

东城区 2019—2020 学年第二学期初三年级统一测试(二)

数学试卷参考答案及评分标准

2020.6

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	A	A	C	D	C	D

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. $3a(a-1)^2$ 10. 乙 11. 3 12. $(-1,2)$ 或 $(1,-2)$ 13. 3 14. 11 15. $\frac{4}{5}$

16. 93 方案(不唯一):一单:汉堡套餐 1 份,鸡翅、冰激凌、鸡块,共 55 元;一单:汉堡套餐 1 份、冰激凌、蔬菜沙拉,共 38 元.

三、解答题(本题共 68 分,第 17—22 题,每小题 5 分,第 23—26 题,每小题 6 分,第 27,28 题每小题 7 分)

17. 解:(1)作图略; 3 分
 (2) $COE, 90, 45$, 一条弧所对的圆周角是它所对圆心角的一半. 5 分

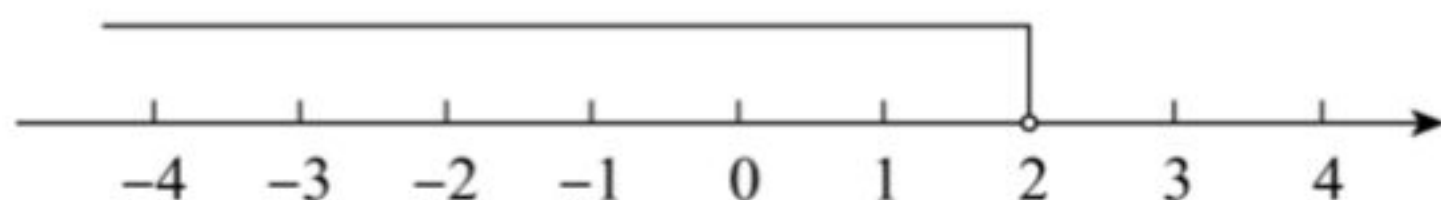
18. 解: $2(x-2)-5(x+4) > -30$.

$$2x-4-5x-20 > -30.$$

$$-3x > -6.$$

$$x < 2.$$

不等式的解集在数轴上表示为:



..... 5 分

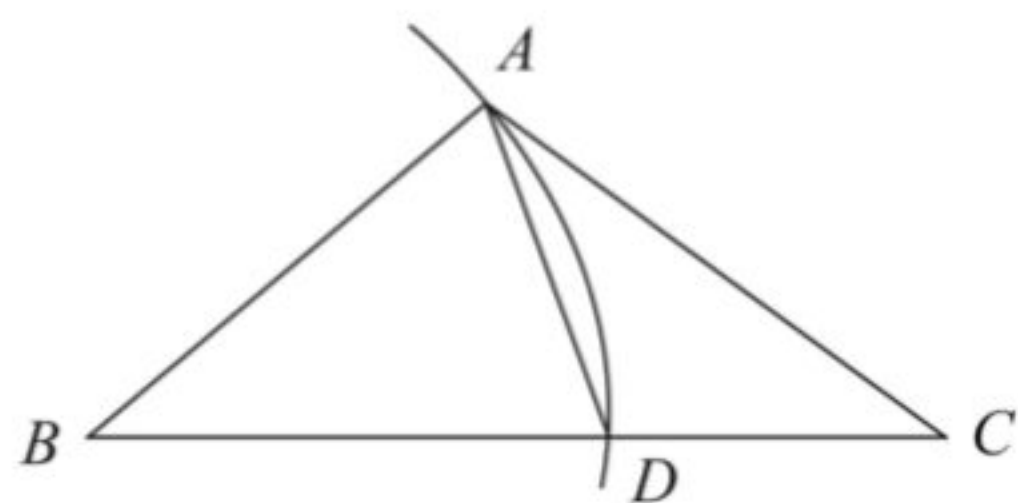
19. 解: $1 - \left(\frac{1}{a+3b} + \frac{6b}{a^2-9b^2} \right) \div \frac{a+3b}{a^2-6ab+9b^2}$
 $= 1 - \left[\frac{a-3b}{(a+3b)(a-3b)} + \frac{6b}{(a+3b)(a-3b)} \right] \div \frac{a+3b}{(a-3b)^2}$
 $= 1 - \frac{a-3b+6b}{(a+3b)(a-3b)} \cdot \frac{(a-3b)^2}{a+3b}$
 $= 1 - \frac{a-3b}{a+3b}$
 $= \frac{6b}{a+3b}$ 4 分

