学号______ 姓名______ 班级______

密封线内请勿答题

首都师大附中2020－2021学年第一学期期中考试

初二年级数学

第I卷（共30分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题所列出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的）

1. 在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

2. 若分式 $\frac{x-3}{x+3}$ 的值为零，则 x 的值为（　）

A.0　　B.-3　　C.3　　D.3或-3

3. 若一个等腰三角形的两边长分别为2，4，则三角形的周长为（　）

A.4　　B.8　　C.10　　D.8或10

4. 下列计算正确的是（　）

A. $(a^2b)^2=a^2b^2$　　B. $a^6\div a^2=a^3$

C. $(3xy^2)^2=6x^2y^4$　　D. $(-m)^7\div(-m)^2=-m^5$

5. 若一个多边形的内角和为1080°，则这个多边形的边数为（　）

A.6　　B.7　　C.8　　D.9

6. 已知 x^2-mx+9 是某个整式的平方的展开式，则 m 的值为（　　）

A.3　　B.±3　　C.6　　D.±6

7. 如图1，$\angle ACD=120^\circ$，$AB=BC=CD$，则 $\angle A$ 等于（　　）

A.10°　　B.15°　　C.20°　　D.30°

8. 小明把一副含 45°和30° 的直角三角板如图 2 摆放，其中 $\angle C=\angle F=90°$，$\angle A=45°$，$\angle D=30°$，则 $\alpha+\beta$ 等于（　　）

A.180°　　　　B.210°　　　　C.360°　　　　D.270°

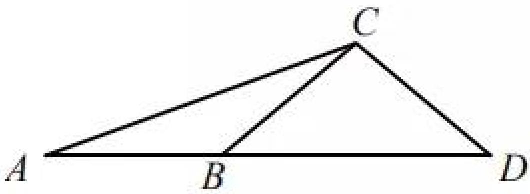


图1

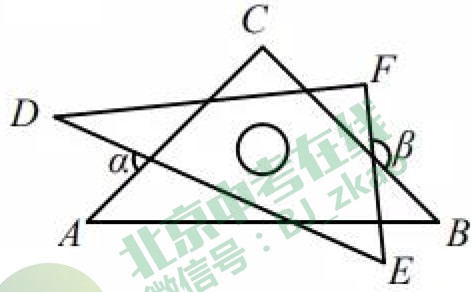


图2

9. 如图 3，在 $\triangle ABC$ 中，内角 $\angle BAC$ 与外角 $\angle EBC$ 的平分线相交于点 P，$BE=BC$，D 在 AC 延长线上，$PG//AD$ 交 BC 于 F，交 AB 于 G，连接 CP．下列结论：①$\angle ACB=2\angle APB$；②$S_{VPAC}:S_{VPAB}=PC:PB$；③BP 垂直平分 CE；④$\angle PCF=\angle CPF$ 其中正确的有（　　）

A. ①②④　　　B. ①③④

C. ②③④　　　D. ①③

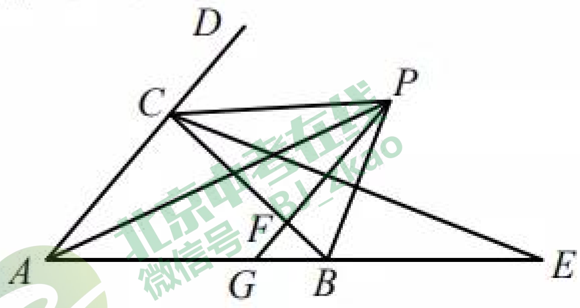
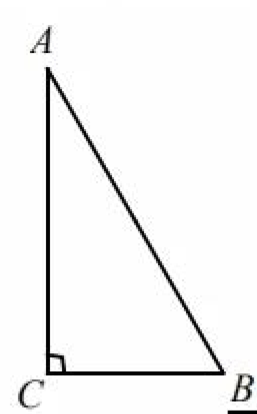


图 3

10. 在 $Rt VABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$，点 P 是边 AC 上一定点，此时分别在边 AB，BC 上存在点 M，N 使得 $VPMN$ 周长最小且为等腰三角形，则此时 $\dfrac{AP}{PC}$ 的值为（　　）

$A.1$　　　$B.2$　　　$C.3$　　　$D.\dfrac{3}{2}$



第II卷（共70分）

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分）

11. 点$A(3,-2)$关于x轴对称的点的坐标是__________.

