北京市第八十中学2019~2020学年度第一学期期中考试数学试卷

班级______ 姓名______ 考号______

（满分100分，考试时间120分钟）

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．下列各组中的四条线段成比例的是

A．$a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=4$　　B．$a=3$，$b=4$，$c=12$，$d=9$

C．$a=3$，$b=2$，$c=9$，$d=4$　　D．$a=3$，$b=4$，$c=5$，$d=6$

2．如图，在$\triangle ABC$中，$DE\parallel BC$，AE：$EC=1$：2，且$DE=2$，则BC的长为

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

3．已知$\triangle ABC$三边长是$\sqrt{2}$，$\sqrt{6}$，2，与$\triangle ABC$相似的三角形三边长可能是

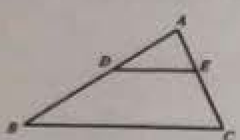
A．1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$　　B．1，$\sqrt{3}$，$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．1，$\sqrt{3}$，$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D．1，$\sqrt{3}$，$\frac{\sqrt{3}}{3}$

4．如图，PA、PB分别切⊙O于点A、B，$\angle APB=30°$，则$\angle ACB$度数为

A．60°　　B．75°　　C．105°　　D．120°

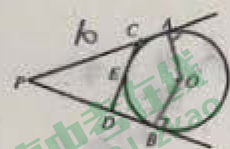
5．如图，PA、PB、DC分别切⊙O于A、B、E点，$PA=10$，则$\triangle PCD$的周长为

A．10　　B．20　　C．15　　D．30



第2题图

第4题图



第5题图

6．半径为3cm的扇形，弧长为π cm，则它的圆心角的度数为

A．30°　　B．60°　　C．90°　　D．120°

7．一个边长为2的正多边形的内角和是其外角和的2倍，则这个正多边形的半径是

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．1　　D．$\frac{1}{2}$

8．如图，$\triangle ABC$的两条高AD，BE交于点F，连接ED，则下列结论：

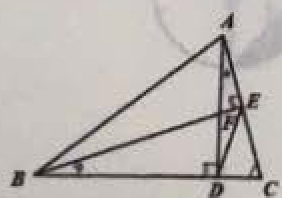
①$\triangle ADC\backsim\triangle BDF$；②$\triangle BEC\backsim\triangle ADC$；③$\triangle ABD\backsim\triangle ABE$；

④$\triangle ABC\backsim\triangle DEC$；⑤$\triangle BDE\backsim\triangle AED$；⑥$\triangle BDF\backsim\triangle AEF$．

正确的为

A．①②③④　　B．①②④⑥

C．①②⑤⑥　　D．②③④

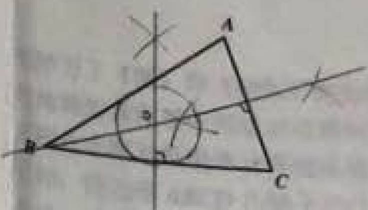


二、填空题（本题共16分，每空2分）

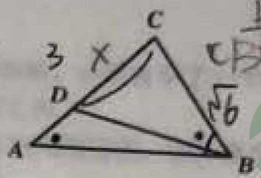
9．两个相似三角形的对应中线之比为1:2，它们的面积和为10，则较大的三角形的面积为________． 1:4

10．如图，$\triangle ABC$，通过画图、测量，$\triangle ABC$ 内切圆的半径长约为______．（结果保留一位小数）

11．如图，在$\triangle ABC$ 中，D 为 AC 边上一点，$\angle DBC=\angle A$，$BC=\sqrt{6}, AC=3$，则 CD 的长为________．



第10题图



第11题图

$\frac{DC}{CB}=\frac{CB}{AC}$

$6=3\times x$

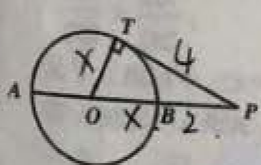
第12题图

12．如图，$\odot O$ 内切于$\triangle ABC$，$\angle BOC=105°$，$\angle ACB=90°$，$AB=20$，$AC=$__________．

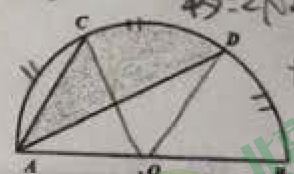
13．如图，AB 是$\odot O$ 的直径，PT 与$\odot O$ 相切，T 为切点，交 AB 延长线于点 P，若 $TP=4$，$BP=2$，则$\odot O$ 的半径为__________．

