

通州区 2018 年初三第一次模拟考试

数学试卷

2018年5月

学校_____班级_____姓名_____

考生须知

- 本试卷共8页，共三道大题，28个小题，满分100分。考试时间为120分钟。
- 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级和姓名。
- 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
- 在答题卡上，选择题和画图用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
- 考试结束将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（共8小题，每小题2分，共16分。第1—8题均有四个选项，符合题意的选项只有
一个）

1. 右图是我国南海地区图，图中的点分别代表三亚市，永兴岛，黄岩岛，
渚碧礁，弹丸礁和曾母暗沙。该地区图上两个点之间距离最短的是

- A. 三亚——永兴岛
- B. 永兴岛——黄岩岛
- C. 黄岩岛——弹丸礁
- D. 渚碧礁——曾母暗沙



2. 通州区大运河森林公园占地面積10700亩，是北京规模最大的滨河
森林公园。将10700用科学记数法表示为

- A. 10.7×10^4
- B. 1.07×10^5
- C. 1.7×10^4
- D. 1.07×10^4



3. 下列是我国四座城市的地铁标志图，其中是中心对称图形的是



北京

A



上海

B



天津

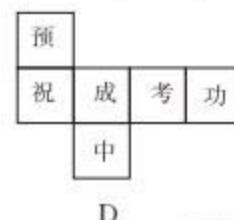
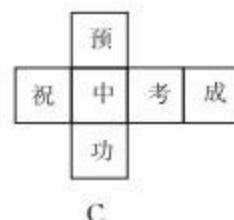
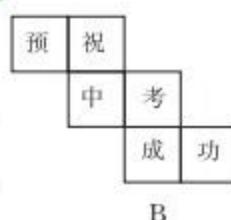
C



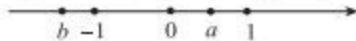
台北

D

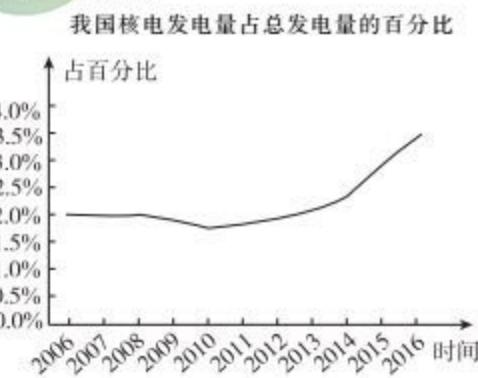
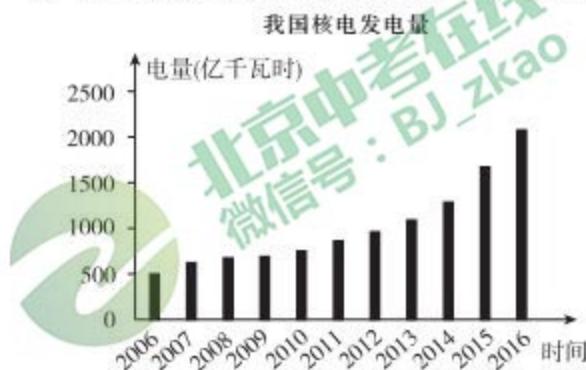
4. 妈妈为女儿做了一个正方体礼品盒（如右图），六个面上各有一个字，连起来就是“预祝中考成功”，其中“祝”的对面是“考”，“成”的对面是“功”，则它的平面展开图可能是



5. 实数 a, b 在数轴上的点的位置如图所示, 则下列不等关系正确的是



- A. $a+b > 0$ B. $a-b < 0$ C. $\frac{a}{b} < 0$ D. $a^2 > b^2$
6. 下列关于统计与概率的知识说法正确的是
- A. 武大靖在 2018 年平昌冬奥会短道速滑 500 米项目上获得金牌是必然事件
 B. 检测 100 只灯泡的质量情况适宜采用抽样调查
 C. 了解北京市人均月收入的大致情况, 适宜采用全面普查
 D. 甲组数据的方差是 0.16, 乙组数据的方差是 0.24, 说明甲组数据的平均数大于乙组数据的平均数
7. 下面的统计图反映了我国最近十年间核电发电量的增长情况.