12. 因式分解：$a^3b-ab=$____________________.

13. 若代数式$\dfrac{4x-3}{x-1}$的值为整数，则x的值为__________.

14. 如图4，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AB的垂直平分线DE，分别交AB，AC于点D，E，若$AD=3$，$BC=5$，则$\triangle BEC$的周长为__________.

15. 如图5，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC$，l是$\angle BAC$内过顶点A的一条射线，作$BD\perp l$，$CE\perp l$，垂足分别为D，E，将$\triangle ADB$和$\triangle AEC$分别沿直线AB，AC翻折得到$\triangle AMB$和$\triangle ANC$，已知$MN=10$，$DE=4$，则BM的长度是__________.

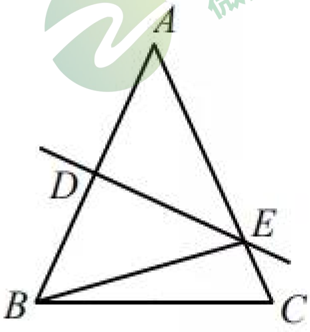


图4

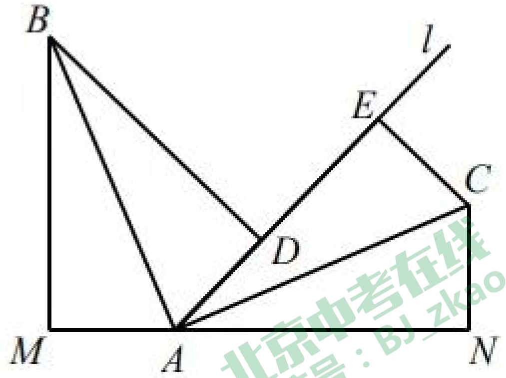


图5

16. 如图6，在等边$\triangle ABC$中，$BC=2$，D是AB的中点，过点D作$DF\perp AC$于点F，过点F作$EF\perp BC$于点E，则BE的长为__________.

