程①有两个不等的实数根，

∴原抛物线与　轴有两个不同的交点；

(2) 令：$x=0$，根据题意有：$m^2-m=-3m+3$，

整理得：$m^2+2m-3=0$

解得$m=-3$或$m=1$.

【点睛】本题主要考查的是抛物线与　轴的交点，依据此抛物线与直线　　　　　的一个交点在　轴上得到关于　的方程是解题的关键.

22. 【答案】(1) 坐标系见解析，$y=-\frac{1}{6}(x-6)^2+10$

(2) $4\sqrt{3}$m

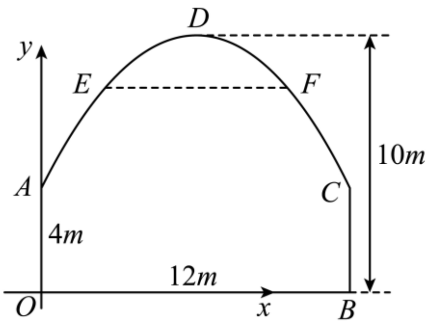
【解析】

【分析】(1）按照题中要求画出对应的坐标系；则由题意可得抛物线 的顶点坐标为$(6,10)$，A 点坐标为$(0,4)$，由此即可用“待定系数法”求出抛物线的解析式；

（2）在（1）中所求的抛物线的解析式中，由 $y=8$ 可得对应的一元二次方程，解方程即可得到点 E、F 的横坐标，由此即可求得 的长；

【小问 1 详解】

解：如图所示坐标系即为所求：



由题意可知，抛物线 的顶点坐标为$(6,10)$，A 点坐标为$(0,4)$，

可设抛物线 的函数表达式为 $y=a(x-6)^2+10$，

将 $x=0$，$y=4$ 代入得：$a(0-6)^2+10=4$，

解得 $a=-\frac{1}{6}$，

∴抛物线 的函数表达式为 $y=-\frac{1}{6}(x-6)^2+10$.

【小问 2 详解】

解：当 $y=8$ 时，$-\frac{1}{6}(x-6)^2+10=8$，

解得：$x_1=6+2\sqrt{3}$，$x_1=6-2\sqrt{3}$，

∴ $EF=x_1-x_2=4\sqrt{3}\text{m}$，即两盏灯的水平距离 是 $4\sqrt{3}\text{m}$.

【点睛】本题主要考查了二次函数的实际应用，正确理解题意求出二次函数解析式是解题的关键.

23. 【答案】(1）见解析　　（2）$\sqrt{7}$

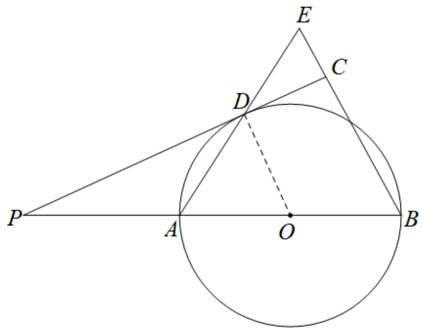
【解析】

【分析】(1）连接 OD，由等腰三角形的性质得出∠ODA＝∠E，证得 OD∥BE，由 PD 切⊙O 于点 D，得到 OD⊥PD，则可得出结论；

（2）由（1）知，OD∥BE，得到∠POD＝∠B，根据三角函数的定义即可得 DC，OD 的长，再由勾股定理可求出 OC 的长.

