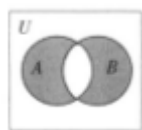


# 2023 北京民大附中高一 10 月月考

## 数 学

一、单项选择题。本题共 10 道小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题意的。（每小题 4 分，共 40 分）

1. 设集合  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 < x < 2\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $(0, 1)$       B.  $(0, 2)$       C.  $\{0, 1\}$       D.  $\{0, 1, 2\}$
2. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B) =$  ( )  
 A.  $U$       B.  $\{1, 2, 4, 5\}$       C.  $\{3\}$       D.  $\emptyset$
3. 已知集合  $A = \{x \mid x + 1 \geq 0\}$ , 集合  $B = \{x \mid x - 2 \leq 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$       B.  $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$       C.  $\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$       D.  $\{x \mid -2 \leq x \leq -1\}$
4. 集合  $A = \{x \mid x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$ ,  $B = \{x \mid 1 < x < 5\}$ , 则集合  $A \cup B$  等于 ( )  
 A.  $[-1, 5)$       B.  $(-1, 5)$       C.  $(1, 4]$       D.  $(1, 4)$
5. 不等式  $(1 - x)(2 + x) > 0$  的解集为 ( )  
 A.  $(-2, 1)$       B.  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$       D.  $(-1, 2)$
6. 在如图所示的韦恩图中,  $A, B$  均是非空集合, 则阴影部分表示的集合为 ( )



- A.  $A \cup (\complement_U B)$       B.  $\complement_U(A \cup B)$   
 C.  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$       D.  $(A \cup B) \cap \complement_U(A \cap B)$
7. 设集合  $M = \{2m - 1, m - 3\}$ , 若  $-3 \in M$ , 则实数  $m =$  ( )  
 A. 0      B. -1      C. 0 或 -1      D. 0 或 1
8. 设  $P = \{x \mid x < 4\}$ ,  $Q = \{x \mid x^2 < 4\}$ , 则 ( )  
 A.  $P \subseteq Q$       B.  $Q \subseteq P$       C.  $P \subseteq \complement_{\mathbb{R}} Q$       D.  $Q \subseteq \complement_{\mathbb{R}} P$
9. 下列说法正确的是 ( )  
 A. 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$       B. 若  $a > b$ , 则  $a - 1 < b - 2$   
 C. 若  $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ , 则  $a > b$       D. 若  $a > b$ , 则  $a^2 > b^2$
10. 已知集合  $A = \{-1, 1\}$ ,  $B = \{x + y \mid x \in A, y \in A\}$ ,  $C = \{x - y \mid x \in A, y \in A\}$ , 则 ( )  
 A.  $B = C$       B.  $B \subsetneq C$       C.  $B \cap C = \emptyset$       D.  $B \cup C = A$

二、填空题, 本题共 5 道小题 (每小题 4 分, 共 20 分)

11. 不等式  $\frac{1-x}{1+x} < 1$  的解集是 \_\_\_\_\_.

12. “设  $a, b, c$  是任意实数, 若  $a < b$ , 则  $ac < bc$ ” 是假命题, 写出一个符合题意的  $c$  的值为 \_\_\_\_\_.
13. 设  $a = \sqrt{7}$ ,  $b = 3 - \sqrt{3}$ , 则  $a$  \_\_\_\_\_  $b$  (填入 “>” 或 “<”).
14. 集合  $A = \{-1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x \geq a\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
15. 一个车辆制造厂引进了一条摩托车整车装配流水线, 这条流水线生产的摩托车数量  $x$  (单位: 辆) 与创造的价值  $y$  (单位: 元) 之间的关系为:  $y = -20x^2 + 2200x$ , 如果这家工厂希望在一个星期内利用这条流水线创收 60000 元以上, 请你给出一个该工厂在这周内生成的摩托车数量的建议, 使工厂能够达成这个周创收目标, 那么你的建议是 \_\_\_\_\_.

