

2022 北京北师大附中初三 10 月月考

数 学

一、选择（本题共 24 分，每题 3 分）

1. 下列方程中，是一元二次方程的是（ ）

- A. $2x^2 - 3 = 0$ B. $x^2 + y^2 = 5$ C. $\sqrt{x^2 - 4} = 5$ D. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$

2. 抛物线 $y = (x-1)^2 - 1$ 的顶点坐标是（ ）

- A. (1,1) B. (-1,1) C. (1,-1) D. (-1,-1)

3. 将抛物线 $y = 6x^2$ 先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位后，得到（ ）

- A. $y = 6(x+2)^2 + 3$ B. $y = 6(x+2)^2 - 3$
C. $y = 6(x-2)^2 + 3$ D. $y = 6(x-2)^2 - 3$

4. 方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的根的情况是（ ）

- A. 方程有两个不相等的实数根 B. 方程有两个相等的实数根
C. 方程没有实数根 D. 无法确定

5. 市政府为了解决市民看病难的问题，决定下调药品的价格. 某种药品经过连续两次降价后，由每盒 200 元下调至 162 元，设这种药品平均每次降价的百分率为 x ，则可列方程（ ）

- A. $200(1-x)^2 = 162$ B. $162(1-x)^2 = 200$
C. $200(1+x)^2 = 162$ D. $162(1+x)^2 = 200$

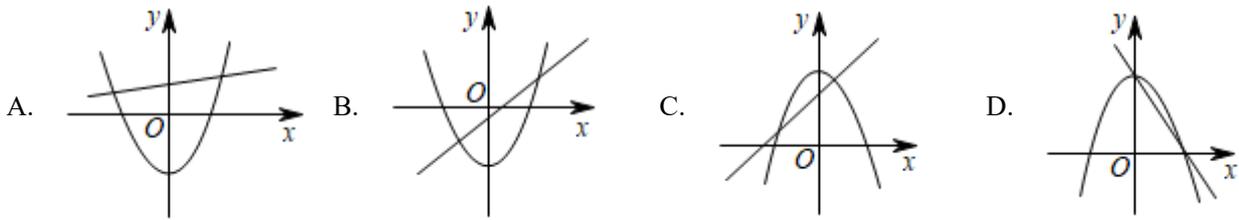
6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象是抛物线 G，自变量 x 与函数 y 的部分对应值如下表：

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	4	0	-2	-2	0	4	...

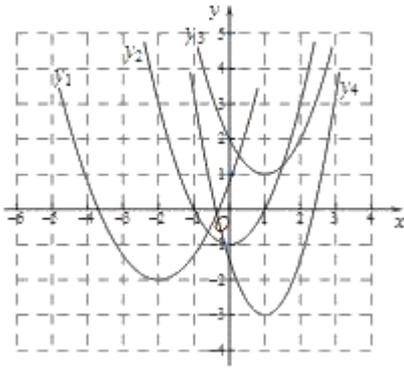
下列说法正确的是（ ）

- A. 抛物线 G 的开口向下
B. 抛物线 G 的对称轴是直线 $x = -2$
C. 抛物线 G 与 y 轴的交点坐标为(0, 4)
D. 当 $x > -3$ 时， y 随 x 增大而增大
7. 函数 $y = ax^2 - a$ 与 $y = ax - a$ ($a \neq 0$) 在同一坐标系中 图象可能是（ ）





8. 在平面直角坐标系 xOy 中，四条抛物线如图所示，其解析式中的二次项系数一定小于 1 的是 ()



- A. y_1 B. y_2 C. y_3 D. y_4

二、填空 (本题共 24 分，每题 3 分)

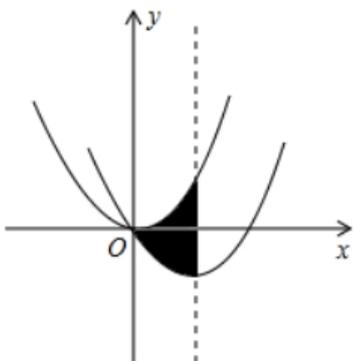
9. 抛物线 $y = x^2 - 5x + 2$ 与 y 轴的交点坐标是_____.

10. 若 $x=2$ 是一元二次方程 $x^2 + ax - 6 = 0$ 的一个根，则 $a =$ _____.