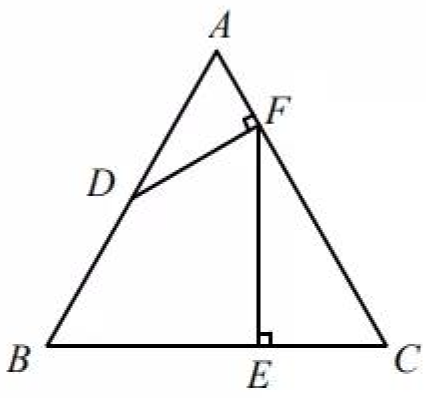
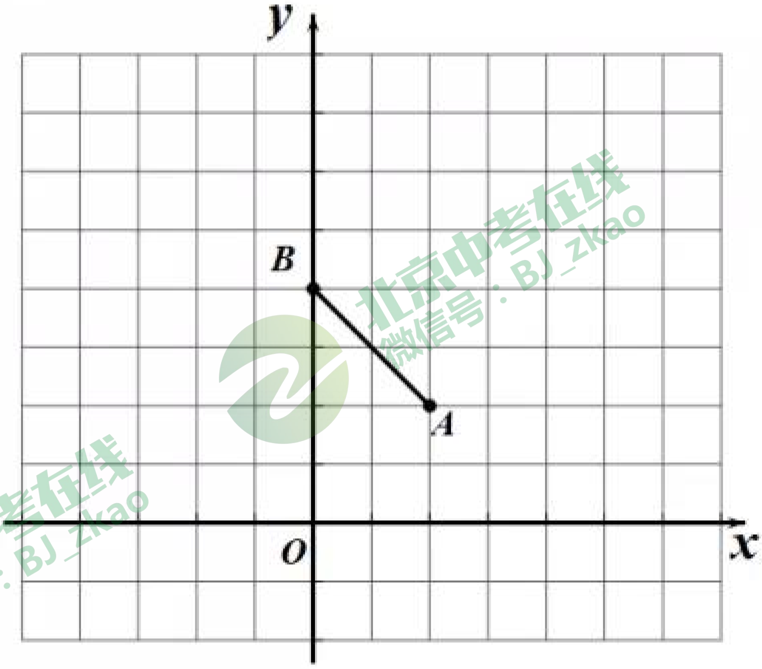
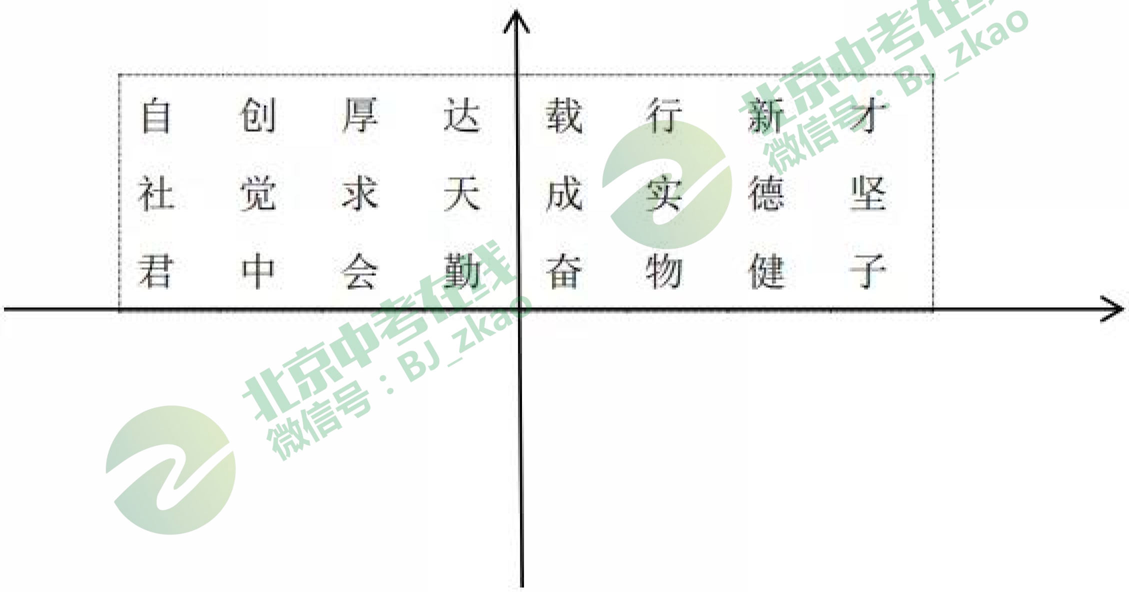


图6

17. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(2,2)$，$B(0,4)$，在坐标轴上找一点 P，使得 $\triangle ABP$ 是等腰三角形，则这样的点 P 共有__________个．



18. 请你运用所学知识找到破译的“密钥”．目前已破译出“达才”的对应口令是“成德”．根据你发现的“密钥”，破译出“求实”的对应口令是____________．



班级________ 姓名________ 学号________

三、解答题（本大题共5小题，每小题4分，共20分）

19. 计算：$\left(3-\sqrt{3}\right)^{0}+\left|1-\sqrt{3}\right|+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}$

20. 解分式方程：$\frac{x}{x-2}-1=\frac{1}{x+2}$

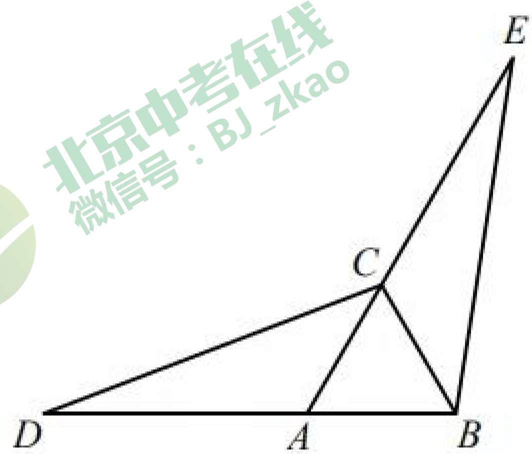
21. 已知$5x^{2}-x-1=0$，求代数式$(3x+2)(3x-2)+x(x-2)$的值.