根据统计图提供的信息, 下列推断合理的是

- A. 2011 年我国的核电发电量占总发电量的比值约为 1.5%
 B. 2006 年我国的总发电量约为 25 000 亿千瓦时
 C. 2013 年我国的核电发电量占总发电量的比值是 2006 年的 2 倍
 D. 我国的核电发电量从 2008 年开始突破 1000 亿千瓦时
8. 如图 1, 点 O 为正六边形对角线的交点, 机器人置于该正六边形的某顶点处, 柱柱同学操控机器人以每秒 1 个单位长度的速度在图 1 中给出的线段路径上运行, 柱柱同学将机器人运行时间设为 t 秒, 机器人到点 A 的距离设为 y , 得到函数图象如图 2. 通过观察函数图象, 可以得到下列推断:

- ①该正六边形的边长为 1;
 ②当 $t=3$ 时, 机器人一定位于点 O ;
 ③机器人一定经过点 D ;
 ④机器人一定经过点 E .

其中正确的有



图 1

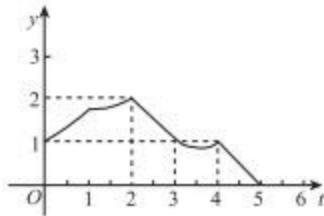


图 2

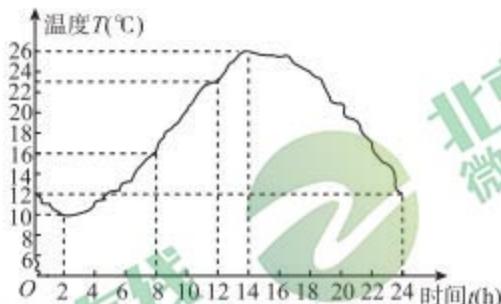
- A. ①④ B. ①③ C. ①②③ D. ②③④



二、填空题(共 8 小题,每小题 2 分,共 16 分)

9. 请你写出一个位于平面直角坐标系中第二象限内的点的坐标 _____.

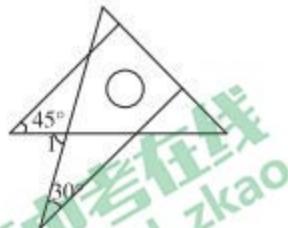
10. 如图是我区某一天内的气温变化图,结合该图给出的信息写出一个正确的结论: _____.



11. 已知 a, b 为两个连续的整数,且 $a < \sqrt{5} < b$,则 $b^a =$ _____.

12.《九章算术》是中国传统数学最重要的著作,奠定了中国传统数学的基本框架,其中方程术是重要的数学成就.书中有一个方程问题:今有醇酒一斗,直钱五十;行酒一斗,直钱一十.今将钱三十,得酒二斗.问醇、行酒各得几何?意思是:今有美酒一斗的价格是 50 钱;普通酒一斗的价格是 10 钱.现在买两种酒 2 斗共付 30 钱,问买美酒、普通酒各多少?设买美酒 x 斗,买普通酒 y 斗,则可列方程组为 _____.

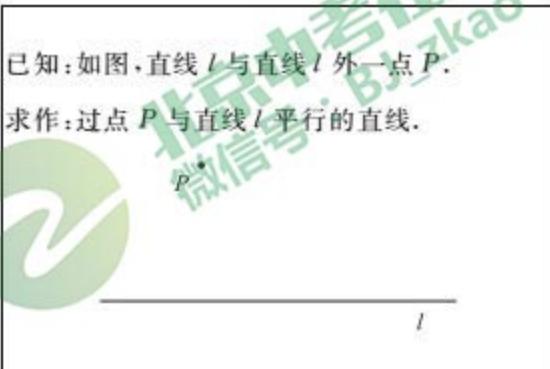
13. 将一副直角三角板如图放置,使含 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板一条直角边在同一条直线上,则 $\angle 1$ 的度数为 _____.