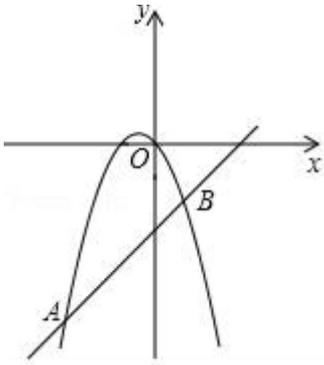
11. 若抛物线 $y = x^2 - 4x + m$ 与 x 轴有公共点，则 m 的取值范围为_____.

12. 如果 $x=1$ 是方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 的一个根，求 $(a-b)^2 + 4ab$ 的值_____.

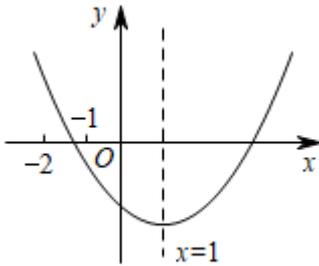
13. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ ，其对称轴与两段抛物线所围成的阴影部分的面积是_____.



14. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx$ 与直线 $y = mx + n$ 相交于点 $A(-3, -6)$ ， $B(1, -2)$ ，则关于 x 方程 $ax^2 + bx = mx + n$ 的解为_____.

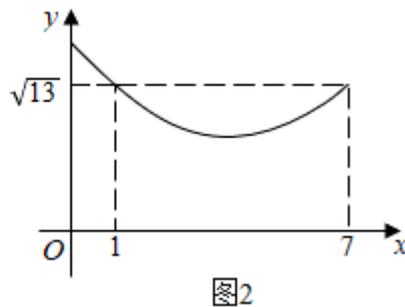
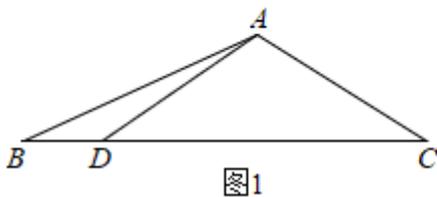


15. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 则下列结论, 其中正确的个数是_____个.



① $abc < 0$; ② $3a + c < 0$; ③ $b^2 - 4ac > 0$; ④ $16a + 4b + c > 0$.

16. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, D 是边 BC 上的动点. 设 B, D 两点之间的距离为 x , A, D 两点之间的距离为 y , 表示 y 与 x 的函数关系的图象如图 2 所示. 线段 AC 的长为_____, 线段 AB 的长为_____.



三、解答题 (本题共 52 分)

17. 解方程:

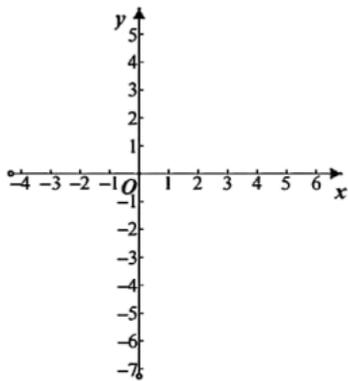
(1) $\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$;

(2) $x^2 - x = 0$;

(3) $x^2 + 2x - 1 = 0$;

(4) $2x^2 - x - 3 = 0$.

18. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.



- (1) 将其化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式_____;
- (2) 求抛物线的顶点坐标_____;
- (3) 求图象与 y 轴的交点坐标_____;
- (4) 求图象与 x 轴的交点坐标_____;
- (5) 画出函数图象;
- (6) 求顶点及图象与 x 轴两交点围成的三角形面积_____;
- (7) 当 $y > 0$ 时, x 取值范围是_____;
- (8) 当 $-1 < x < 4$ 时, y 的取值范围是_____.

19. 若 m 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的一个根, 求代数式 $m^3 + 2m^2 + 2022$ 的值.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$

- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
- (2) 若方程两个根的绝对值相等, 求此时 m 的值.

21. 某商店经销一种健身球, 已知这种健身球 成本价为每个 20 元, 市场调查发现, 该种健身球每天的销售量 y (个) 与销售单价 x (元) 有如下关系: $y = -2x + 80 (20 \leq x \leq 40)$, 设这种健身球每天的销售利润为 w 元.

- (1) 如果销售单价定为 25 元, 那么健身球每天的销售量是_____个;
- (2) 求 w 与 x 之间的函数关系式;
- (3) 该种健身球销售单价定为多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少元?