当 $a-2b=0$, 即 $a=2b$ 时,

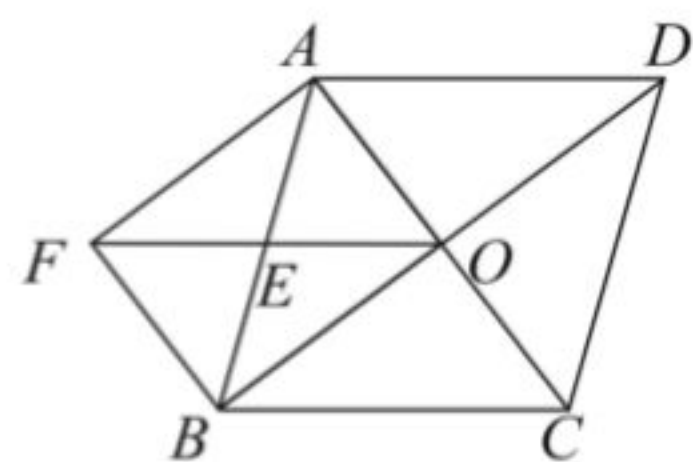
原式 $= \frac{6}{5}$ 5 分



20. 解:如图, $\because \angle B=40^\circ, \angle C=36^\circ,$
 $\therefore \angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=104^\circ.$ 1分
 由作图可知, $AB=DB.$ 2分
 $\therefore \angle BAD=\angle ADB=(180^\circ-\angle B)\div 2=70^\circ.$... 3分
 $\therefore \angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=34^\circ.$ 5分



21. (1) 证明: \because 点 E 是 AB 的中点, $EF=EO,$
 \therefore 四边形 $AOBF$ 是平行四边形.
 又 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore AC \perp BD,$ 即 $\angle AOB=90^\circ.$
 \therefore 四边形 $AOBF$ 是矩形. 2分



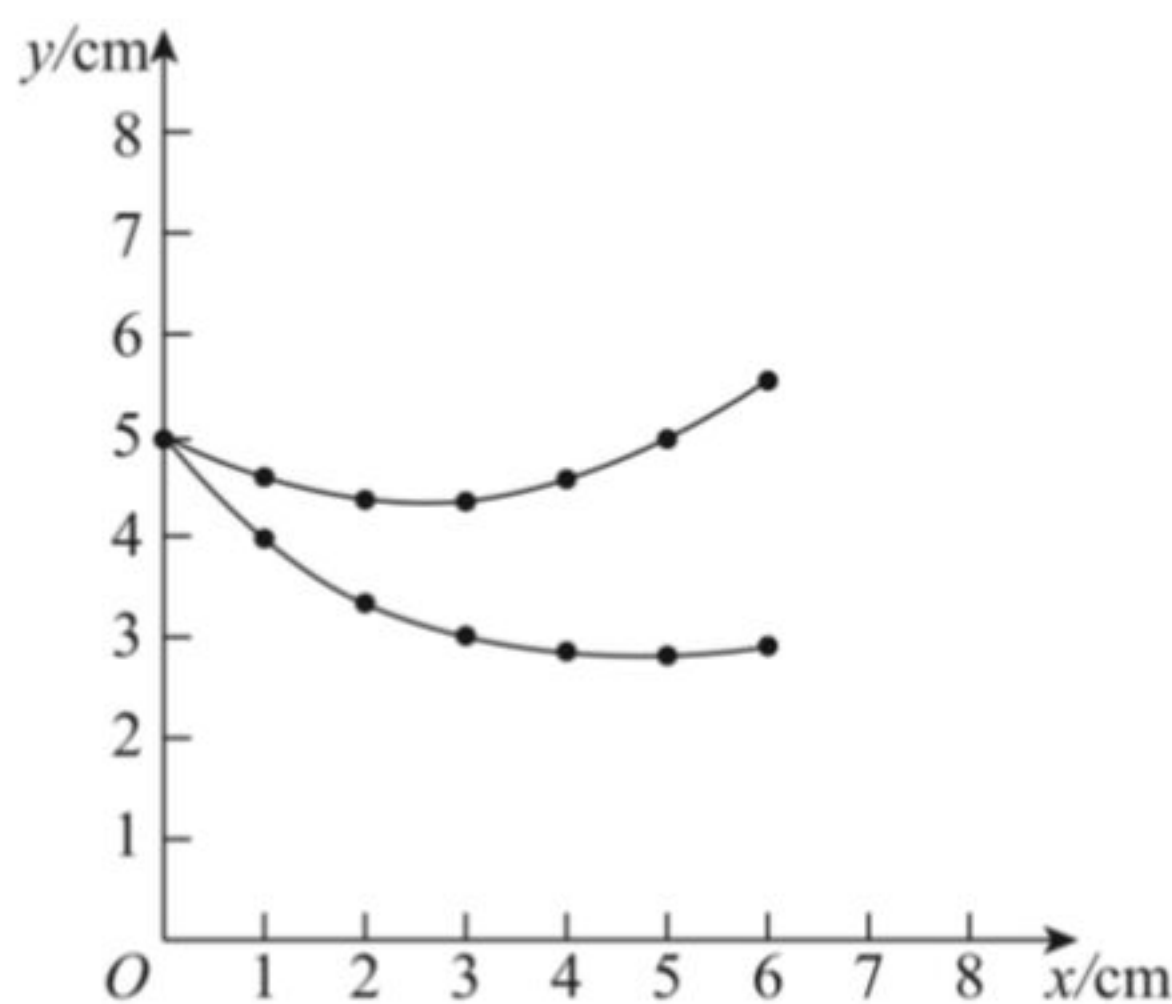
(2) 解: \because 四边形 $AOBF$ 是矩形,
 $\therefore AB=OF, \angle FAO=90^\circ.$
 又 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore AB=AD=5.$
 $\therefore OF=5.$
 在 $Rt\triangle AFO$ 中, $OF=5, \sin \angle AFO=\frac{3}{5},$
 $\therefore AO=3.$
 $\therefore AC=6.$ 5分