14．正方形的外接圆和内切圆的周长比为____________．

15．如图，AB 为半圆 O 的直径，C、D 为半圆的三等分点，若 $AB=12$，则阴影部分的面积为__________．



第13题图



第15题图

16．下面五个命题：

①任意三角形存在唯一的内切圆，也存在唯一的外接圆；

②任意圆内接四边形都存在内切圆；

③存在内切圆的矩形必是正方形；

④存在内切圆的菱形有无数个．

所有正确的序号是________________________________．

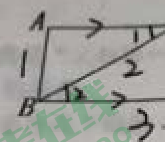
三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23-24 题每题 5 分，第 25-26 题每题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分）

17. 如图，四边形 $ABCD$，$AD \parallel BC$，$BD^2=AD \cdot BC$，

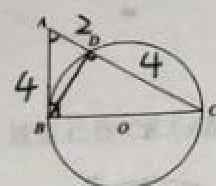
（1）求证：$\triangle ADB \backsim \triangle DBC$；

（2）若 $AB=1$，$BD=2$，$BC=3$，求 CD 的长.

$\frac{BD}{AD}=\frac{BC}{BD}$

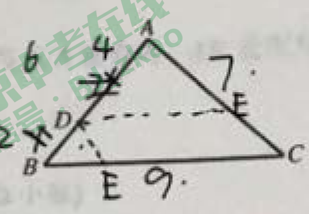


18. 已知：如图，BC 为⊙O 直径，AB 切⊙O 于点 B，AC 交⊙O 于点 D．$AD=2$，$CD=4$．
求：⊙O 的直径．



19. 在△ABC 中，$AB=6$，$AC=7$，$BC=9$，点 D 为 AB 上一点，$AD=\frac{2}{3}AB$，在 AC 上取一点 E，得到△ADE，若两个三角形相似，求 DE 的长．

分类讨论．

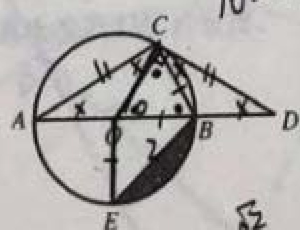


0. 如图，AB 为⊙O 直径，C 为⊙O 上的一点，过点 C 的切线与 AB 的延长线相交于点 D，$CA=CD$．

（1）连接 BC，求证：$BC=OB$；

（2）E 是 $\overset{\frown}{AB}$ 中点，连接 BE，若 $BE=2$，求阴影部分的面积．

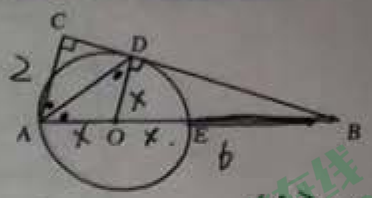
$90°-\cdot=2x$



21．如图，在Rt△ABC中，∠ACB=90°，AD平分∠BAC交BC于点D，点O是AB边上一点，⊙O恰过A，D两点，且交AB于点E．

（1）求证：BC是⊙O的切线；

（2）AC=2，AB=6，求BE的长．



△ABC∽△ODB

$\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{BC}$ 则 $\frac{6-x}{x}=\frac{6}{2}$

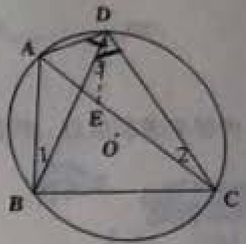
22．在学习了《圆》和《相似》的知识后，小明自学了一个著名定理"托勒密定理：圆内接四边形对角线的乘积等于两组对边乘积之和．"