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2ax + b$ 的顶点在 x 轴上, 若 $P(x_1, m)$, $Q(x_2, m) (x_1 < x_2)$ 是此抛物线上的两点.

- (1) 若 $a=1$,
 - ①当 $m = b$ 时, 求 x_1, x_2 的值;
 - ②将抛物线沿 y 轴平移, 使得它与 x 轴的两个交点间的距离为 4, 求平移后抛物线的解析式;
- (2) 若存在实数 c , 使得 $x_1 \leq c - 1$, 且 $x_2 > c + 7$ 成立, 则 m 的取值范围是_____

参考答案

一、选择（本题共 24 分，每题 3 分）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义进行解答.

【详解】解：A、 $2x^2 - 3 = 0$ ，是一元二次方程，符合题意；

B、 $x^2 + y^2 = 5$ 不是方程，不符合题意；

C、 $\sqrt{x^2 - 4} = 5$ ，未知数 x 的最高次数不是 2 次，所以该方程不是一元二次方程，不符合题意；

D、 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4$ 不是整式方程，所以不是一元二次方程，不符合题意.

故选：A.

【点睛】本题考查了一元二次方程的概念. 只有一个未知数且未知数最高次数为 2 的整式方程叫做一元二次方程，一般形式是 $ax^2 + bx + c = 0$ （且 $a \neq 0$ ）. 特别要注意 $a \neq 0$ 的条件. 这是在做题过程中容易忽视的知识点.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】直接根据顶点式的特点写出顶点坐标.

【详解】 $\because y = (x - 1)^2 - 1$ 为抛物线的顶点式，

\therefore 根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为 $(1, -1)$ ；

故答案为：C.

【点睛】主要考查了求抛物线的顶点坐标，掌握抛物线顶点式的特点是解题的关键.

3. 【答案】A

【解析】

【分析】直接利用抛物线平移规律：“上加下减，左加右减”，进而得出平移后解析式.

【详解】解：抛物线 $y = 6x^2$ 向左平移 2 个单位. 再向上平移 3 个单位，

\therefore 平移后的抛物线解析式为 $y = 6(x + 2)^2 + 3$.

故选：A.

【点睛】本题考查了二次函数图象的平移变换，是基础题，掌握平移规律“左加右减，上加下减”是解题的关键.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】求出一元二次方程根的判别式的值，即可作出判断.

【详解】解：一元二次方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ ，



$$\because \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4 - 12 = -8 < 0,$$

\therefore 方程没有实数根.

故选: C.

【点睛】此题考查了根的判别式, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), 当 $b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程没有实数根; 当 $b^2 - 4ac = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根, 反之也成立.

5. 【答案】A

【解析】

【分析】根据题意直接列出方程即可.

【详解】解: 设这种药品平均每次降价的百分率为 x , 第一次降价后的价格为 $200(1-x)$; 第二次降价后的价格为 $200(1-x)(1-x)$,

$$\text{即 } 200(1-x)^2 = 162,$$

故选: A.

【点睛】题目主要考查一元二次方程的应用, 理解题意是解题关键.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】由表格信息, 及二次函数图象的对称性可得抛物线的对称轴, 及与 x 、 y 轴的交点, 继而判断抛物线的开口方向及增减性.

【详解】由表中数据可得, 抛物线与 y 轴交点为: $(0, 4)$, 故 C 正确;

x 轴的交点坐标为: $(-4, 0), (-1, 0)$, 因此可得抛物线的对称轴为 $x = -2.5$, 故 B 错误;

由上可知, 抛物线开口向上, 故 A 错误;

当 $x > -2.5$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x < -2.5$ 时, y 随 x 的增大而减小, 故 D 错误,

故选: C.

【点睛】本题考查二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征等知识, 是重要考点, 难度较易, 掌握相关知识是解题关键.

7. 【答案】D

【解析】

【分析】根据一次函数和二次函数图象与系数的关系解答.

【详解】解: $y = ax^2 - a$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = -a$;

$y = ax - a$ ($a \neq 0$) 中, 当 $x = 0$ 时, $y = -a$;

\therefore 两个函数同时经过点 $(0, -a)$, 即与 y 轴的交点为同一个点,

\therefore 由选项得只有 D 选项符合题意

故选: D.