22. 解: (1) \because 反比例函数 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的图象经过点 $A(1, -4),$
 $\therefore k=-4.$
 又 \because 直线 $y=-2x+m$ 与 x 轴交于点 $B(1, 0),$
 $\therefore m=2.$ 2分

(2) 由题意可得, $PD=\left|2n-\frac{4}{n}\right|, PC=1.$
 点 D 在点 P 的下方时, 画出函数图象, 可得当 $PD=2PC$ 时, $n=1;$
 点 D 在点 P 的上方时, 画出函数图象, 可得当 $PD=2PC$ 时, $n=2.$
 综上, 当 $PD=2PC$ 时, $n=1$ 或 $n=2.$ 5分

23. 解: (1) 14. 2分
 (2) 略. 3分
 (3) 6. 3. 4分
 (4) ①, ②. 6分

24. 解: (1) $AP, DP, DQ.$ 3分
 (2) 如图所示: 5分



26. 解:(1)依据题意,得

$$4 = 36 - 30 + a - 2.$$

解得 $a = 0$.

$$\text{此时, } y = x^2 - 5x - 2.$$

所以顶点 C 的坐标为 $(\frac{5}{2}, -\frac{33}{4})$ 2 分

(2)当抛物线过 $A(0, 4)$ 时, $a = 6$;

当抛物线过 $B(6, 4)$ 时, $a = 0$;

当抛物线顶点在线段 AB 上时, $a = \frac{49}{4}$.

结合图象可知, a 的取值范围是 $0 \leq a < 6$ 或 $a = \frac{49}{4}$ 4 分

(3) $a = 8$ 6 分

27. 解:(1)图略; AD, BD, CD 之间的数量关系是 $AD^2 + BD^2 = CD^2$ 2 分

(2)如图,过点 A 作 $AE \perp AD$, 且 $AE = AD$, 连接 BE, DE .

$$\therefore \angle ADE = 45^\circ.$$

$$\text{可得 } DE^2 = AD^2 + AE^2 = 2AD^2.$$

$$\because \angle CAB = \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BAE.$$