22. 先化简，再求值$\left(2-\frac{x-1}{x+1}\right)\div\frac{x^{2}+6x+9}{x^{2}-1}$，其中$x=2$.

23. 当k为何值时，关于x的方程$\frac{x+1}{x-2}-\frac{x}{x+3}=\frac{x+k}{(x-2)(x+3)}$的解为负数？

四、解答题（本大题共5小题，第24-25小题，每小题4分，第26-28小题，每小题6分，共26分）

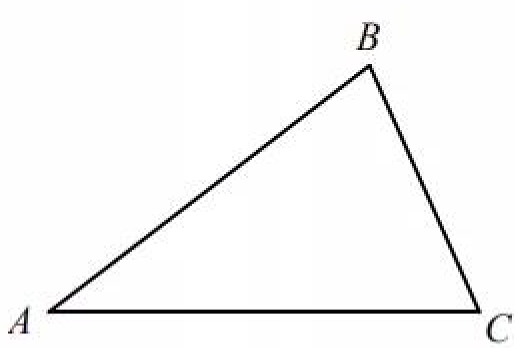
24. 如图，已知等边$\triangle ABC$，延长BA至D，延长AC至点E，使$CE=AD$，连接CD，BE．求证：$\triangle ACD\cong\triangle CBE$．



25. 尺规作图：如图，在$\triangle ABC$中，

（1）作$\triangle ABC$的角平分线AM；

（2）作AC边的中线BN．



26．若一个整数能表示成a^2+b^2（a,b是整数）的形式，则称这个数为“智慧数”．例如：5是“智慧数”，因为$5=2^2+1^2$；再如：

$M=x^2+2xy+2y^2=(x+y)^2+y^2$（$x,y$是整数），所以$M$也是“智慧数”．

（1）请你再写一个小于10的“智慧数”__________，并判断29是否为“智慧数”__________（填是或者否）；

（2）已知$S=x^2+4y^2+4x-12y+k$（x,y是整数，k是常数)，要使S为“智慧数”，试求出符合条件的一个k值，并说明理由；

（3）如果数m，n都是“智慧数”，试说明mn也是“智慧数”．

27. 已知$\angle AOB=30^\circ$，P为射线OB上一点，M为射线OA上一动点，连接PM，满足$\angle OMP$为钝角，将线段PM绕点P顺时针旋转150°，得到线段PN，连接ON．

（1）依题意补全图1；

（2）求证：$\angle OMP=\angle OPN$；

（3）在射线MA上取点D，点M关于点D的对称点为E，连接EP，当$\angle PDO=$__________°时，使得对于任意的点M，总有$ON=EP$，并证明．

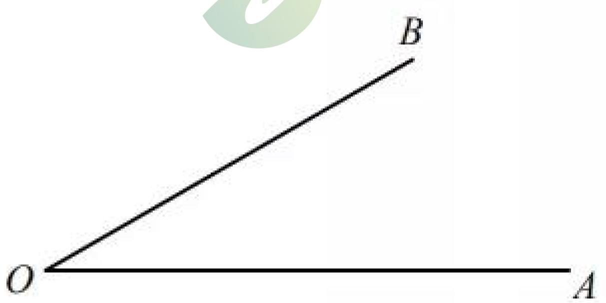
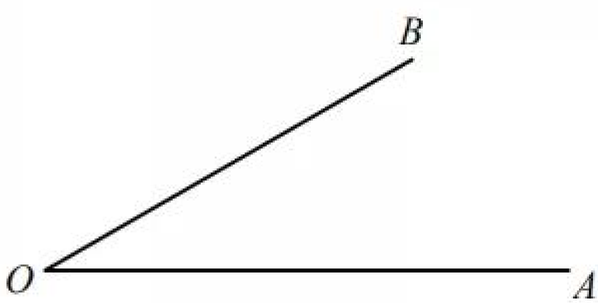