**三、解答题, 本题共 4 道小题。(每小题 10 分, 共 40 分)**

16. (10 分) 已知全集  $U = \mathbb{R}$ , 集合  $A = \{x | \frac{x-4}{x} \leq 0\}$ ,  $B = \{x | |x| > 2\}$ .
- (1) 求  $A \cap B$ ;
- (2) 求  $(\complement_U A) \cup B$ .
17. (10 分) 关于  $x$  的不等式  $x^2 - 2x + c < 0$  的解集为  $A$ .
- (1) 当  $c = -3$  时, 求  $A$ ;
- (2) 若  $A = \emptyset$ , 求  $c$  的取值范围.
18. (10 分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $(a+2)x^2 + 2ax + 1 = 0$ .
- (1) 求实数  $a$  的取值范围;
- (2) 若方程有两个实数根且  $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = 3$ , 求实数  $a$  的值.
19. (10 分) 若集合  $A = \{x | m - 1 < x < m^2 + 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 < 4\}$ .
- (1) 当  $m = 2$  时, 求  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ;
- (2) 若  $A \cap B = A$ , 求实数  $m$  的取值范围.

## 参考答案

一、单项选择题。本题共 10 道小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题意的。（每小题 4 分，共 40 分）

1. 【分析】进行交集的运算即可。

【解答】解：∵  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 < x < 2\} = \{0, 1\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,

∴  $A \cap B = \{0, 1\}$ .

故选：C.

【点评】本题考查了集合的描述法和列举法的定义，交集及其运算，考查了计算能力，属于基础题.

2. 【分析】由补集的定义求出  $C_U A$ ,  $C_U B$ , 再由交集的定义即可求解.

【解答】解：因为  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $C_U A = \{4, 5\}$ ,

$B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C_U B = \{1, 2\}$ ,

故  $(C_U A) \cap (C_U B) = \emptyset$ .

故选：D.

【点评】本题主要考查补集及其运算，属于基础题.

3. 【分析】求出集合  $A$ , 集合  $B$ , 利用交集定义能求出  $A \cap B$ .

【解答】解：集合  $A = \{x \mid x+1 \geq 0\} = \{x \mid x \geq -1\}$ ,

集合  $B = \{x \mid x-2 \leq 0\} = \{x \mid x \leq 2\}$ ,

则  $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ .

故选：A.

【点评】本题考查交集定义、不等式性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

4. 【分析】由已知结合集合并集运算即可求解.

【解答】解：因为  $A = \{x \mid x^2 - 3x - 4 \leq 0\} = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$ ,  $B = \{x \mid 1 < x < 5\}$ ,

则集合  $A \cup B = [-1, 5)$ .

故选：A.

【点评】本题主要考查了集合的并集运算，属于基础题.

5. 【分析】由一元二次不等式的解法直接求解即可.

【解答】解：不等式  $(1-x)(2+x) > 0$  可化为  $(x-1)(x+2) < 0$ ,

解得  $-2 < x < 1$ ,

所以不等式  $(1-x)(2+x) > 0$  的解集为  $(-2, 1)$ .

故选：A.

【点评】本题考查了一元二次不等式的解法与应用问题，是基础题.

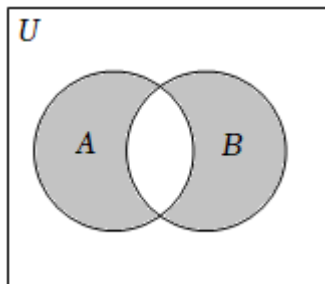
6. 【分析】利用韦恩图、交集、并集、补集的定义直接求解.

【解答】解：在如图所示的韦恩图中， $A, B$  均是非空集合，

则阴影部分表示的集合为：

$$(A \cup B) \cap \complement_U (A \cap B).$$

故选：D.



【点评】本题考查集合的求法，考查韦恩图、交集、并集、补集等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

7. 【分析】根据元素与集合的关系，分别讨论  $2m - 1 = -3$  和  $m - 3 = -3$  两种情况，求解  $m$  并检验集合的互异性，可得到答案.

【解答】解：设集合  $M = \{2m - 1, m - 3\}$ ,

$$\because -3 \in M, \therefore 2m - 1 = -3 \text{ 或 } m - 3 = -3,$$

当  $2m - 1 = -3$  时， $m = -1$ ，此时  $M = \{-3, -4\}$ ;

当  $m - 3 = -3$  时， $m = 0$ ，此时  $M = \{-3, -1\}$ ;

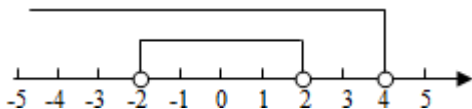
所以  $m = -1$  或  $0$ .

故选：C.

【点评】本题主要考查元素与集合的关系，考查运算求解能力，属于基础题.