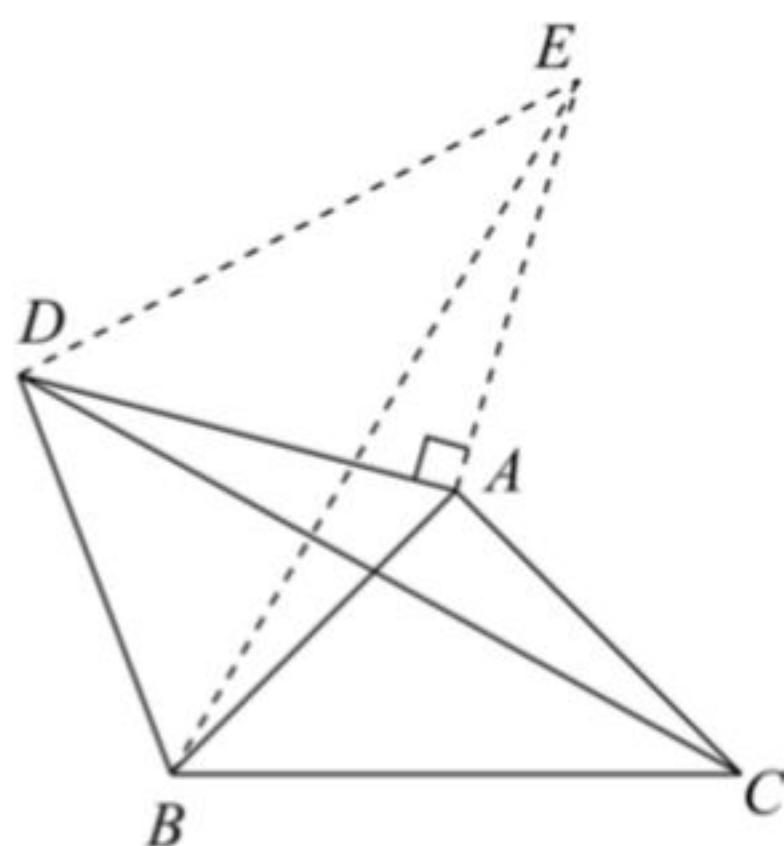
又 $\because AC = AB$,

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE. (\text{SAS})$$

$$\therefore CD = BE.$$

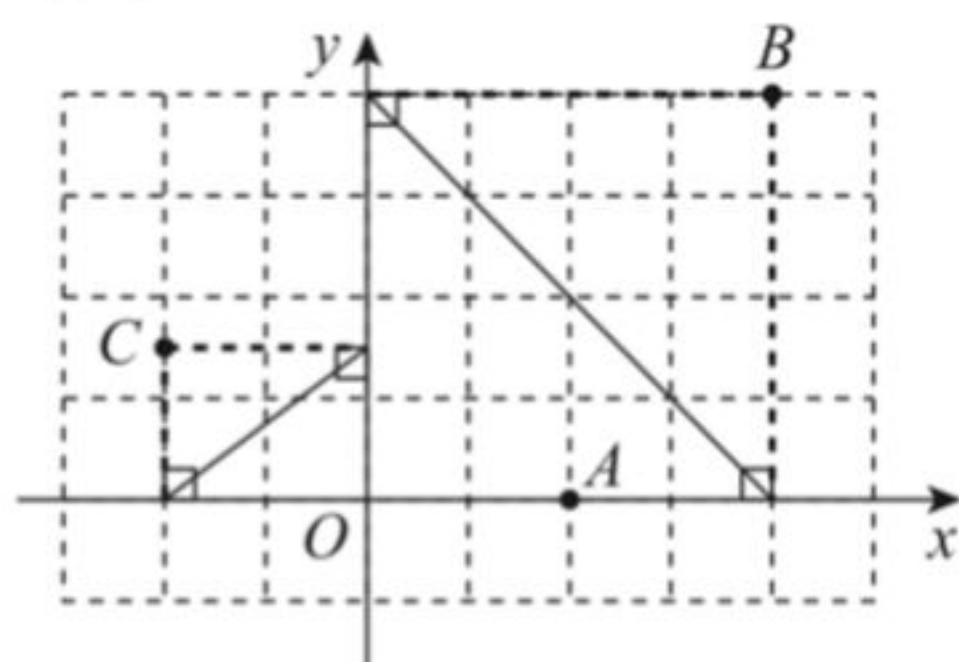
在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $DE^2 + BD^2 = BE^2$.