【小问 1 详解】

证明：连接 OD，



∵$AB=BE$，

∴$\angle E=\angle BAE$，

∵$OA=OD$，

∴$\angle OAD=\angle ODA$，

∴$\angle ODA=\angle E$，

∴$OD\parallel BE$，

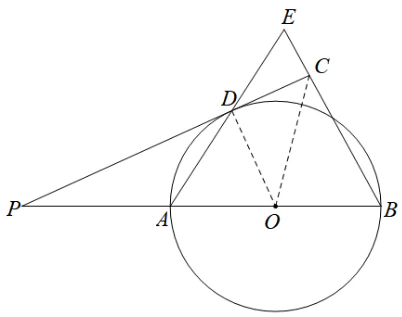
∵PD 切⊙O 于点 D，

∴$OD\perp PD$，

∴$BE\perp PC$；

【小问 2 详解】

解：如图，连接 OC，



∵$OD\parallel BE$，$\angle ABC=60^\circ$，

∴$\angle DOP=\angle ABC=60^\circ$，

∵$PD\perp OD$，

∴$\tan\angle DOP=\dfrac{DP}{OD}$，

∴$\dfrac{2\sqrt{3}}{OD}=\sqrt{3}$，

∴$OD=2$，

∴$OP=4$，

∴$PB=6$，

∴$\sin\angle ABC=\dfrac{PC}{PB}$，

∴$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{PC}{6}$，

∴$PC=3\sqrt{}$，

∴$DC=\sqrt{}$，

∴$DC^2+OD^2=OC^2$，

∴（$\sqrt{}$）$^2+2^2=OC^2$，

∴$OC=\sqrt{7}$．

【点睛】本题主要考查了切线的性质，等边三角形的判定和性质，解直角三角形，勾股定理等知识，熟练掌握切线的性质，等边三角形的判定和性质，解直角三角形，勾股定理等知识是解题的关键．

24. 【答案】（1）$y=x^2-2x-3$；（2）$\dfrac{5}{16}\le m<\dfrac{5}{4}$

【解析】

【分析】（1）根据待定系数法求得即可；

（2）由于 $BC\parallel x$ 轴，把 B、C 两点坐标代入 $y=mx^2$ 可计算出对应的 m 的值，然后根据抛物线 L：$y=mx^2$（$m\neq0$）与线段 BC 恰有一个公共点可确定 m 的范围．

【详解】（1）把 A（2，-3）和 B（4，5）分别代入 $y=x^2+bx+c$，

得：$\begin{cases}4+2b+c=-3\\16+4b+c=5\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=-2\\c=-3\end{cases}$，

∴抛物线的表达式为：$y=x^2-2x-3$．

（2）∵$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$．

∴对称轴为直线 $x=1$，

∵B（4，5），

∴B 点关于对称轴的对称点 C 点坐标为（-2，5），

当 L：$y=mx^2$ 过 C 点时，代入 C（-2，5），则 $m=\dfrac{5}{4}$，此时二次函数解析式为 $y=\dfrac{5}{4}x^2$，与直线 $y_{BC}=5$ 交点为（-2，5）（2，5），与线段 BC 有两个交点；

当 L：$y=mx^2$ 过 B 点时，代入 B（4，5），则 $m=\dfrac{5}{16}$，此时二次函数解析式为 $y=\dfrac{5}{16}x^2$，与直线 $y_{BC}=5$ 交点为（-4，5）（4，5），与线段 BC 只有一个交点；

所以 m 的取值范围为 $\dfrac{5}{16}\le m<\dfrac{5}{4}$．

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题

目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．一般地，当已知抛物线上三点时，常选择一般式，用待定系数法列三元一次方程组来求解；当已知抛物线的顶点或对称轴时，常设其解析式为顶点式来求解；当已知抛物线与 x 轴有两个交点时，可选择设其解析式为交点式来求解．也考查了二次函数的性质．

25. 【答案】（1）补全图形见解析

（2）证明见解析　　（3）$AE+BG=\sqrt{3}EG$，证明见解析

【解析】

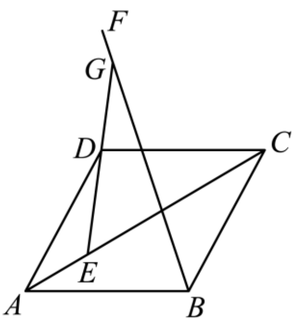
【分析】（1）根据题意可以补全图形即可；

（2）连接 BE，根据已知条件和图形可以证明 $\triangle GEB \cong \triangle CBE$，得到答案；

（3）由（2）得 $EC=BG$，　　　　，所以 $AE+BG=AE+EC=AC$，然后在等腰 $\triangle$　　中，利用等腰三角形的性质、含 $30°$ 的直角三角形性质和勾股定理即可得出 $AC=\sqrt{3}BC$，从而得出结论．