下面是小明对托勒密定理的证明和应用过程，请补充完整．

已知：四边形ABCD内接于⊙O．

求证：$AC\cdot BD=AB\cdot CD+AD\cdot BC$

证明：作∠CDE=∠BDA，交AC于点E，



∵⊙O中，∠1=∠2，

∴△ABD∽△ECD（______（1）______）．

∴$\frac{DA}{DE}=\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{EC}$．

∴$AB\cdot CD=BD\cdot EC$ ①，

$\frac{DA}{DB}=\frac{DE}{DC}$．

又∵∠BDA+∠3=∠CDE+∠3，

即∠ADE=∠BDC，

∴△__（2）__∽△____（______（3）______）．

∴$\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{BC}$．

∴$AD\cdot BC=BD\cdot AE$ ②．

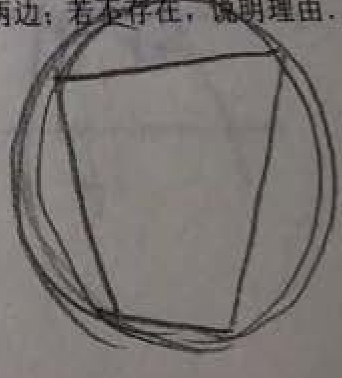
__________（4）__________，

∴$AB\cdot CD+AD\cdot BC=AC\cdot BD$．

$\Delta=16-20$…

（5）利用托勒密定理解决问题：是否存在一个圆内接四边形，它的两条对角线长为5和$\sqrt{2}$，一组对边长为1和3，另一组对边的和为4．若存在，求出未知的两边；若不存在，说明理由．

28-…



23．已知：如图，线段 AB，线段 m．

求作：$\triangle ABC$，使 $\angle ACB=30^\circ$，且 $AC=m$．

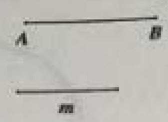
小聪对这个作图问题进行了分析．

下面是小聪的分析：

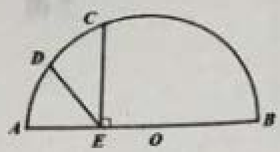
$\angle ACB$ 的两边分别过已知的定点 A、B，点 C 的位置未知，但需满足"$\angle ACB=30^\circ$"，可以先找到所有使 $\angle ACB=30^\circ$ 的点形成的轨迹，再去满足"$AC=m$"的条件．

通过《圆》这一章的学习，我们可以知道，如果把已知线段 AB 看作某个圆的一条弦，并且这条弦所对的圆心角为 60°，那么相应的圆周角就等于 30°．

请你完成尺规作图，并写出作法．



24．如图，$\odot O$ 的半径为 $4cm$，AB 为 $\odot O$ 直径，点 C 为半圆上一动点，过点 C 作 $CE\perp AB$，垂足为点 E．点 D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点.连接 DE，如果 $DE=2OE$，求线段 AE 的长．



小何根据学习函数的经验，将此问题转化为函数问题解决．

小何假设 AE 的长度为 $x$cm，线段 DE 的长度为 $y$cm．(当点 C 与点 A 重合时，AE 长度为0)，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行探究．

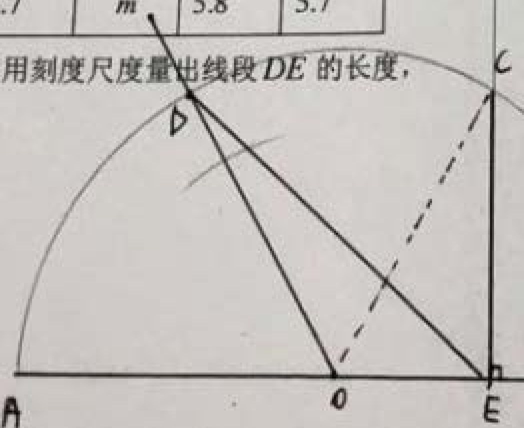
下面是小何的探究过程，请补充完整：(说明：相关数据保留一位小数)

(1)通过取点、画图、测量，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y/cm	0	1.6	2.5	3.3	4.0	4.7	m	5.8	5.7

当 $x=6cm$ 时，请根据题干数据，准确画出图形，并使用刻度尺度量出线段 DE 的长度，则 m 的值约为________．

请画出准确图形：



(2)建立直角坐标系，描出以补全后的表中各组对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

(3)结合画出的函数图象解决问题：当 $DE=2OE$ 时， AE 的长度约为________cm.

25. 以一个圆心角为 120° 的扇形和一个小圆为材料，恰好围成一个圆锥模型．设扇形的半径为 R，小圆的半径为 r． $R=\frac{2}{3}r$.

（1）求 R 与 r 的比；

（2）求圆锥的全面积（用 r 表示）；

（3）若 $r=1\text{m}$，如图，矩形铁板 $ABCD$ 中 $AB=6\text{m}$，$AD=3\text{m}$．能否用该板材制作上述圆锥模型（接缝忽略不计）？若能，请画出一种设计方案，并用计算说明理由；若不能，请用计算说明理由．

6R=

~~4r=6R~~.