$$\therefore 2AD^2 + BD^2 = CD^2. \text{ 5 分}$$

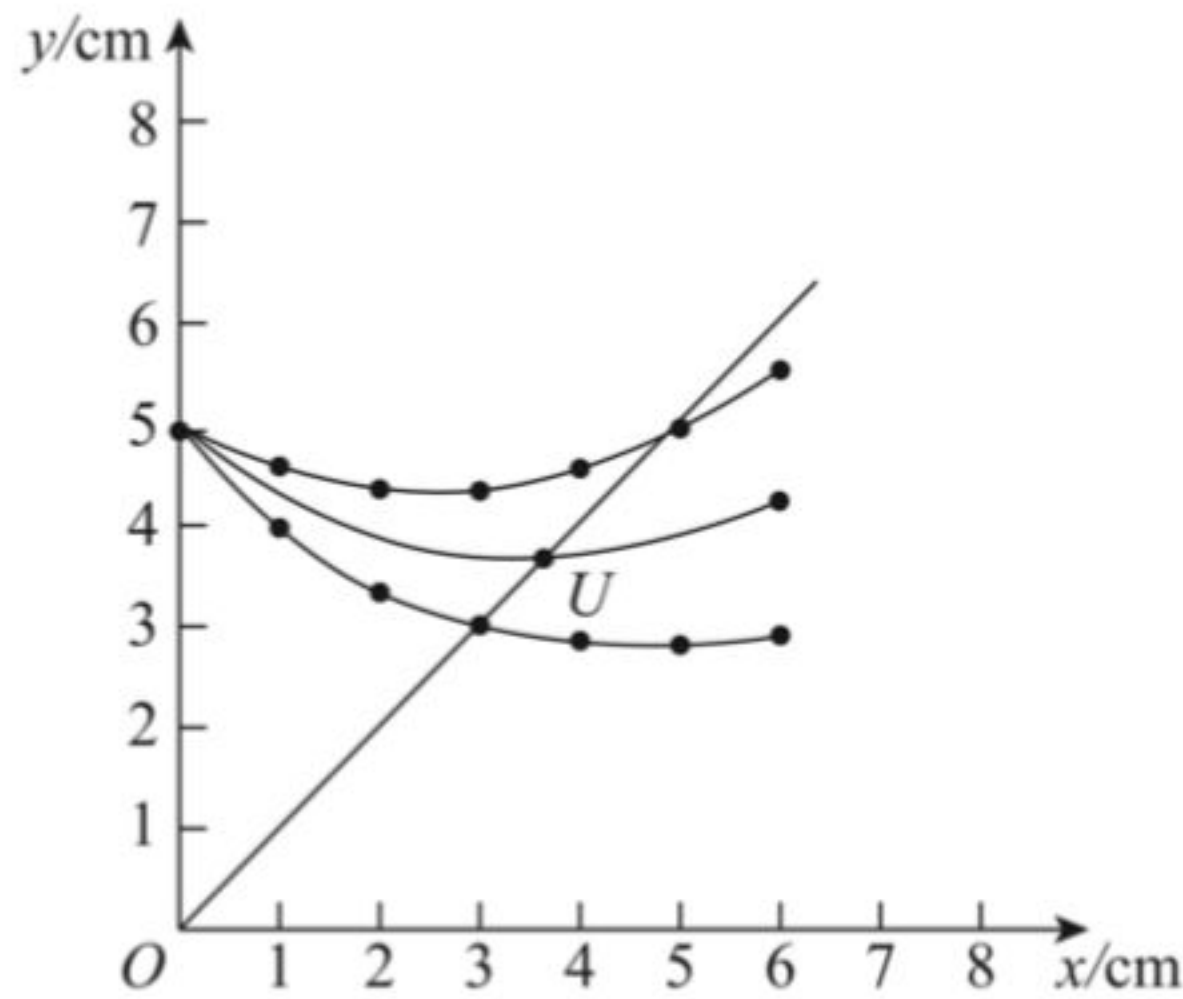


$$(3) (2\sin \frac{\alpha}{2} \cdot AD)^2 + BD^2 = CD^2. \text{ 7 分}$$

28. 解:(1) $h_A = 2, h_B = 4\sqrt{2}, h_C = \sqrt{6}$ 3 分

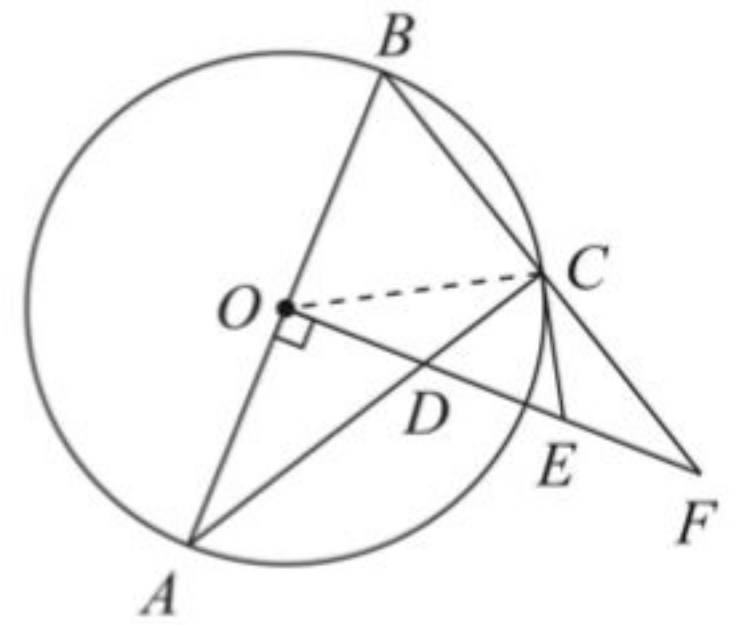


(3) AP 的长度约为 3.63 cm. 6 分



25. (1) 证明: 连接 OC.

$\because CE$ 与 $\odot O$ 相切, OC 是 $\odot O$ 的半径,
 $\therefore OC \perp CE$.
 $\therefore \angle OCA + \angle ACE = 90^\circ$.
 $\because OA = OC$,
 $\therefore \angle A = \angle OCA$.
 $\therefore \angle ACE + \angle A = 90^\circ$.
 $\because OD \perp AB$,
 $\therefore \angle ODA + \angle A = 90^\circ$.
 $\because \angle ODA = \angle CDE$,
 $\therefore \angle CDE + \angle A = 90^\circ$.
 $\therefore \angle ACE = \angle CDE$.
 $\therefore EC = ED$ 3 分



(2) 解: $\because AB$ 为直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$.
 在 $Rt\triangle DCF$ 中, $\angle DCE + \angle ECF = 90^\circ$, $\angle DCE = \angle CDE$,
 $\therefore \angle CDE + \angle ECF = 90^\circ$.
 $\because \angle CDE + \angle F = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ECF = \angle F$.
 $\therefore EC = EF$.
 $\because EF = 3$,
 $\therefore EC = DE = 3$.
 在 $Rt\triangle OCE$ 中, $OC = 4$, $CE = 3$,
 $\therefore OE = \sqrt{OC^2 + EC^2} = 5$.
 $\therefore OD = OE - DE = 2$.

在 $Rt\triangle OAD$ 中, $AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = 2\sqrt{5}$.
 在 $Rt\triangle AOD$ 和 $Rt\triangle ACB$ 中, $\because \angle A = \angle A$,
 $\therefore Rt\triangle AOD \sim Rt\triangle ACB$.

$$\therefore \frac{AO}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

$$\therefore AC = \frac{16\sqrt{5}}{5}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



(2) 如图, 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M , $PN \perp y$ 轴于点 N .

$\because \angle PMO = \angle PNO = \angle MON = 90^\circ,$

\therefore 四边形 $PMON$ 是矩形.