14. 已知 $a^2 + 1 = 3a$,则代数式 $a + \frac{1}{a}$ 的值为 _____.

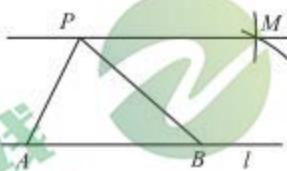
15. 完全相同的 3 个小球上面分别标有数 $-2, -1, 1$.将其放入一个不透明的盒子中后摇匀,再从中随机摸球两次(第一次摸出球后放回摇匀),两次摸到的球上数之和是负数的概率是 _____.

16. 尺规作图:过直线外一点作已知直线的平行线.



作法如下：

- (1) 在直线 l 上任取两点 A, B , 连接 AP, BP ;
- (2) 以点 B 为圆心, AP 长为半径作弧; 以点 P 为圆心, AB 长为半径作弧; 如图所示, 两弧相交于点 M ;
- (3) 过点 P, M 作直线;
- (4) 直线 PM 即为所求.



请回答: PM 平行于 l 的依据是 _____.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17—25 题每题 5 分, 26 题 7 分, 27、28 题每题 8 分)

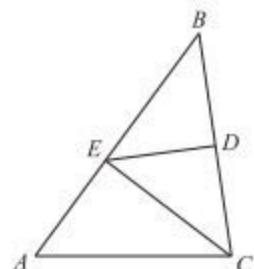
17. 计算: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3} + \sqrt{2}\right)^0 - \sqrt{27} - 2\cos 30^\circ$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-2) \geqslant x-1, \\ \frac{x}{3} \leqslant x+1, \end{cases}$ 并把它的解集表示在数轴上.



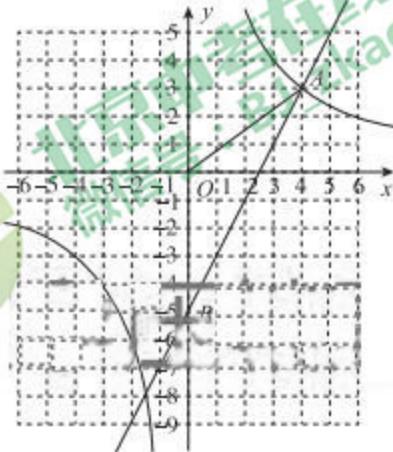
19. 已知如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ$, 点 D 是 BC 边的中点, $DE \perp BC$ 于点 D , 交 AB 于点 E , 连接 CE .

- (1) 求 $\angle AEC$ 的度数;
- (2) 请你判断 AE, BE, AC 三条线段之间的等量关系, 并证明你的结论.



20. 如图,一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象交于点 $A(4,3)$,与 y 轴的负半轴交于点 B ,连接 OA ,且 $OA=OB$.

- (1)求一次函数和反比例函数的表达式;
- (2)过点 $P(k,0)$ 作平行于 y 轴的直线,交一次函数 $y=2x+n$ 于点 M ,交反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象于点 N .若 $NM=NP$,求 n 的值.

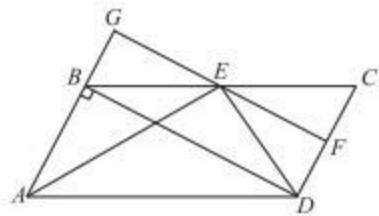


21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m-1)x-(2m+3)=0$.

- (1)求证:方程总有两个不相等的实数根;
- (2)写出一个 m 的值,并求此时方程的根.

22. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, $DB \perp AB$, 点 E 是 BC 边的中点,过点 E 作 $EF \perp CD$,垂足为 F ,交 AB 的延长线于点 G .

- (1)求证:四边形 $BDFG$ 是矩形;
- (2)若 AE 平分 $\angle BAD$,求 $\tan \angle BAE$ 的值.