6R=4r.

$r=\frac{6R}{4}=\frac{3}{2}R$

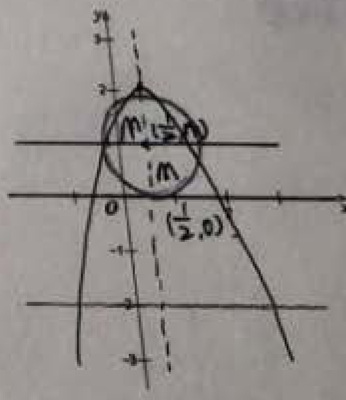
26. 平面直角坐标系中，过点 $(\frac{5}{2},-2)$ 的抛物线 C 可由抛物线 $y=-x^2$ 平移得到，其对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$．

180 = 9

$\frac{240}{180}=\frac{2}{9}$

（1）求抛物线 C 的解析式；

（2）若平行于 x 轴的直线 $y=m$ 与抛物线 C 交于 A、B 两点，且以 AB 为直径的圆恰与 x 轴相切，求 m 的值．



$-4+k=$

$k=$

$m=-(x-\frac{1}{2})^2+2.$

3.

27．如图1，在△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=2$，$BC=2\sqrt{3}$，以点 B 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径作圆．点 P 为⊙B 上的动点，连接 PC，作 $P'C\perp PC$，使点 P' 落在直线 BC 的上方，且满足 $P'C:PC=1:\sqrt{3}$，连接 BP，AP'．

（1）证明：$\triangle AP'C\backsim\triangle BPC$；

（2）若点 P 在 AB 上时，

①在图2中画出$\triangle AP'C$；

②连接 BP'，求 BP' 的长；

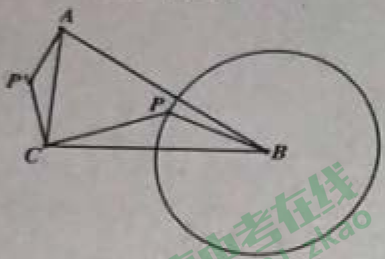


图1

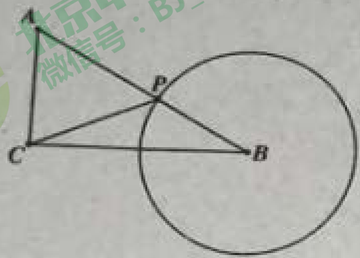
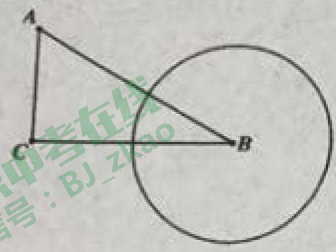


图2

（3）点 P 在运动过程中，直接写出 BP' 的最大值及此时 $\angle PBC$ 的度数．



备用图

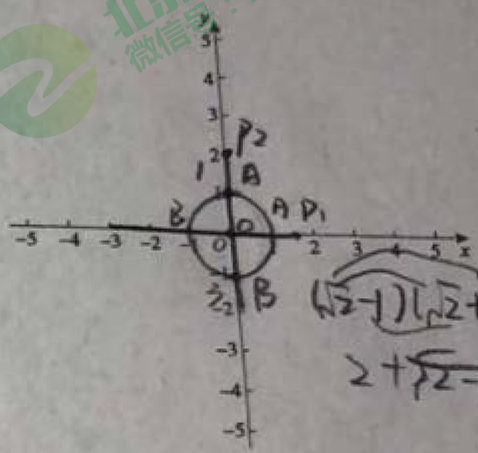
28. P是⊙C外一点，若射线PC交⊙C于点A，B两点，则给出如下定义：
若$0<PA\cdot PB\leqslant 3$，则点P为⊙C的“特征点”．

（1）当⊙O的半径为1时．

①在点P_1（$\sqrt{2}$，0）、P_2（0，2）、P_3（4，0）中，⊙O的“特征点”是__________；

②若在直线$y=x+b$上存在点P，点P为⊙O的“特征点”，求b的取值范围；

（2）⊙C的圆心在x轴上，半径为1，直线$y=x+1$与x轴，y轴分别交于点M、N，若线段MN上的所有点都不是⊙C的“特征点”，直接写出点C的横坐标的取值范围．



$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1).$

$2+\sqrt{2}-\sqrt{2}-1$

$x+b=$

$4\times 3=12+$