图1



备用图

28．在平面直角坐标系中，对任意的点 $P(x,y)$，定义 P 的绝对坐标 $|P|=|x|+|y|$．任取点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，记 $A'(x_1,y_2)$，$B'(x_2,y_1)$，若此时 $|A|^2+|B|^2\le|A'|^2+|B'|^2$ 成立，则称点 A,B 相关．

（1）分别判断下面各组中两点是相关点的是________________；

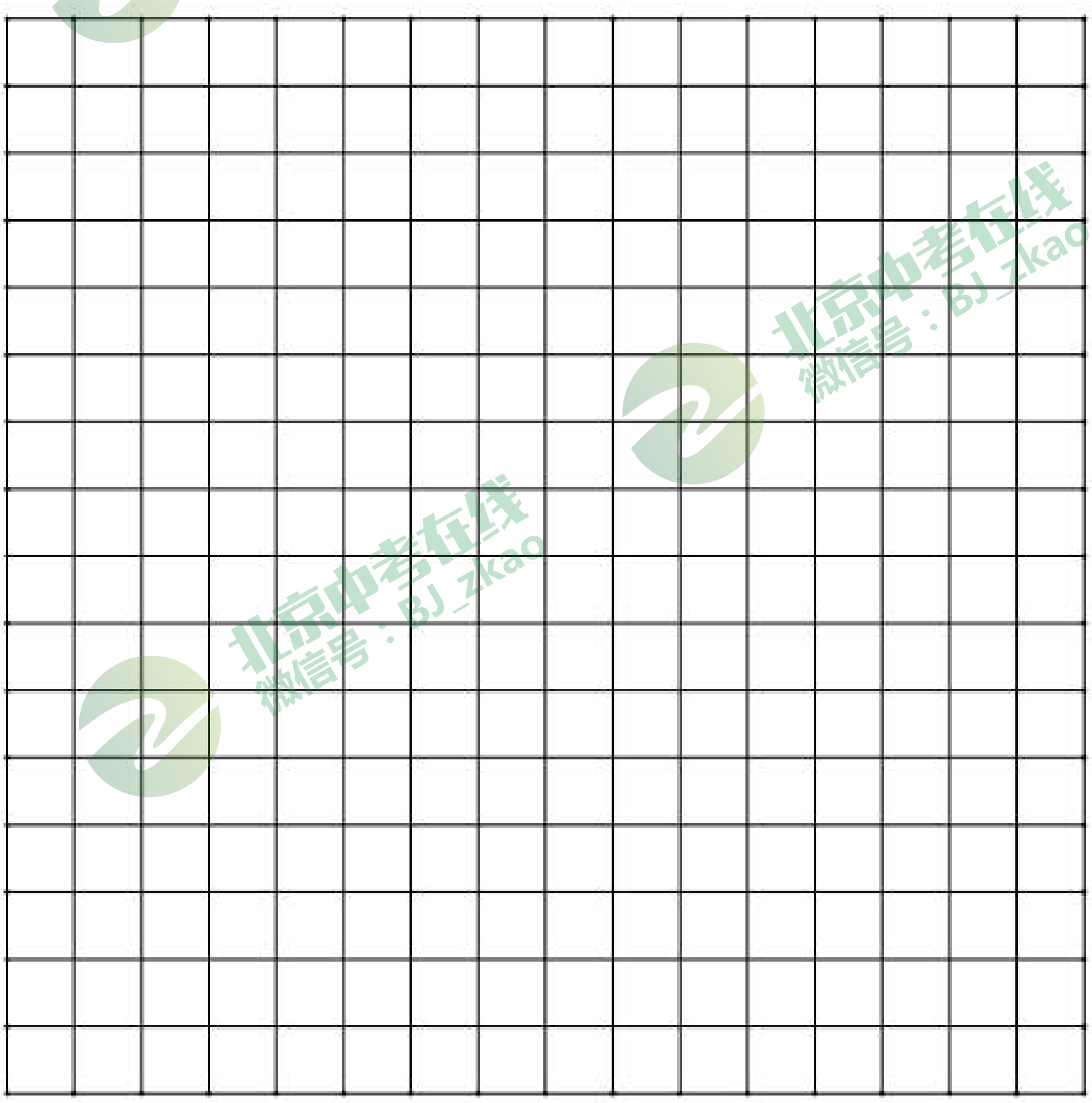
①$A(-2,1),B(3,2)$ ②$C(4,-3),D(2,4)$

（2）（i）对于点 $P(x,y)$，其中 $-6\le x\le 6$，$-6\le y\le 6$，其中 x,y 是整数．

则所有满足条件的 P 点有____________个；

（ii）求所有满足（i）条件的所有点中与点 $E(3,3)$ 相关的点的个数；

（iii）对于满足（i）条件的所有点中取出 n 个点,满足在这 n 个点中任意选择 A，B 两点，点 A，B 都相关，求 n 的最大值．



草稿纸

初中数学期中考试

【答案】

1. A　　2. C　　3. C　　4. D　　5. C　　6. D　　7. C

8. B　　9. B　　10. B

11. （3，2）

12. 解：原式$=ab(a^2-1)=ab(a+1)(a-1)$．

13. 2，　0

14. 11

15. 7

16. $\frac{5}{4}$

17. 5

18. 勤奋

19. 解：原式= $\sqrt{3}-3$

20. 解得：$x=-6$

检验：当$x=-6$时，$(x-2)$不等于$=0$，

因此$x=-6$是原分式方程的解．

所以，原分式方程无解．

21. 解：$(3x+2)(3x-2)+x(x-2)$

$$=9x^2-4+x^2-2x$$

$=10x^2-2x-4$，

$\because 5x^2-x-1=0$，

$\therefore 5x^2-x=1$，

$\therefore$原式$=2(5x^2-x)-4=-2$．

22. 解：$(2-\frac{x-1}{x+1})\div\frac{x^2+6x+9}{x^2-1}$