23. 体育教师为了解本校九年级女生1分钟“仰卧起坐”体育测试项目的达标情况,从该校九年级136名女生中,随机抽取了20名女生,进行了1分钟仰卧起坐测试,获取数据如下:
收集数据: 抽取20名女生的1分钟仰卧起坐测试成绩(个)如下:

38 46 42 52 55 43 59 46 25 38
35 45 51 48 57 49 47 53 58 49

(1) 整理、描述数据: 请你按如下分组整理、描述样本数据, 把下列表格补充完整:

范围	$25 \leqslant x \leqslant 29$	$30 \leqslant x \leqslant 34$	$35 \leqslant x \leqslant 39$	$40 \leqslant x \leqslant 44$	$45 \leqslant x \leqslant 49$	$50 \leqslant x \leqslant 54$	$55 \leqslant x \leqslant 59$
人数							

(说明: 每分钟仰卧起坐个数达到49个及以上时在中考体育测试中可以得到满分)

(2) 分析数据: 样本数据的平均数、中位数、满分率如下表所示:

平均数	中位数	满分率
46.8	47.5	45%

得出结论: ①估计该校九年级女生在中考体育测试中1分钟“仰卧起坐”项目可以得到满分的人数为_____;

②该中学所在区县的九年级女生的1分钟“仰卧起坐”总体测试成绩如下:

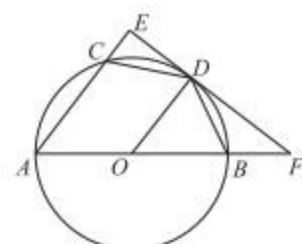
平均数	中位数	满分率
45.3	49	51.2%

请你结合该校样本测试成绩和该区县的总体测试成绩, 为该校九年级女生的1分钟“仰卧起坐”达标情况做一下评估, 并提出相应建议.

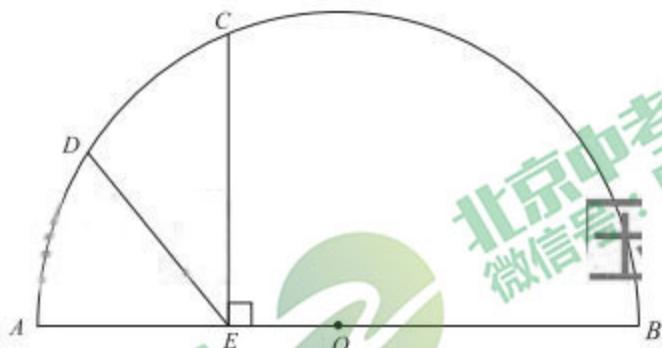
24. 如图, 已知AB为 $\odot O$ 的直径, AC是 $\odot O$ 的弦, D是弧BC的中点, 过点D作 $\odot O$ 的切线, 分别交AC, AB的延长线于点E和点F, 连接CD, BD.

(1) 求证: $\angle A = 2\angle BDF$;

(2) 若 $AC=3$, $AB=5$, 求CE的长.



25. 如图,AB为半圆O的直径,半径的长为4 cm,点C为半圆上一动点,过点C作 $CE \perp AB$,垂足为点E,点D为弧AC的中点,连接DE. 如果 $DE=2OE$,求线段AE的长.



小何根据学习函数的经验,将此问题转化为函数问题解决.

小何假设AE的长度为x cm,线段DE的长度为y cm.

(当点C与点A重合时,AE长度为0 cm),对函数y随自变量x的变化而变化的规律进行探究.