8. 【分析】此题只要求出  $x^2 < 4$  的解集  $\{x | -2 < x < 2\}$ ，画数轴即可求出.

【解答】解： $P = \{x | x < 4\}$ ， $Q = \{x | x^2 < 4\} = \{x | -2 < x < 2\}$ ，如图所示，



可知  $Q \subseteq P$ ,

故选：B.

【点评】此题需要学生熟练掌握子集、真子集和补集的概念，主要考查了集合的基本运算，属容易题.

9. 【分析】根据不等式的性质可判断  $A, B, C$ ；举反例可判断  $D$ .

【解答】解：对于  $A$ ，当  $c = 0$  时，则  $a > b$  时， $ac^2 = bc^2$ ， $A$  错误；

对于  $B$ ，若  $a > b$ ，则  $a - 1 > b - 1 > b - 2$ ， $B$  错误；

对于  $C$ ，若  $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ ，则  $c \neq 0$ ，即  $c^2 > 0$ ，故  $a > b$ ， $C$  正确；

对于  $D$ ，若  $a > b$ ，不妨取若  $a = -1 > b = -2$ ，则  $a^2 < b^2$ ， $D$  错误.

故选：C.

【点评】本题主要考查不等式的基本性质及特值法的应用，属于基础题.

10. 【分析】利用列表法求集合  $A, B$ ，进而结合集合间的关系和运算逐项分析判断.

【解答】解：集合  $A = \{-1, 1\}$ ， $B = \{x + y | x \in A, y \in A\} = \{-2, 0, 2\}$ ，

$$C = \{x - y | x \in A, y \in A\} = \{-2, 0, 2\},$$

故  $B = C$ .

故选:  $A$ .

【点评】本题主要考查集合的运算, 属于基础题.

## 二、填空题, 本题共 5 道小题 (每小题 4 分, 共 20 分)

11. 【分析】将分式不等式转化成整式不等式即可.

$$\text{【解答】解: } \because \frac{1-x}{1+x} < 1, \therefore \frac{1-x}{1+x} - 1 = \frac{1-x-1-x}{1+x} = \frac{-2x}{1+x} < 0,$$

$$\therefore x(x+1) > 0, \therefore x > 0 \text{ 或 } x < -1,$$

则不等式  $\frac{1-x}{1+x} < 1$  的解集是  $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ .

故答案为:  $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ .

【点评】本题考查分式不等式, 属于基础题.

12. 【分析】直接利用不等式的性质求出结果.

【解答】解: 设  $a, b, c$  是任意实数, 若  $a < b$ , 则  $ac < bc$  是假命题, 当  $c = -2, -1, 0$  时, 满足条件; (答案不唯一).

故答案为:  $-2, -1, 0$  (答案不唯一).

【点评】本题考查的知识要点: 不等式的性质, 主要考查学生的理解能力和计算能力, 属于基础题.

13. 【分析】由已知利用比较法即可比较大小.

$$\text{【解答】解: 因为 } (\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 = 10 + 2\sqrt{21} > 9,$$

$$\text{所以 } \sqrt{7} + \sqrt{3} > 3,$$

$$\text{所以 } \sqrt{7} > 3 - \sqrt{3}.$$

故答案为:  $>$ .

【点评】本题主要考查了比较法在不等式大小比较中的应用, 属于基础题.

14. 【分析】根据  $A \subseteq B$ , 画出数轴可得出答案.

$$\text{【解答】解: 因为集合 } A = \{-1 \leq x \leq 1\}, B = \{x | x \geq a\}, \text{ 且 } A \subseteq B,$$

所以  $a \leq -1$ .

故答案为:  $(-\infty, -1]$ .

【点评】本题主要考查集合的运算, 属于基础题.

15. 【分析】根据已知条件, 推得  $-20x^2 + 2200x > 60000$ , 解出  $x$  的取值范围, 再结合  $x$  为正整数, 即可求解.

$$\text{【解答】解: 由题意可知, } -20x^2 + 2200x > 60000, \text{ 化简整理可得, } x^2 - 110x + 3000 < 0, \text{ 解得 } 50 < x < 60,$$

$\therefore x$  为正整数,

$\therefore$  使工厂能够达成这个周创收目标, 那么我的建议是该工厂在这周内生成的摩托车数量为 51 到 59 辆.