【点睛】本题考查一次函数和二次函数的综合应用，熟练掌握一次函数和二次函数图象与系数的关系是解题关键。

8. 【答案】A

【解析】

【分析】由图象的点的坐标，根据待定系数法求得解析式即可判定。

【详解】由图象可知：

抛物线 y_1 的顶点为 $(-2, -2)$ ，与 y 轴的交点为 $(0, 1)$ ，根据待定系数法求得 $y_1 = \frac{3}{4}(x+2)^2 - 2$ ；

抛物线 y_2 的顶点为 $(0, -1)$ ，与 x 轴的一个交点为 $(1, 0)$ ，根据待定系数法求得 $y_2 = x^2 - 1$ ；

抛物线 y_3 的顶点为 $(1, 1)$ ，与 y 轴的交点为 $(0, 2)$ ，根据待定系数法求得 $y_3 = (x-1)^2 + 1$ ；

抛物线 y_4 的顶点为 $(1, -3)$ ，与 y 轴的交点为 $(0, -1)$ ，根据待定系数法求得 $y_4 = 2(x-1)^2 - 3$ ；

综上，解析式中的二次项系数一定小于1的是 y_1

故选A.

【点睛】

本题考查了二次函数的图象，二次函数的性质以及待定系数法求二次函数的解析式，根据点的坐标求得解析式是解题的关键。

二、填空（本题共 24 分，每题 3 分）

9. 【答案】 $(0, 2)$

【解析】

【分析】把 $x=0$ 代入抛物线 $y = x^2 - 5x + 2$ ，即得抛物线 $y = x^2 - 5x + 2$ 与 y 轴的交点坐标。

【详解】解：由题意得，当 $x=0$ 时，抛物线 $y = x^2 - 5x + 2$ 与 y 轴相交，

把 $x=0$ 代入 $y = x^2 - 5x + 2$ ，得 $y=2$ ，

∴抛物线 $y = x^2 - 5x + 2$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 2)$ ，

故答案为： $(0, 2)$ 。

【点睛】本题考查了二次函数，求抛物线与 y 轴的交点坐标，令 $x=0$ 代入抛物线是解题的关键。

10. 【答案】1

【解析】

【分析】把 $x=2$ 代入一元二次方程 $x^2 + ax - 6 = 0$ 即可解题。

【详解】解：把 $x=2$ 代入一元二次方程 $x^2 + ax - 6 = 0$ 得，

$$4 + 2a - 6 = 0$$

解得 $a=1$ ，

故答案为：1.

【点睛】本题考查一元二次方程的解，解一元一次方程等知识，是基础考点，掌握相关知识是解题关键。

11. 【答案】 $m \leq 4$



北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

【解析】

【分析】抛物线 $y = x^2 - 4x + m$ 与 x 轴有公共点，也就是方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有实数根，根据根的判别式列式求解即可。

详解】∵ 抛物线 $y = x^2 - 4x + m$ 与 x 轴有公共点，

∴ 方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有实数根，

∴ $\Delta = 16 - 4m \geq 0$ ，

∴ $m \leq 4$ 。

故答案为 $m \leq 4$ 。

【点睛】本题考查了抛物线与 x 轴的交点与一元二次方程根的关系；熟记抛物线与 x 轴的交点个数和一元二次方程根的关系是解决问题的关键。当二次函数与 x 轴有一个交点时，则对应的一元二次方程有两个相等的实数根；当二次函数与 x 轴有两个交点时，则对应的一元二次方程有两个不相等的实数根；当二次函数与 x 轴没有交点时，则对应的一元二次方程没有实数根。

12. 【答案】9

【解析】

【分析】首先将已知方程的根代入方程求得 a 、 b 的和，然后将代数式化简求值即可。

【详解】解：∵ $x = 1$ 是方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 的一个根，

∴ $a + b = -3$ ，

∴ $(a - b)^2 + 4ab = (a + b)^2 = (-3)^2 = 9$ ，

故答案为 9。

【点睛】此题考查一元二次方程的解及求代数式的值，解题关键在于求得 a 、 b 的和。

13. 【答案】4

【解析】

【分析】确定出抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ 的顶点坐标，然后求出抛物线的对称轴与原抛物线的交点坐标，从而判断出阴影部分的面积等于三角形的面积，再根据三角形的面积公式列式计算即可得解。