下面是小何的探究过程,请补充完整:(说明:相关数据保留一位小数)

(1)通过取点、画图、测量,得到了x与y的几组值,如下表:

x/cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y/cm	0	1.6	2.5	3.3	4.0	4.7		5.8	5.7

当 $x=6$ cm时,请你在上图中并用直尺完成作图,并使用刻度尺测量出此时线段DE的长度,填写在表格空白处;

(2)建立平面直角坐标系,描出补全后的表中各组对应值为坐标的点,画出该函数的图象:



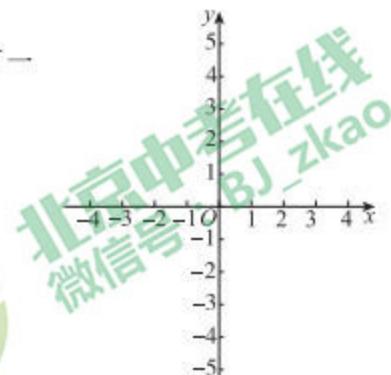
(3)结合画出的函数图象解决问题:当 $DE=2OE$ 时,AE的长度约为_____cm.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 C 是二次函数 $y=mx^2+4mx+4m+1$ 的图象的顶点, 一次函数 $y=x+4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B .

(1) 请你求出点 A, B, C 的坐标;

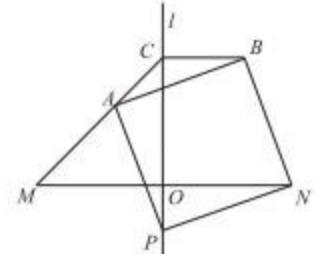
(2) 若二次函数 $y=mx^2+4mx+4m+1$ 与线段 AB 恰有一个公共点, 求 m 的取值范围.



27. 如图, 直线 l 是线段 MN 的垂直平分线, 交线段 MN 于点 O , 在 MN 下方的直线 l 上取一点 P , 连接 PN , 以线段 PN 为边, 在 PN 上方作正方形 $NPAB$. 射线 MA 交直线 l 于点 C , 连接 BC .

(1) 设 $\angle ONP=\alpha$, 求 $\angle AMN$ 的度数;

(2) 写出线段 AM, BC 之间的等量关系, 并证明.

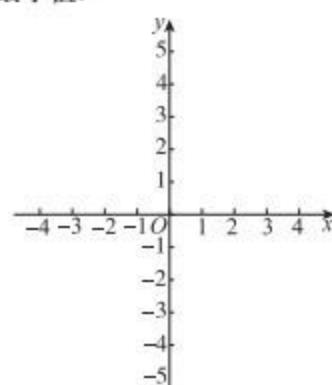
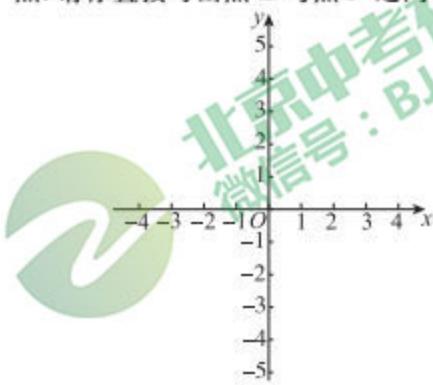


28. 在平面直角坐标系 xOy 中有不重合的两个点 $Q(x_1, y_1)$ 与 $P(x_2, y_2)$. 若 Q, P 为某个直角三角形的两个锐角顶点, 且该直角三角形的直角边均与 x 轴或 y 轴平行(或重合), 则我们将该直角三角形的两条直角边的边长之和称为点 Q 与点 P 之间的“直距”, 记做 D_{PQ} . 特别地, 当 PQ 与某条坐标轴平行(或重合)时, 线段 PQ 的长即为点 Q 与点 P 之间的“直距”. 例如在右图中, 点 $P(1, 1)$, 点 $Q(3, 2)$, 此时点 Q 与点 P 之间的“直距” $D_{PQ}=3$.

(1) ① 已知 O 为坐标原点, 点 $A(2, -1)$, $B(-2, 0)$, 则 $D_{AO}= \underline{\hspace{2cm}}$, $D_{BO}= \underline{\hspace{2cm}}$;

② 点 C 在直线 $y=-x+3$ 上, 请你求出 D_{CO} 的最小值;

(2) 点 E 是以原点 O 为圆心, 1 为半径的圆上的一个动点, 点 F 是直线 $y=2x+4$ 上一动点. 请你直接写出点 E 与点 F 之间“直距” D_{EF} 的最小值.