故答案为: 该工厂在这周内生成的摩托车数量为 51 到 59 辆.

【点评】本题主要考查函数的实际应用, 考查转化能力, 属于中档题.

三、解答题，本题共4道小题。（每小题10分，共40分）

16. 【分析】（1）解出集合  $A$ 、 $B$ ，利用交集的定义可求得集合  $A \cap B$ ；

（2）利用补集和并集的定义可求得集合  $(\complement_U A) \cup B$ 。

【解答】解：（1）因为集合  $A = \{x \mid \frac{x-4}{x} \leq 0\} = \{x \mid 0 < x \leq 4\}$ ， $B = \{x \mid |x| > 2\} = \{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ ，

因此  $A \cap B = \{x \mid 2 < x \leq 4\}$ ；

（2）因为全集  $U = \mathbb{R}$ ，

由（1）可得  $\complement_U A = \{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x > 4\}$ ，

因此  $(\complement_U A) \cup B = \{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x > 2\}$ 。

【点评】本题主要考查集合的运算，属于基础题。

17. 【分析】（1）由题意得  $x^2 - 2x - 3 < 0$ ，求解即可得出答案；

（2）题意转化为方程  $x^2 - 2x + c = 0$  无实数根，利用根的判别式，即可得出答案。

【解答】解：（1）当  $c = -3$  时， $x^2 - 2x - 3 < 0$ ，即  $(x-3)(x+1) < 0$ ，解得  $x \in (-1, 3)$ ，

$\therefore A = (-1, 3)$ ；

（2）题意转化为方程  $x^2 - 2x + c = 0$  无实数根，即  $\Delta \leq 0$ ，即  $\Delta = 4 - 4c \leq 0$ ，解得  $c \geq 1$ ，

$\therefore c$  的取值范围为  $[1, +\infty)$ 。

【点评】本题考查一元二次不等式的解法，考查转化思想，考查逻辑推理能力和运算能力，属于基础题。

18. 【分析】（1）由题意，根据一元二次方程的定义，求出  $a$  的范围。

（2）由题意，利用韦达定理，计算求得实数  $a$  的值。

【解答】解：（1） $\because$  关于  $x$  的一元二次方程为  $(a+2)x^2 + 2ax + 1 = 0$ ，

$\therefore a+2 \neq 0$ ，求得  $a \neq -2$ 。

故实数  $a$  的取值范围为  $\{a \mid a \neq -2\}$ 。

（2）若关于  $x$  的一元二次方程  $(a+2)x^2 + 2ax + 1 = 0$  有两个实数根，

且  $x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - x_1 \cdot x_2 = 3$ ，

则  $\Delta = (2a)^2 - 4(a+2) \geq 0$ ，且  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2a}{a+2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{a+2} \end{cases}$ 。

解得  $a \geq 2$  或  $a \leq -1$ ，且  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2a}{a+2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{a+2} \end{cases}$ 。

故有  $(-\frac{2a}{a+2})^2 - \frac{1}{a+2} = 3$ ，化简可得  $(a-14)(a+1) = 0$ ，

求得  $a = 14$  或  $a = -1$ 。

【点评】本题主要考查一元二次方程的定义和解法，韦达定理的应用，属于基础题。

19. 【分析】（1）解一元二次不等式求集合  $B$ ，应用集合交并运算即可求解；

(2) 由题设有  $A \subseteq B$ , 再列不等式组求参数范围.

**【解答】**解: (1) 由  $m=2$ , 则  $A = \{x | 1 < x < 5\}$ , 而  $B = \{x | x^2 < 4\} = \{x | -2 < x < 2\}$ ,  
所以  $A \cup B = \{x | -2 < x < 5\}$ ,  $A \cap B = \{x | 1 < x < 2\}$ ;

(2) 由  $A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B$ , 而  $B = \{x | -2 < x < 2\}$ ,

若  $m-1 \geq m^2+1 \Rightarrow m^2-m+2 = (m-\frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} \leq 0$ , 显然不成立, 即  $A \neq \emptyset$ ,

所以  $\begin{cases} m-1 \geq -2 \\ m^2+1 \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq m \leq 1$ ,

故  $m$  的取值范围为  $[-1, 1]$ .

**【点评】** 本题主要考查了集合的并集及交集运算, 还考查了集合包含关系的应用, 属于基础题.