【详解】∵ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 2$ ，

∴ 平移后抛物线的顶点坐标为 $(2, -2)$ ，对称轴为直线 $x = 2$ ，

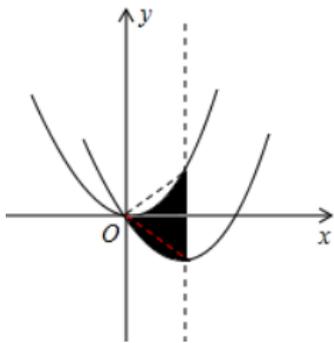
当 $x = 2$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$ ，

∴ 平移后阴影部分的面积等于如图三角形的面积，

$\frac{1}{2} \times (2 + 2) \times 2 = 4$ ，

故填：4。





【点睛】本题考查了二次函数图象与几何变换，确定出与阴影部分面积相等的三角形是解题的关键。

14. 【答案】 $x_1 = -3, x_2 = 1$

【解析】

【分析】关于 x 的方程 $ax^2+bx=mx+n$ 的解为抛物线 $y=ax^2+bx$ 与直线 $y=mx+n$ 交点的横坐标，由此即可得到答案。

【详解】∵ 抛物线 $y=ax^2+bx$ 与直线 $y=mx+n$ 相交于点 $A(-3, -6), B(1, -2)$ ，∴ 关于 x 的方程 $ax^2+bx=mx+n$ 的解为 $x_1 = -3, x_2 = 1$ 。

故答案为 $x_1 = -3, x_2 = 1$ 。

【点睛】本题考查了抛物线与直线的交点问题：把求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标问题转化解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标。也考查了二次函数的性质。

15. 【答案】②③④

【解析】

【分析】根据函数图象得出 $a > 0, c < 0, x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，然后结合函数图象依次判断即可得出结果。

【详解】解：根据函数图象得，

∵ 开口向上，

∴ $a > 0$ ，

∵ 与 y 轴的交点在负半轴，

∴ $c < 0$ ，

∵ 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，

∴ $b = -2a < 0$ ，

∴ $abc > 0$ ，故①错误，不符合题意；

由图象可得：当 $x = -1$ 时， $y < 0$ ，即 $a - b + c < 0$ ，

∴ $b = -2a$ ，

∴ $3a + c < 0$ ，故②正确，符合题意；

由函数图象得抛物线与坐标轴有两个交点，

∴ $b^2 - 4ac > 0$ ，故③正确，符合题意；

由图象得，抛物线与 x 轴的交点坐标在 -2 与 -1 之间，对称轴为 $x = 1$ ，

北京中考在线
微信号：BJ_zkao



另一个交点坐标在 3 与 4 之间，

∴当 $x=4$ 时， $y>0$ ，

即 $16a+4b+c>0$ ，故④正确，符合题意；

综上所述：②③④正确，

故答案为：②③④.

【点睛】题目主要考查二次函数基本性质及图象，根据图象得出二次函数的基本性质再结合图象进行判断是解题关键.

16. 【答案】 ① $\sqrt{13}$ ②. $2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】从图象看，当 $x=1$ 时， $y=\sqrt{13}$ ，即 $BD=1$ 时， $AD=\sqrt{13}$ ，当 $x=7$ 时， $y=\sqrt{13}$ ，即 $BD=7$ 时， $C、D$ 重合，此时 $y=AD=AC=\sqrt{13}$ ，则 $CD=6$ ，即当 $BD=1$ 时， $\triangle ADC$ 为以点 A 为顶点腰长为 $\sqrt{13}$ 的等腰三角形，进而求解.