【小问 1 详解】

补全图形如图所示，



【小问 2 详解】

证明：如图，连接 BE，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AD \parallel BC$，　　　　　　，

$\therefore \angle DCB=60°$，

$\because AC$ 是菱形 $ABCD$ 的对角线，

$\therefore \angle DCA=\frac{1}{2}\angle DCB=30°$，

又　　　　　，$\angle EDC=100°$，

由菱形的对称性可知，$\angle EBC=100°$，$\angle BEC=50°$，

则 $\angle GEB=100°$，

$\therefore \angle GEB=\angle CBE$，

$\because \angle FBC=50°$，$\therefore \angle GBE=50°$，

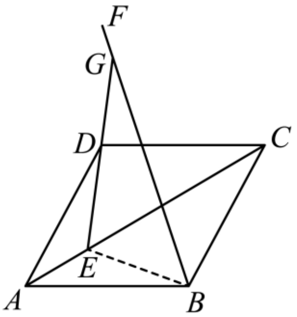
$\therefore \angle EBG=\angle BEC$，

在 $\triangle GEB$ 与 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases} \angle GEB = \angle CBE \\ BE = EB \\ \angle EBG = \angle BEC \end{cases},$$

$\therefore \triangle GEB \cong \triangle CBE(\text{ASA})$，

∴ ；



【小问 3 详解】

$AE + BG = \sqrt{3}EG$，

证明：由（2）得$\triangle GEB \cong \triangle CBE$，

$\therefore EC = BG$， ，

$\therefore AE + BG = AE + EC = AC$，

在△ 中，$BA = BC$，$\angle BAC = 30°$，

通过含$30°$的直角三角形性质和勾股定理易求得$AC = \sqrt{3}BC$，

$\therefore AE + BG = \sqrt{3}EG$.

【点睛】本题考查的是菱形的性质，根据题意证明三角形全等是解题的关键，解答时，要正确运用菱形对角线平分一组对角，灵活运用三角形全等的知识和等腰三角形的知识进行解答.

26. 【答案】(1) 点 R； (2) -2 或 3； (3) $3 \le m \le 5$ 或 $-5 \le m \le -3$.

【解析】

【分析】(1) 根据“等距点”的定义即可判断；

(2) 根据“等距点”的定义构建方程即可解决问题；

(3) 根据“等距点”的定义画出图形即可.

【详解】解：(1) 已知 ，点 ， ， ， 中，代入R、S、T，得3-(-2)=5，5-0=5，符合等距点；3-(-2)=5,1-(-2)=3，不符合等距点；1-(-4)=5，1-(-3)=4 不符合等距点；

∴符合等距点的是 R(3,5)

故答案为 R.

(2) ∵A、B、P 为等距点，∴横距=3=纵距，

①t＞1 时，t-0=1-（-2），解得 t=3

②0＜t＜1 时，纵距=1(舍去)

③t＜0 时，1-t=1-（-2），解得 t=-2，

故答案为-2 或 3.

（3）由 A(-2，0)，D(2，0)，圆心为   ，半径为 1，

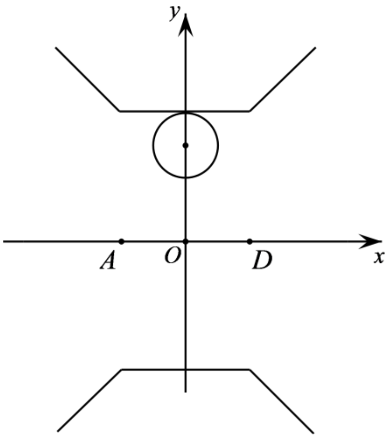
∴Q 点的横坐标的范围为：$-1\le m\le 1$，

∴Q 点的横坐标不是最大或最小，

∴横距=4，则纵距也等于 4，

即圆经过 y=4 或 y=-4 的直线，故$3\le m\le 5$或$-5\le m\le -3$

画出如图所示的图像.



【点睛】本题考查了“等距点”的定义，解题的关键是理解题意，注意分类讨论思想的应用.