



数学

2023.04

学校 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

考生须知

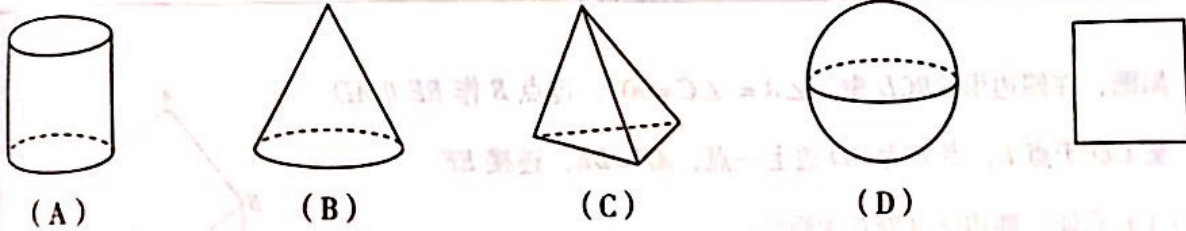
1. 本试卷共 6 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有 4 个选项，符合题意的选项只有一个。

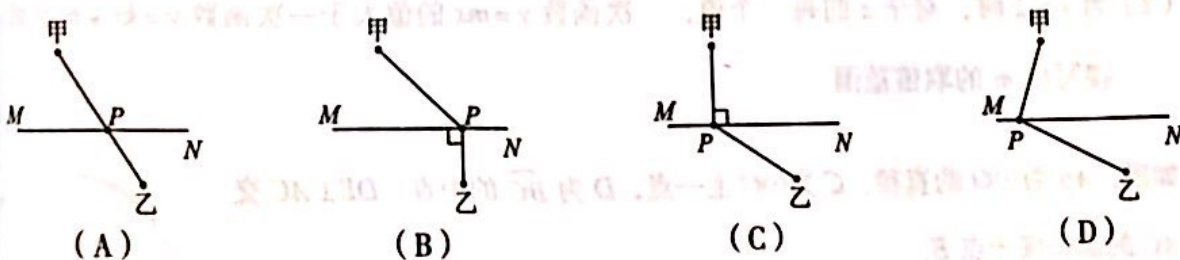
下列几何体中，主视图为右图的是



北京植物园从上世纪五十年代开始建设种子库，目前库中已有种子 83 000 余份，总量位居世界第二位。将 83 000 用科学记数法表示应为

- (A) 83×10^3 (B) 8.3×10^4 (C) 8.3×10^5 (D) 0.83×10^5

在一条沿直线 MN 铺设的电缆两侧有甲、乙两个小区，现要求在 MN 上选取一点 P ，向两个小区铺设电缆。下面四种铺设方案中，使用电缆材料最少的是

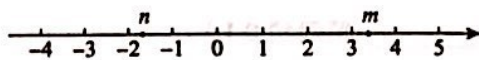


不透明的袋子中装有 2 个红球和 3 个黄球，两种球除颜色外无其他差别，从中随机摸出一个小球，摸到黄球的概率是

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$



5. 实数 m, n 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论中正确的是

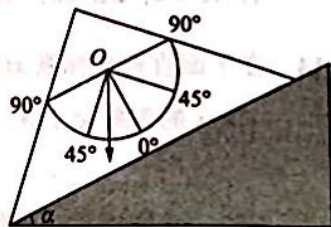


- (A) $|m| < |n|$ (B) $m + n > 0$ (C) $m - n < 0$ (D) $mn > 0$

6. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个相等的实数根, 则实数 a 的值是

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

7. 小明制作简易工具来测量物体表面的倾斜程度, 方法如下: 将刻度重新设计的量角器固定在等腰直角三角板上, 使量角器的 90° 刻度线与三角板的底边平行. 将用细线和铅锤做成的重锤线顶端固定在量角器中心点 O 处, 现将三角板底边紧贴被测物体表面, 如图所示, 此时重锤线在量角器上对应的刻度为 27° , 那么被测物体表面的倾斜角 α 为