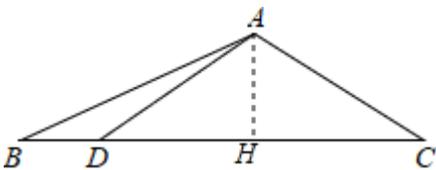
【详解】解：从图象看，当 $x=1$ 时， $y=\sqrt{13}$ ，

即 $BD=1$ 时， $AD=\sqrt{13}$ ，

当 $x=7$ 时， $y=\sqrt{13}$ ，即 $BD=7$ 时， $C、D$ 重合，

此时 $y=AD=AC=\sqrt{13}$ ，则 $CD=6$ ，

即当 $BD=1$ 时， $\triangle ADC$ 为以点 A 为顶点腰长为 $\sqrt{13}$ 的等腰三角形，如下图：



过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H ，

在 $Rt\triangle ACH$ 中， $AC=\sqrt{13}$ ， $CH=DH=\frac{1}{2}CD=3$ ，

则 $AH=\sqrt{AC^2-CH^2}=\sqrt{13-9}=2$ ，

在 $Rt\triangle ABH$ 中， $AB=\sqrt{AH^2+BH^2}=\sqrt{(1+3)^2+2^2}=2\sqrt{5}$ ，

故答案为： $\sqrt{13}$ ， $2\sqrt{5}$ 。

【点睛】本题考查的是动点问题的函数图象，解题的关键是：弄清楚不同时间段，图象和图形的对应关系，进而求解.

三、解答题（本题共 52 分）

17. 【答案】(1) $x_1=2$ ， $x_2=-2$

(2) $x_1=0$ ， $x_2=1$



$$(3) x_1 = -1 + \sqrt{2}, x_2 = -1 - \sqrt{2}$$

$$(4) x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -1$$

【解析】

【分析】(1) 将方程整理，然后运用直接开方法求解即可；

(2) 运用因式分解法求解方程即可；

(3) 运用公式法求解方程即可；

(4) 运用因式分解法解方程即可。

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2,$$

$$\therefore x_1 = 2, x_2 = -2;$$

【小问 2 详解】

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = 1;$$

【小问 3 详解】

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

其中 $a=1, b=2, c=-1,$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 1 \times (-1) = 8 > 0,$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2},$$

$$\therefore x_1 = -1 + \sqrt{2}, x_2 = -1 - \sqrt{2};$$

【小问 4 详解】

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$(2x-3)(x+1) = 0,$$

$$\therefore x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -1.$$

【点睛】题目主要考查解一元二次方程，熟练掌握直接开方法、因式分解法及公式法是解题关键。

18. 【答案】(1) $y = (x-1)^2 - 4$

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



- (2) $(1, -4)$
 (3) $(0, -3)$
 (4) $(3, 0), (-1, 0)$
 (5) 见解析 (6) 8
 (7) $x < -1$ 或 $x > 3$
 (8) $-4 < y < 5$

【解析】

【分析】(1) 将二次函数直接化为顶点式即可；

- (2) 由(1)中顶点式即可确定顶点坐标；
 (3) 令 $x=0$ 得出 y 的值即可确定与 y 轴的交点坐标；
 (4) 令 $y=0$ ，求解一元二次方程即可确定与 x 轴的交点坐标；
 (5) 由得出关键点在坐标系中描出，然后用光滑的曲线连接即可；
 (6) 根据图象得出 $DE = 4$ ，然后利用三角形面积公式求解即可；
 (7) 直接根据函数图象即可得出结果；
 (8) 先求出 $x=4$ 时的函数值，然后根据函数图象即可得出结果。

【小问 1 详解】

解： $y = x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x + 1 - 4 = (x - 1)^2 - 4$ ，