$$=\frac{2(x+1)-(x-1)}{x+1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)^2}$$

$$=\frac{2x+2-x+1}{x+1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)^2}$$

$$=\frac{x+3}{x+1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)^2}$$

$=\frac{x-1}{x+3}$，

当$x=2$时，原式$=\frac{2-1}{2+3}=\frac{1}{5}$.

23. 证明：$\because\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore AC=BC$，$\angle CAB=\angle ACB=60°$，

$\therefore \angle DAC=\angle BCE=120°$，

$\because AD=CE$，

$\therefore\triangle ACD\cong\triangle CBE(SAS)$.

24. $k<3$，且$k\neq-12$

25 解：(1)如图，

略

(2)证明：如图，连接 MN，

略

$\because BM$是$\angle ABC$的角平分线，$\angle ABC=60°$，

$\therefore \angle NBM=\angle MBC=30°$，

$\because \angle A=30°$，

$\therefore \angle A=\angle MBC$，$AM=BM$，

$\because N$为 AB 中点，

$\therefore AN=BN$，

$$\therefore \angle ANM=\angle BNM=90°$$

$\because \angle C=90°$，

$\therefore MN=MC$，

在$RT\triangle ANM$和$RT\triangle BCM$中，

$$\begin{cases}MN=MC\\AM=BM\end{cases}$$

$\therefore RT\triangle ANM$和$RT\triangle BCM(HL)$

$\therefore\triangle AMN\cong\triangle BMN$.