- (A) 63° (B) 36° (C) 27° (D) 18°

8. 图 1 是变量 y 与变量 x 的函数关系的图象, 图 2 是变量 z 与变量 y 的函数关系的图象, 则 z 与 x 的函数关系的图象可能是

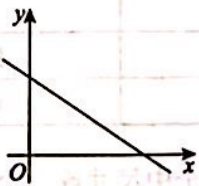


图 1

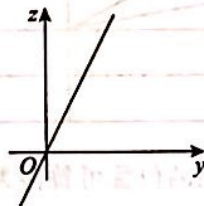
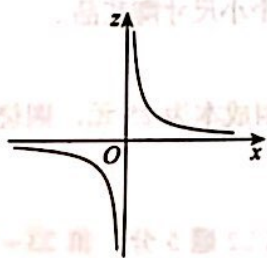
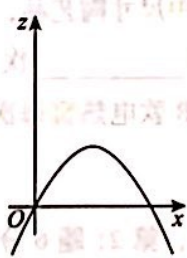


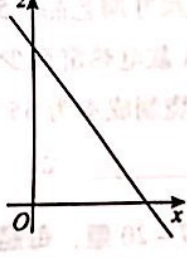
图 2



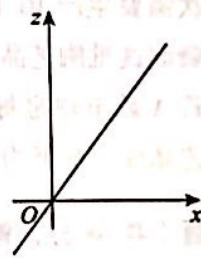
(A)



(B)



(C)



(D)

第二部分 非选择题

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是 _____.

10. 分解因式: $a^2b + 4ab + 4b =$ _____.

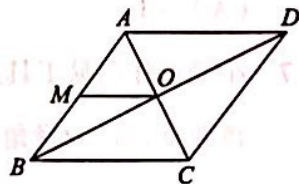


11. 方程 $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+3}$ 的解为 _____.

12. 根据下表估计 $\sqrt{269} \approx$ _____ (精确到 0.1).

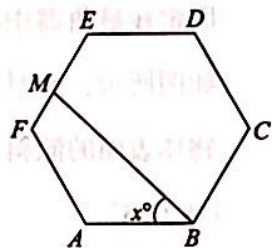
x	16.2	16.3	16.4	16.5	16.6
x^2	262.44	265.69	268.96	272.25	275.56

13. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 点 M 为 AB 的中点, 连接 OM . 若 $AC=4$, $BD=8$, 则 OM 的长为 _____.



14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象与正比例函数 $y = mx$ 的图象交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 $(1, a)$, 则点 B 的坐标为 _____.

15. 如图, 点 M 在正六边形的边 EF 上运动. 若 $\angle ABM = x^\circ$, 写出一个符合条件的 x 的值 _____.



16. 某陶艺工坊有 A 和 B 两款电热窑, 可以烧制不同尺寸的陶艺品. 两款电热窑每次可同时放置陶艺品的尺寸和数量如下表所示.

款式	数量 (个)	尺寸		
		大	中	小
A		8	15	25
B		0	10	20

烧制一个大尺寸陶艺品的位置可替换为烧制两个中尺寸或六个小尺寸陶艺品, 但烧制较小陶艺品的位置不能替换为烧制较大陶艺品.

某批次需要生产 10 个大尺寸陶艺品, 50 个中尺寸陶艺品, 76 个小尺寸陶艺品.

- 烧制这批陶艺品, A 款电热窑至少使用 _____ 次;
- 若 A 款电热窑每次烧制成本为 55 元, B 款电热窑每次烧制成本为 25 元, 则烧制这批陶艺品成本最低为 _____ 元.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23-24 题, 每题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $(2023 - \pi)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{8} - 2 \cos 45^\circ$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x+2 < 2x-1, \\ \frac{3x-5}{2} < x. \end{cases}$$

19. 已知 $2x^2 + x - 1 = 0$, 求代数式 $(2x+1)^2 - 2(x-3)$ 的值.