$\therefore y = (x - 1)^2 - 4$ ，

故答案为： $y = (x - 1)^2 - 4$ ；

【小问 2 详解】

由(1)得抛物线的顶点坐标为 $(1, -4)$ ，

故答案为： $(1, -4)$

【小问 3 详解】

当 $x=0$ 时， $y = -3$ ，

\therefore 图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, -3)$ ，

故答案为： $(0, -3)$ ；

【小问 4 详解】

当 $y=0$ 时，

$x^2 - 2x - 3 = 0$ ，

解得： $x_1 = 3$ ， $x_2 = -1$ ，

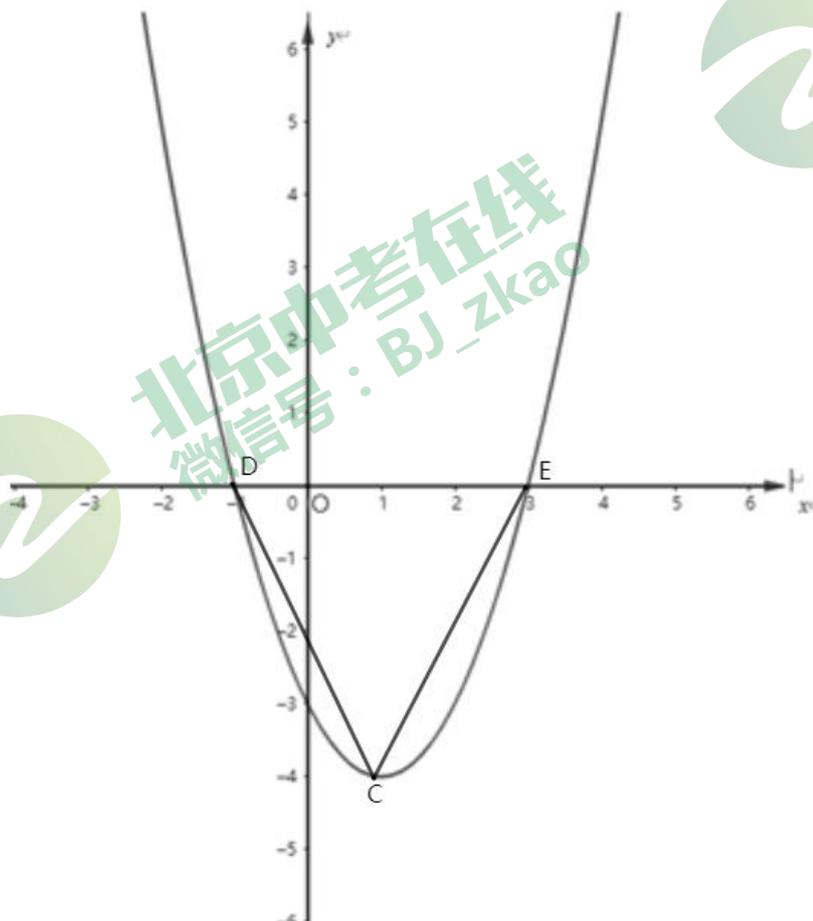


∴ 图象与 x 轴的交点坐标为 $(3,0)$, $(-1,0)$,

故答案为: $(3,0)$, $(-1,0)$;

【小问 5 详解】

函数图象如图所示:



【小问 6 详解】

设图象与 x 轴的交点坐标分别为 D 、 E , 顶点坐标为点 C ,

$$\therefore DE = 4,$$

∴ 顶点及图象与 x 轴两交点围成的三角形为 $\triangle CDE$,

$$\text{面积为: } \frac{1}{2} DE \times |y_C| = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8,$$

故答案为: 8;

【小问 7 详解】

结合函数图象得: 当 $y > 0$ 时, $x < -1$ 或 $x > 3$,

故答案为: $x < -1$ 或 $x > 3$;

【小问 8 详解】

$$\text{当 } x=4 \text{ 时, } y=(4-1)^2-4=5,$$

$$\text{当 } -1 < x < 4 \text{ 时, } -4 < y < 5,$$

故答案为： $-4 < y < 5$.

【点睛】题目主要考查二次函数的基本性质及图象，利用图象求不等式的解集等，理解题意，熟练掌握二次函数的性质是解题关键.

19. 【答案】 2023

【解析】

【分析】根据 m 是方程 $x^2+x-1=0$ 的一个根，可得 $m^2+m=1$ ，然后将 m^3+2m^2+2022 变形代入计算即可.

【详解】解：根据题意，得 $m^2+m-1=0$ ，则 $m^2+m=1$ ，

即 $m(m+1)=1$ ，

则 m^3+2m^2+2022

$=m(m^2+m+m)+2022$

$=m(m+1)+2022$

$=m^2+m+2022$

$=1+2022$

$=2023$.

【点睛】本题考查一元二次方程的根及整式的化简求值，根据题意适当变形是解本题的关键.

20. 【答案】 (1) 见解析； (2) -3 或 -1

【解析】

【分析】(1) 先求出判别式 Δ 的值，再对“ Δ ”利用完全平方公式变形即可证明；

(2) 根据求根公式得出 $x_1=m+2$ ， $x_2=1$ ，再由方程两个根的绝对值相等即可求出 m 的值.

【详解】解：(1) $\because \Delta = (m+3)^2 - 4(m+2) = (m+1)^2 \geq 0$ ，

\therefore 方程总有两个实数根；

(2) $\because x = \frac{(m+3) \pm \sqrt{(m+1)^2}}{2}$ ，

$\therefore x_1 = m+2$ ， $x_2 = 1$.