通州区 2018 年初三第一次模拟考试

数学试卷参考答案及评分标准

2018 年 5 月

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

1	2	3	4	5	6	7	8
A	D	D	D	C	B	B	C

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. $(-2,1)$ (答案不唯一)

10. 这一天的最高气温约是 26°C (答案不唯一,说法正确即可)

11. 9

12. $\begin{cases} x+y=2 \\ 50x+10y=30 \end{cases}$

13. 75°

14. 3

15. $\frac{2}{3}$

16. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形;平行四边形对边平行;两点确定一条直线.

(参照给分,答对两条正确的依据就给满分)

三、解答题(本题共 68 分,第 17~25 题每题 5 分,26 题 7 分,27、28 题每题 8 分)

17. 解:原式 $= 3 + 1 - 3\sqrt{3} - \sqrt{3}$ (4 分)
 $= 4 - 4\sqrt{3}$ (5 分)

18. 解: $\begin{cases} 2(x-2) \geqslant x-1, ① \\ \frac{x}{3} \leqslant x+1, ② \end{cases}$

解不等式①,得 $x \geqslant 3$, (1 分)

解不等式②,得 $x \leqslant \frac{3}{2}$, (2 分)

\therefore 该不等式组的解集为 $x \geqslant 3$ (3 分)

该不等式组的解集在数轴上表示如图:



19. 解:(1) \because 点 D 是 BC 边中点, $DE \perp BC$,

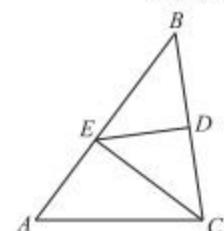
$\therefore DE$ 是 BC 的垂直平分线.

$\therefore EB = EC$ (1 分)

$\therefore \angle B = \angle BCE$ (2 分)

$\because \angle B = 45^{\circ}$,

$\therefore \angle AEC = 90^{\circ}$ (3 分)



证明:(2) ∵ $\angle AEC = 90^\circ$,

∴ △AEC 是直角三角形.

∴ 由勾股定理, 得 $AE^2 + EC^2 = AC^2$ (4 分)

∵ ED 垂直平分 BC,

∴ EB = EC.

∴ $AE^2 + EB^2 = AC^2$ (5 分)

20. 解:(1) ∵ 点 A 的坐标为(4, 3),

∴ OA = 5.

∵ OA = OB,

∴ OB = 5.

∵ 点 B 在 y 轴的负半轴上,

∴ 点 B 的坐标为(0, -5). (1 分)

将点 A(4, 3)带入反比例函数表达式 $y = \frac{a}{x}$ 中,

∴ 反比例函数的表达式为 $y = \frac{12}{x}$ (2 分)

将点 A(4, 3), B(0, -5)带入 $y = kx + b$ 中, 得 $k = 2, b = -5$.

∴ 一次函数 $y = kx + b$ 的表达式为 $y = 2x - 5$ (3 分)

(2) 由(1)知, $k = 2$, 则点 N 的坐标为(2, 6),

∴ NP = NM,

∴ $M_1(2, 0), M_2(2, 12)$, 分别代入 $y = 2x + n$ 中,

得 $n = -4$ 或 $n = 8$ (5 分)

21. 解:(1) $\Delta = (m-1)^2 + 4 \times (2m+3) = m^2 + 6m + 13 = (m+3)^2 + 4$ (1 分)

∴ $(m+3)^2 + 4 > 0$, (3 分)

∴ 方程总有两个不相等的实数根. (4 分)

(2) 当 $m = -3$ 时, 方程的两个实数根为 $x_1 = 1, x_2 = 3$. (答案不唯一) (5 分)

22. 证明:(1) ∵ $BD \perp AB, EF \perp CD$,

∴ $\angle ABD = 90^\circ, \angle EFD = 90^\circ$.