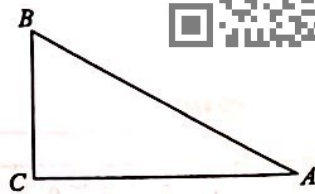
20. 下面是小明同学证明定理时使用的两种添加辅助线的方法, 选择其中一种, 完成证明.



定理: 在直角三角形中, 如果一个锐角等于 30° , 那么它所对的直角边等于斜边的一半.

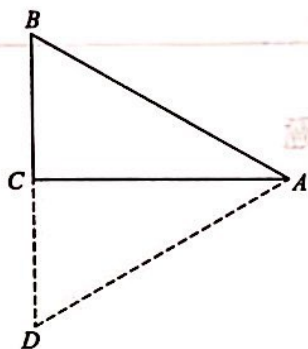
已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$.

求证: $BC = \frac{1}{2}AB$.



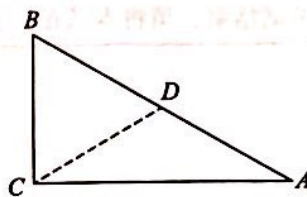
方法一

证明: 如图, 延长 BC 到点 D , 使得 $CD=BC$, 连接 AD .

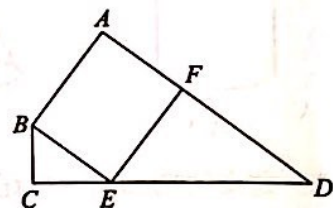


方法二

证明: 如图, 在线段 AB 上取一点 D , 使得 $BD=BC$, 连接 CD .



21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, 过点 B 作 $BE \parallel AD$ 交 CD 于点 E , 点 F 为 AD 边上一点, $AF = BE$, 连接 EF .



(1) 求证: 四边形 $ABEF$ 为矩形;

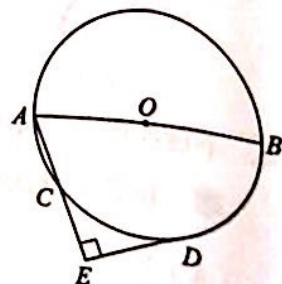
(2) 若 $AB=6$, $BC=3$, $CE=4$, 求 ED 的长.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象过点 $(1, 3)$, $(2, 2)$.

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 当 $x > 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 一次函数 $y=mx$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

23. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, D 为 \widehat{BC} 的中点, $DE \perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E .



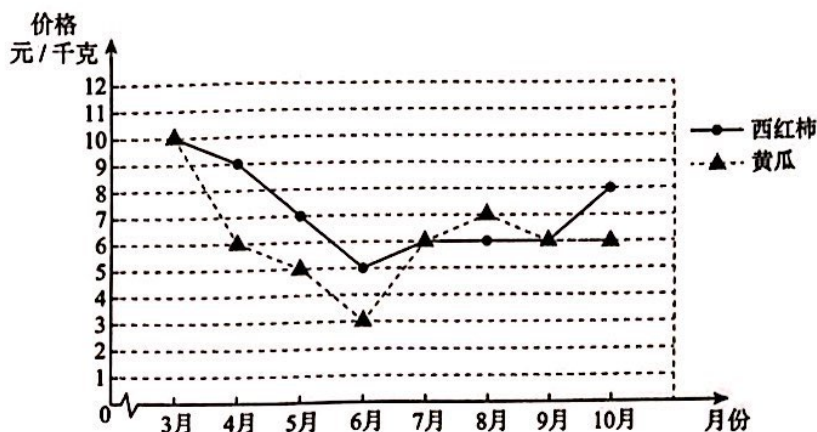
(1) 求证: 直线 DE 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 延长 AB , ED 交于点 F . 若 $BF=2$, $\sin \angle AFE = \frac{1}{3}$, 求 AC 的长.