$\therefore OP = MN.$

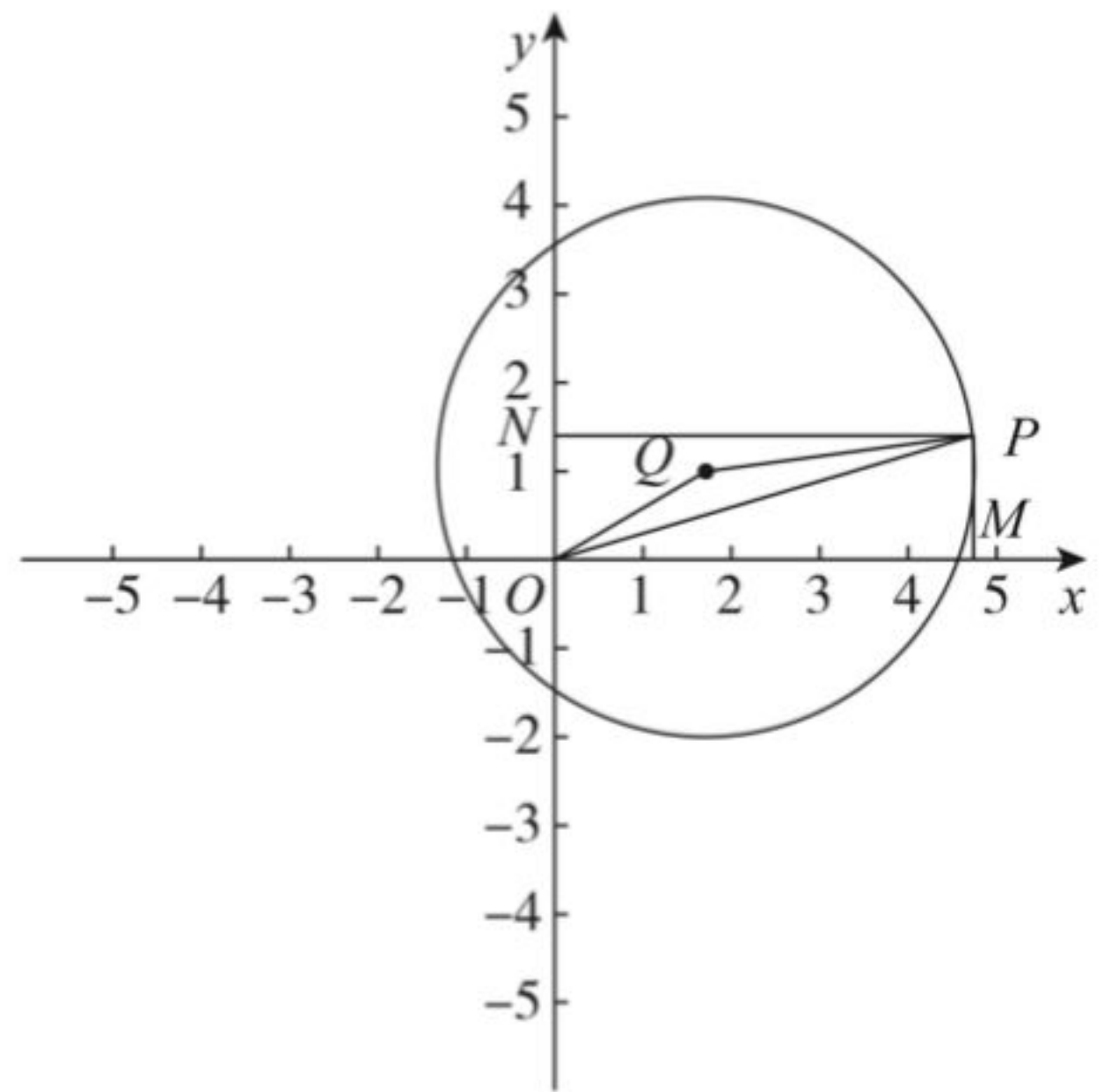
$\because Q$ 点坐标为 $(\sqrt{3}, 1),$

$\therefore OQ = 2.$

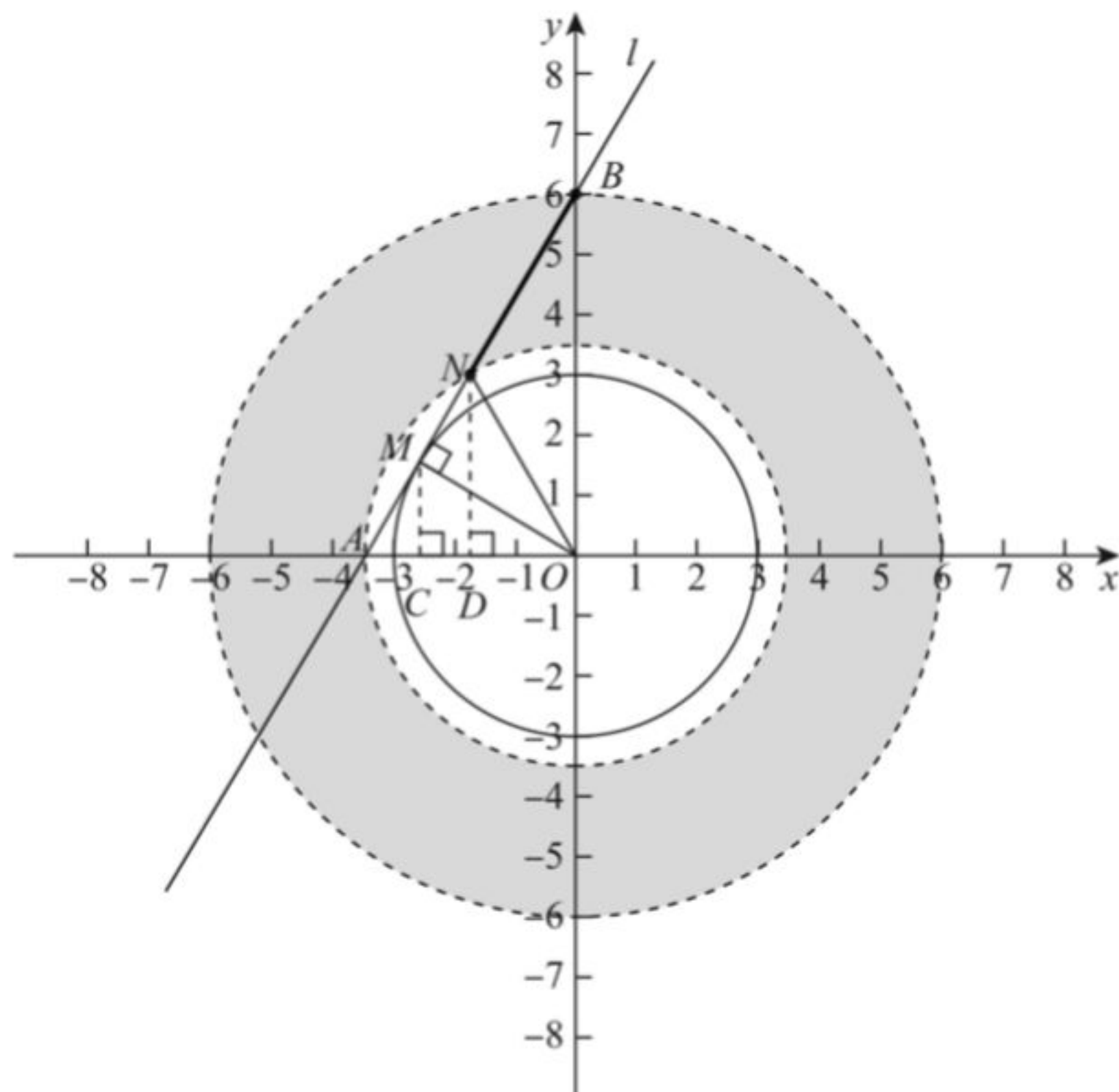
$\because PQ - OQ \leq OP \leq PQ + OQ,$

$\therefore 3 - 2 \leq OP \leq 3 + 2.$

$\therefore 1 \leq h \leq 5. \dots\dots\dots 5$ 分



(3) 如图, 设直线 l 与 x 轴, y 轴的交点分别为 A, B , 过点 O 作 $OM \perp$ 直线 l 于点 M , 以 OA 为半径作 $\odot O$, 交直线 l 于点 N .



$\because \angle BAO = 60^\circ, AO = 2\sqrt{3},$

$\therefore AM = \sqrt{3}.$

过点 M, N 分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 $C, D,$

则 $AC = \frac{\sqrt{3}}{2},$ 即 $OC = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$

$\because \triangle AON$ 是等边三角形,

$\therefore OD = \frac{1}{2}AO = \sqrt{3}.$

$\therefore t = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 或 $-\sqrt{3} \leq t < 0. \dots\dots\dots 7$ 分