根据题意, 在 $\square ABCD$ 中, $AB \parallel CD$,

∴ $\angle BDC = \angle ABD = 90^\circ$.

∴ $BD \parallel GF$.

∴ 四边形 $BDFG$ 为平行四边形. (1 分)

又 ∵ $\angle BDC = 90^\circ$,

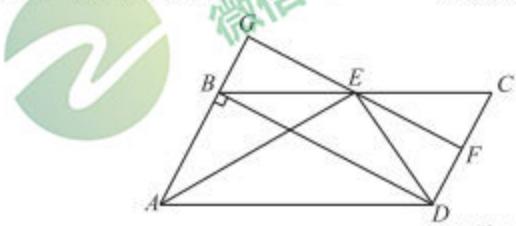
∴ 四边形 $BDFG$ 为矩形. (2 分)

解:(2) ∵ AE 平分 $\angle BAD$,

∴ $\angle BAE = \angle DAE$.

∵ $AD \parallel BC$,

∴ $\angle BEA = \angle DAE$.



$\therefore \angle BAE = \angle BEA$.
 $\therefore BA = BE$ (3分)
 \because 在 $Rt\triangle BCD$ 中, 点 E 为 BC 边的中点,
 $\therefore BE = ED = EC$.
又 \because 在 $\square ABCD$ 中, $AB = CD$,
 $\therefore \triangle ECD$ 为等边三角形, $\angle C = 60^\circ$ (4分)
 $\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAD = 30^\circ$.
 $\therefore \tan \angle BAE = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (5分)

其他证法略

23. 解:(1)

范围	$25 \leqslant x \leqslant 29$	$30 \leqslant x \leqslant 34$	$35 \leqslant x \leqslant 39$	$40 \leqslant x \leqslant 44$	$45 \leqslant x \leqslant 49$	$50 \leqslant x \leqslant 54$	$55 \leqslant x \leqslant 59$
成绩	1	0	3	2	7	3	4

..... (2分)

(2) ① 61; (4分)

② 从平均数角度看, 该校女生 1 分钟仰卧起坐的平均成绩高于区县水平, 整体水平较好;
从中位数角度看, 该校成绩中等水平偏上的学生比例低于区县水平; 该校测试成绩的满分率低于区县水平.

建议: 该校在保持学校整体水平的同时, 多关注接近满分的学生, 提高满分成绩的人数.
..... (5分)

(答案不唯一, 符合数据依据即可)

24. 证明:(1)连接 AD .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$.
 $\therefore \angle ADO + \angle ODB = 90^\circ$.
 $\because D$ 是 BC 的中点,
 $\therefore \angle DAC = \angle DAB$ (1分)

$\because OA = OD$,
 $\therefore \angle OAD = \angle ODA = \angle DAC$.
 $\therefore OD \parallel AC$.
 $\therefore \angle BAC = \angle BOD = 2\angle ODA$ (2分)

$\because EF$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore OD \perp EF$.
 $\therefore \angle BDF + \angle ODB = 90^\circ$.
 $\therefore \angle BDF = \angle ODA$.
 $\therefore \angle BAC = 2\angle BDF$ (3分)



解:(2)法一:连接BC交OD于点H.

∴BA是 $\odot O$ 的直径,

∴ $\angle ACB=90^\circ$.

∴ $AC=3, AB=5$,

∴ $BC=4$.

∴ $OD \parallel AC$,

∴ $\angle ECB=\angle CHD=\angle ODE=90^\circ$.

∴四边形ECHD是矩形.

∴ $EC=HD$ (4分)

∴ $OD \perp BC$,

∴ $CH=HB=2$.

设 $EC=HD=x$,

∴ $OH=2.5-x$.

在Rt $\triangle OHB$ 中, $OH^2+HB^2=OB^2$,即 $(2.5-x)^2+2^2=2.5^2$,

解得 $x_1=1, x_2=4$ (舍去).