24. 某小组对当地 2022 年 3 月至 10 月西红柿与黄瓜市场价格进行调研, 经过整理、描述和分析得到了部分信息.



a. 西红柿与黄瓜市场价格的折线图:



b. 西红柿与黄瓜价格的众数和中位数:

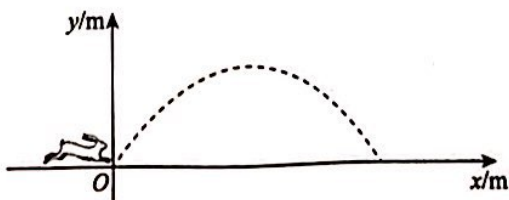
蔬菜价格	众数	中位数
西红柿 (元/千克)	6	m
黄瓜 (元/千克)	n	6

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2) 在西红柿与黄瓜中, _____ 的价格相对更稳定;
- (3) 如果这两种蔬菜的价格随产量的增大而降低, 结合题中信息推测这两种蔬菜在 _____ 月的产量相对更高.

25. “兔飞猛进”谐音成语“突飞猛进”. 在自然界中, 野兔善于奔跑跳跃, “兔飞猛进”名副其实. 野兔跳跃时的空中运动路线可以看作是抛物线的一部分.

(1) 建立如图所示的平面直角坐标系.



通过对某只野兔一次跳跃中水平距离 x (单位: m) 与竖直高度 y (单位: m) 进行的测量, 得到以下数据:

水平距离 x/m	0	0.4	1	1.4	2	2.4	2.8
竖直高度 y/m	0	0.48	0.9	0.98	0.8	0.48	0

根据上述数据，回答下列问题：

① 野兔本次跳跃的最远水平距离为 _____ m，最大竖直高度为 _____ m；

② 求满足条件的抛物线的解析式；

(2) 已知野兔在高速奔跑时，某次跳跃的最远水平距离为 3m，最大竖直高度为 1m. 若在野兔起跳点前方 2m 处有高为 0.8m 的篱笆，则野兔此次跳跃 _____ (填“能”或“不能”) 跃过篱笆.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(x_0, m)$, $B(x_0+4, n)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+1$ 上.

(1) 当 $b=5$, $x_0=3$ 时，比较 m 与 n 的大小，并说明理由；

(2) 若对于 $3 \leq x_0 \leq 4$ ，都有 $m < n < 1$ ，求 b 的取值范围.

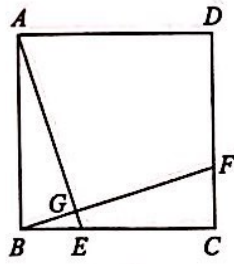
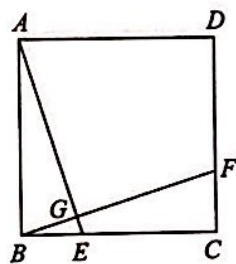
27. 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在 BC, CD 上， $BE=CF$ ， AE, BF 交于点 G .

(1) 求 $\angle AGF$ 的度数；

(2) 在线段 AG 上截取 $MG=BG$ ，连接 DM ， $\angle AGF$ 的角平分线交 DM 于点 N .

① 依题意补全图形；

② 用等式表示线段 MN 与 ND 的数量关系，并证明.



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(m, n)$ ，我们称直线 $y=mx+n$ 为点 P 的关联直线. 例如，点 $P(2, 4)$ 的关联直线为 $y=2x+4$.

(1) 已知点 $A(1, 2)$.

① 点 A 的关联直线为 _____；

② 若 $\odot O$ 与点 A 的关联直线相切，则 $\odot O$ 的半径为 _____；

(2) 已知点 $C(0, 2)$ ，点 $D(d, 0)$. 点 M 为直线 CD 上的动点.

① 当 $d=2$ 时，求点 O 到点 M 的关联直线的距离的最大值；

② 以 $T(-1, 1)$ 为圆心，3 为半径作 $\odot T$. 在点 M 运动过程中，当点 M 的关联直线与 $\odot T$ 交于 E, F 两点时， EF 的最小值为 4，请直接写出 d 的值.