26. 解：(1)0, 1, 2, 4, 5, 8, 9 之一均可

$\because 29 == 2^2+5^2$，

$\therefore 29$是“智慧数”；

(2)$S=x^2+4y^2+4x-12y+k$

$=(x^2+4x+4)+(4y^2-12y+9)+k-13$

$=(x+2)^2+(2y-3)^2+k-13$，

x、y都是整数，S为“智慧数”，

$\therefore k-13=0$，

$k=13$；

(3) $\because m$，n都是“智慧数”，

$\therefore$设$m=a^2+b^2$，$n=c^2+d^2$，

$\therefore mn=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$

$=a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2$

$=(a^2c^2+2abcd+b^2d^2)+(b^2c^2-2abcd+a^2d^2)$

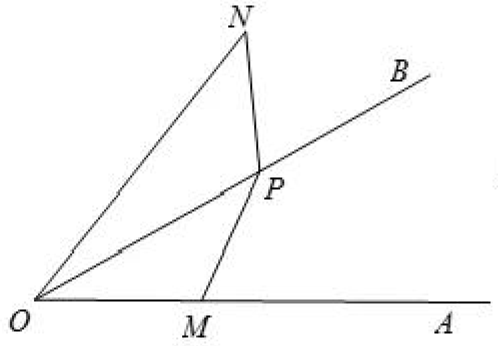
$=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$，

$\because a$、b、c、d为整数，则$ac+bd$和$ad-bc$也是整数，

$\therefore mn$是“智慧数”．

27.

【答案】解：(1)



如图所示.

(2)设$\angle OPM=\alpha$，

$\because$线段PM绕点P顺时针旋转$150°$得到线段PN

$\therefore \angle MPN=150°$，$PM=PN$

$\therefore \angle OPN=\angle MPN-\angle OPM=150°-\alpha$

$\because \angle AOB=30°$

$\therefore \angle OMP=180°-\angle AOB-\angle OPM=180°-30°-\alpha=150°-\alpha$

$\therefore \angle OMP=\angle OPN$

(3)当$\angle PDO=45°$时，总有$ON=EP$，证明如下：

过点P作$PC\perp OD$于点C,过点N作$NF\perp OB$于点F，如下图.

$\therefore \angle NFP=\angle PCM=\angle PCE=90°$

$\because \angle OMP=\angle OPN$

$\therefore 180°-\angle OMP=180°-\angle OPN$

即$\angle PMC=\angle NPF$

在$\triangle PDM$与$\triangle NCP$中

$$\begin{cases}\angle PCM=\angle NFP\\ \angle PMC=\angle NPF\\ PM=NP\end{cases}$$

$\therefore \triangle PCM\cong\triangle NFP(AAS)$

$\therefore PC=NF$，$CM=FP$

$\because \angle AOB=30°$，$OP=2PC=2CD$

$\because$点M关于点D的对称点为E，

$\therefore DE=DM=CM+CD$

$\therefore CE=CD+DE=CM+2CD$

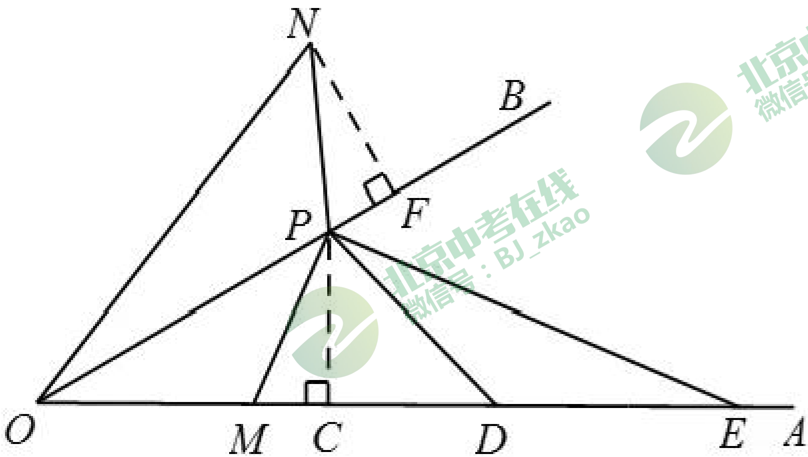
$\therefore OF=CE$

在$\triangle OFN$与$\triangle ECP$中

$$\begin{cases} OF = CE \\ \angle OFN = \angle ECP \\ NF = PC \end{cases}$$

$\therefore \triangle OFN \cong \triangle ECP(SAS)$

$\therefore ON = EP$.



28.答案：（Ⅰ）②

（Ⅱ）（i）169

（Ⅱ）（ii）108

（Ⅱ）（iii）48