\because 方程两个根的绝对值相等，

$\therefore m+2 = \pm 1$.

$\therefore m = -3$ 或 -1 .

【点睛】本题考查的是根的判别式及解一元二次方程，在解答 (2) 时得到方程的两个根是解题的关键.

21. 【答案】 (1) 30 (2) $w = -2x^2 + 120x - 1600$

(3) 该种健身球销售单价定为 30 元时，每天的销售利润最大，最大利润是 200 元

【解析】

【分析】(1) 将销售单价 25 元代入 $y = -2x + 80$ 即可得答案；



(2) 根据总利润=单价×销售量, 列出 w 与 x 、 y 的函数关系式, 再将 $y=-2x+80$ 代入即可;

(3) 将二次函数配方成顶点式, 即可解题.

【小问 1 详解】

解: 将销售单价 $x=25$ 代入 $y=-2x+80$, 得 $y=-2 \times 25+80=30$,

\therefore 如果销售单价定为 25 元, 那么健身球每天的销售量是 30 个;

【小问 2 详解】

$$w=y(x-20)$$

$$=(x-20)(-2x+80)$$

$$=-2x^2+120x-1600,$$

$\therefore w$ 与 x 的函数关系式为: $w=-2x^2+120x-1600$;

【小问 3 详解】

$$w=-2x^2+120x-1600=-2(x-30)^2+200,$$

$$\because -2 < 0,$$

\therefore 当 $x=30$ 时, w 有最大值, w 最大值为 200,

\therefore 销售单价定为 30 元时, 每天销售利润最大, 最大销售利润 200 元.

【点睛】 本题考查了二次函数的应用, 解题的关键是理解题意, 找到题目蕴含的相等关系, 并据此得出函数解析式及二次函数的性质.

22. (2) $m > 16$

【解析】

【分析】 (1) 由抛物线顶点在 x 轴上, 即可得出 $b=a^2$, 当 $a=1$ 时, $b=1$, 由此可得出抛物线的解析式为 $y=x^2-2x+1$. ①由 $m=b=1$, 可得出关于 x 的一元二次方程, 解之即可得出 x_1 、 x_2 的值; ②设平移后的抛物线为 $y=(x-1)^2+k$, 由平移后的抛物线与 x 轴的两个交点的距离为 4, 可得出 $(3, 0)$ 是平移后的抛物线与 x 轴的一个交点, 将其代入 $y=(x-1)^2+k$ 即可求出结论;

(2) 解 $x^2-2ax+a^2=m$ 可得出 $PQ=2\sqrt{m}$, 由 x_1 、 x_2 的范围可得出关于 m 的不等式, 解之即可得出 m 的取值范围.

【小问 1 详解】

解: \because 抛物线 $y=x^2-2ax+b$ 的顶点在 x 轴上,

$$\therefore \frac{4b-(-2a)^2}{4}=0,$$

$$\therefore b=a^2.$$

$$\because a=1,$$

$$\therefore b=1,$$



∴ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x + 1$.

① ∵ $m = b = 1$,

∴ $x^2 - 2x + 1 = 1$,

解得: $x_1 = 0, x_2 = 2$.

② 设平移后的抛物线为 $y = (x - 1)^2 + k$.

∵ 抛物线的对称轴是直线 $x = 1$, 平移后与 x 轴的两个交点之间的距离是 4,

∴ $(3, 0)$ 是平移后的抛物线与 x 轴的一个交点,

∴ $(3 - 1)^2 + k = 0$, 即 $k = -4$,

∴ 平移后的抛物线方程为 $y = (x - 1)^2 - 4$;

【小问 2 详解】

解: ∵ $x^2 - 2ax + a^2 = m$,

解得: $x_1 = a - \sqrt{m}, x_2 = a + \sqrt{m}$,

∴ $PQ = 2\sqrt{m}$.

又 ∵ $x_1 \leq c - 1, x_2 > c + 7$,

∴ $2\sqrt{m} > (c + 7) - (c - 1) = 8$,

∴ $m > 16$.

故答案为 $m > 16$.

【点睛】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点、二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征以及二次函数图象与几何变换, 解题的关键是: (1) ① 通过解一元二次方程求出 x_1, x_2 的值; ② 利用二次函数图象上点的坐标特征求出 k 值; (2) 通过解方程求出 $PQ = 2\sqrt{m}$.

