首都师大附中 2023—2024 学年第一学期期中练习

高二数学（1-4 班）

命题人：高二数学组　　审核人：高二数学组

第Ⅰ卷（共 40 分）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题所列出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的）

1、已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线经过点 $(1,2)$，则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　　　B. $\sqrt{3}$　　　　C. 2　　　　D. $\sqrt{5}$

2、“$a=\dfrac{3}{2}$”是“直线 $x+2ay-1=0$ 和直线 $(a-1)x+ay+1=0$ 平行”的

A．充要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充分不必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

3. 已知直线 $y=kx+2$ 与圆 $C:x^2+y^2=2$ 交于 A,B 两点，且 $|AB|=2$，则 k 的值为

(0,2)

A. $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B. $\pm\sqrt{3}$　　　　C. $\sqrt{3}$　　　　D. 2

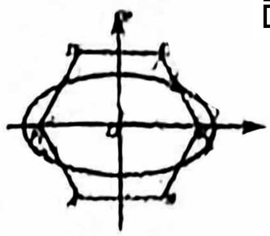
4、点 $P(-2,-1)$ 到直线 $l:mx+y-m-1=0(m\in\mathbf{R})$ 的距离最大时，直线 l 的方程为

A．$2x-3y-2=0$　　B．$3x+2y+8=0$　　C．$3x+2y-5=0$　　D．$2x-3y+1=0$

5．已知圆 $C:(x-2)^2+(y+a)^2=2(a\in\mathbf{R})$ 关于直线 $l:y=x-1$ 对称．过点 $P(2a,a)$ 作圆 C 的两条切线 PA 和 PB，切点分别为 A,B，则 $|AB|=$

A. $\dfrac{4\sqrt{15}}{3}$　　　　B. $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$　　　　C. $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$　　　　D. $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

6、如图，椭圆$\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点分别是$F_1$，$F_2$，正六边形$ABF_2CDF_1$的一边$F_2C$的中点恰好在椭圆$\Gamma$上，则椭圆$\Gamma$的离心率是



A. $\frac{2\sqrt{3}-1}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{13}-1}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{14}-1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{15}-1}{3}$

7、两个曲线方程$C_1:\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$；$C_2:x^4+y^4=1$，我们可以推断出它们的性质，其中错误的是

A、曲线C_1关于$y=x$对称　(x,y)　(y,x)

B、曲线C_2关于原点对称　(x,y)　$(-x,-y)$

C、曲线C_1与坐标轴在第一象限围成的图形面积$S_1<\frac{1}{2}$

D、曲线C_2与坐标轴在第一象限围成的图形面积$S_2<\frac{\pi}{4}$

8、已知圆$C:x^2+y^2=8$，MN为圆C的动弦，且满足$|MN|=4$，G为弦MN的中点，P,Q是直线$l:y=x-4$上两动点，且$|PQ|=4$，MN运动时，$\angle PGQ$始终为锐角，则线段PQ中点的横坐标取值范围是

A. $(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$　　B. $(-\infty,0)\cup(8,+\infty)$　　C. $(0,4)$　　D. $(0,8)$

第II卷（共60分）

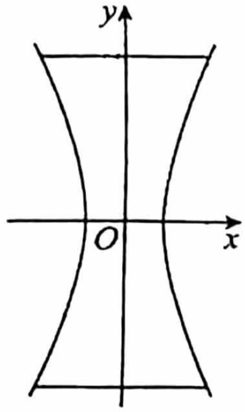
二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分）

9、已知焦点在x轴上的椭圆$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{4}=1$离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，则实数$m$等于________

10、如图，这是一个落地青花瓷，其外形被称为单叶双曲面，可以看成是双曲线C

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的一部分绕其虚轴所在直线旋转所形成的曲面. 若该花瓶横截面圆的最小直径为8cm，瓶高等于双曲线C的虚轴长，则该花瓶的瓶口直径为________cm.

a=4

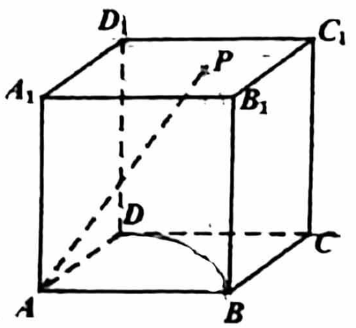


11. 已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$的焦点为$F_1$、$F_2$，点$P$为椭圆$C$上的一个动点，则当$\angle F_1PF_2$为钝角时，点$P$的横坐标的取值范围是________.

12. 已知抛物线$C:y^2=2px\ (p>0)$，P为C上一点，$PQ\perp x$轴，垂足为Q，F为C的焦点，O为原点. 若$\angle POQ=45°$，则$\cos\angle PFQ=$________.

13. 已知直线$l_1:mx-y-3m+1=0$与直线$l_2:x+my-3m-1=0$相交于点P，$m\in\mathbf{R}$，则点P到坐标原点O的距离的最小值为________.

14. 如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为a，点P在正方体的表面上运动，且$AP=\sqrt{2}a$，若动点P的轨迹的长度为3π，则棱长a为________.



三、解答题（本大题共 4 小题，共 50 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。）

15（本题 10 分）

已知圆 O：$x^2+y^2=2$，直线 l：$y=kx-2$.

(1)若直线 l 与圆 O 相切，求 k 的值；

(2)若直线 l 与圆 O 交于不同的两点 A、B，当 $\angle AOB$ 为直角时，求 k 的值.

16（本题 14 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，$P(0,1)$，过 P 点斜率为 k 的直线与椭圆 C 交于另一点为 Q，

(1)若 ΔPOQ 的面积为 $\dfrac{8}{17}$，求 k 的值；

(2)若直线 $y=x+m$ 与椭圆 C 交于 M,N、N 两点，且 $|PM|=|PN|$，求 m 的值.

17（本题 13 分）

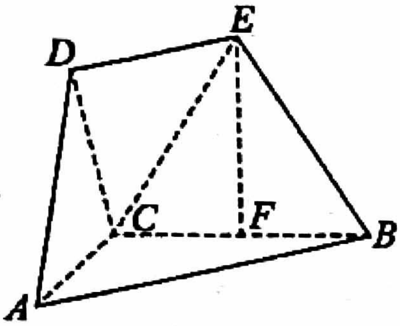
已知在多面体 $ABCDE$ 中，$DE \parallel AB$，$AC \perp BC$，$BC=4, AC=2$，

$AB=2DE$，

$DA=DC$ 且平面 $DAC \perp$ 平面 ABC.

(1) 设点 F 为线段 BC 的中点，试证明 $EF \perp$ 平面 ABC；

(2) 若直线 BE 与平面 ABC 所成的角为 60°，求二面角 $B-AD-C$ 的余弦值.



18（本题 13 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左顶点为 $A(-2,0)$，圆 $O:x^2+y^2=1$ 经过椭圆 C 的上、下顶点.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程和焦距；

（Ⅱ）已知 P,Q 分别是椭圆 C 和圆 O 上的动点（P,Q 不在坐标轴上），且直线 PQ 与 x 轴平行，线段 AP 的垂直平分线与 y 轴交于点 M，圆 O 在点 Q 处的切线与 y 轴交于点 N．求线段 MN 长度的最小值.