

清华附中高一新生入学分班考试

数学试题



总分：150分

时量：120分钟

第I卷

一. 选择题（本大题共10小题，每小题5分，共50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 下列运算正确的是（ ）。

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^8 \div a^4 = a^2$ C. $a^3 + a^3 = 2a^6$ D. $(a^3)^2 = a^6$

2. 一元二次方程 $2x^2 - 7x + k = 0$ 的一个根是 $x_1 = 2$, 则另一个根和 k 的值是（ ）

A. $x_2 = 1, k = 4$ B. $x_2 = -1, k = -4$ C. $x_2 = \frac{3}{2}, k = 6$ D. $x_2 = -\frac{3}{2}, k = -6$

3. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - kx + 2 = 0$ 中, k 是投掷骰子所得的数字 (1, 2, 3, 4, 5, 6), 则该二次方程有两个不等实数根的概率 $P =$ ()

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

4. 二次函数 $y = -x^2 - 4x + 2$ 的顶点坐标、对称轴分别是()

A. $(-2, 6), x = -2$ B. $(2, 6), x = 2$ C. $(2, 6), x = -2$ D. $(-2, 6), x = 2$

5. 已知关于 x 的方程 $|5x-4|+a=0$ 无解, $|4x-3|+b=0$ 有两个解, $|3x-2|+c=0$ 只有一个解, 则化简 $|a-c|+|c-b|-|a-b|$ 的结果是 ()

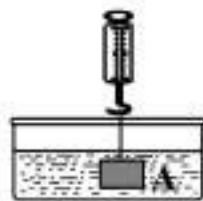
A、 $2a$

B、 $2b$

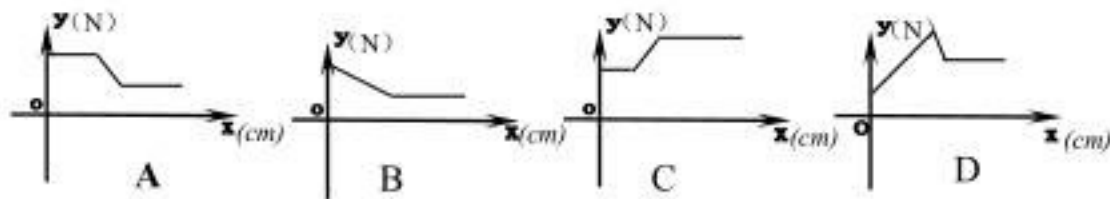
C、 $2c$

D、 0

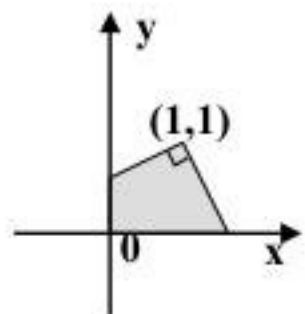
6. 在物理实验课上, 小明用弹簧称将铁块 A 悬于盛有水的水槽中, 然后匀速向上提起, 直至铁块完全露出水面一定高度, 则下图能反映弹簧称的读数 y (单位 N) 与铁块被提起的高度 x (单位 cm) 之间的函数关系的大致图象是 ()



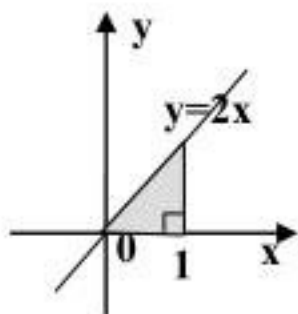
第 6 题图



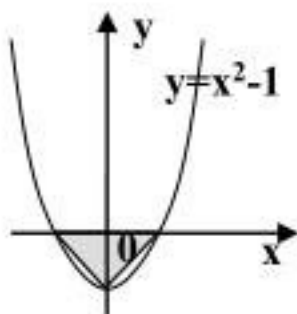
7. 下列图中阴影部分的面积与算式 $|\frac{-3}{4}| + (\frac{1}{2})^2 + 2^{-1}$ 的结果相同的是 ()



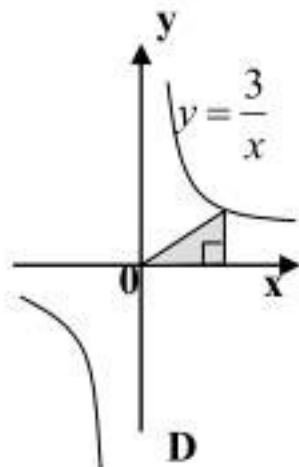
A



B



C



D

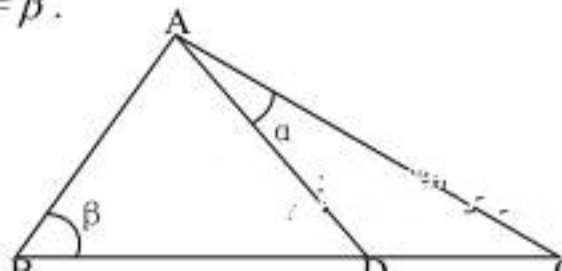
8. 已知四边形 S_1 的两条对角线相等, 但不垂直, 顺次连结 S_1 各边中点得四边形 S_2 , 顺次连结 S_2 各边中点得四边形 S_3 , 以此类推, 则 S_{2006} 为 ()

- A. 是矩形但不是菱形; B. 是菱形但不是矩形;
C. 既是菱形又是矩形; D. 既非矩形又非菱形.

9. 如图, D 是直角 $\triangle ABC$ 斜边 BC 上一点, $AB=AD$, 记 $\angle CAD = \alpha$, $\angle ABC = \beta$.

若 $\alpha = 10^\circ$, 则 β 的度数是

- A. 40° B. 50°



17. (本小题满分 10 分)

如图, 等腰三角形 ABC 中, $AB=AC$, 以 AC 为直径作圆, 交 AB 于 D, 交 BC 于 E,

(1) 求证: $EC=ED$

(2) 已知: $AB=5$, $BC=6$, 求 CD 长。



18. (本小题满分 12 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2k+1)x + 4(k - \frac{1}{2}) = 0$.

(1) 求证: 无论 k 取何值, 这个方程总有实数根;

(2) 若等腰三角形 ABC 的一边长 $a=4$, 另两边的长 b 、 c 恰好是这个方程的两个根, 求三角形 ABC 的周长.

20. (本小题满分 14 分)

已知抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2 + 3mx + 18m^2 - m$ 与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ ($x_1 < x_2$) 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, b)$, O 为原点.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 $m > \frac{1}{18}$ 且 $OA+OB=3OC$, 求抛物线的解析式及 A 、 B 、 C 的坐标.

(3) 在 (2) 的情形下, 点 P 、 Q 分别从 A 、 O 两点同时出发以相同的速度沿 AB 、 OC 向 B 、 C 运动, 联结 PQ 与 BC 交于 M , 设 $AP=k$, 问是否存在 k , 使以 P 、 B 、 M 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似. 若存在, 求所有的 k 值, 若不存在说明理由.