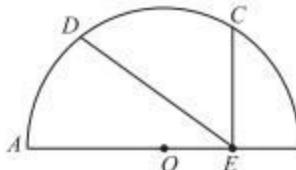
∴ $CE=1$ (5分)

法二:易证 OH 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

∴ $OH=\frac{1}{2}AC=1.5$.

∴ $CE=HD=OD-OH=2.5-1.5=1$.

25. 解:(1)5.1-5.5(准确值为5.3) (1分)



(2)图象略 (2分)

(3) $2.5/2.6$ cm或 $6.9/6.8$ cm. (3分)

26. 解:(1) $y=mx^2+4mx+4m+1=m(x+2)^2+1$,

∴抛物线的顶点坐标为C(-2,1). (1分)

直线 $y=x+4$ 与x轴和y轴的交点坐标分别为A(-4,0)和B(0,4). (3分)

(2)把 $x=-4$ 代入抛物线的表达式中得到 $y=4m+1$.

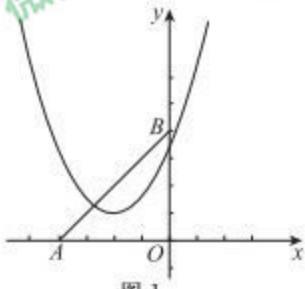
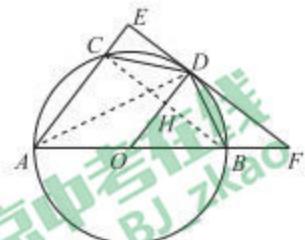
.... (4分)

①当 $m>0$ 时, $y=4m+1>0$,说明抛物线的对称轴左侧总与线段AB有交点,∴只需要抛物线对称轴右侧与线段AB无

交点即可,如图1,只需要当 $x=0$ 时,抛物线的函数值 $y=4m+1<4$ 即可,∴ $m<\frac{3}{4}$.

又∵ $m>0$,

∴当 $0<m<\frac{3}{4}$ 时,抛物线与线段AB只有一个交点; (5分)



$$\begin{cases} EP=AC, \\ \angle EPA=\angle CAB, \\ AP=AB, \end{cases}$$

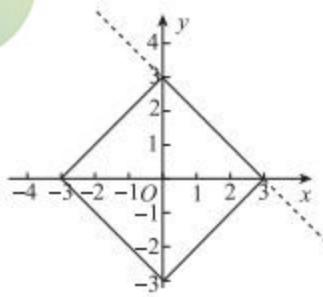
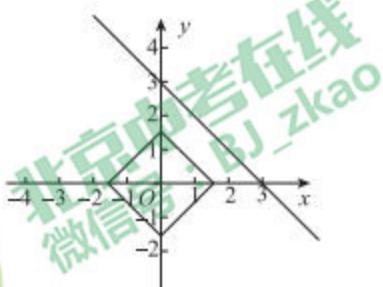
$\therefore \triangle ACB \cong \triangle EPA$ (SAS).

$\therefore BC=AE$.

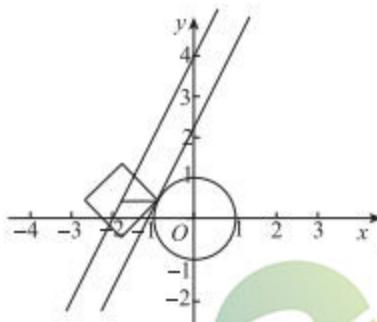
$\therefore AM=\sqrt{2}BC$.

28. 解：(1) ① 3:2 (2分)

② 根据题意, $D_{\text{外}}$ 为定值, 点 C 的轨迹是以点 O 为中心的正方形, 当 $D_{\text{外}}=3$ 时, 该正方形与直线 $y=-x+3$ 有交点. $\therefore D_{\text{外}}=3$ (5分)



(2) $D_{EF}=2-\frac{\sqrt{5}}{2}$ (8分)



【注】如果学生的正确答案与本答案不符, 请老师们参照本答案酌情给分.

