

2023-2024学年初三上学期第二次调研 数学

（ 时长：120分钟 总分值：100分 ）

一、单项选择题（下列各小题均有四个选项，其中只有一个选项符合题意。共16分，每小题2分）

1. 中秋节是中国的传统节日，有“团圆”、“丰收”的寓意。月饼是首选传统食品，不仅美味，而且设计多样。下列月饼图案中，为中心对称图形的是（ ）



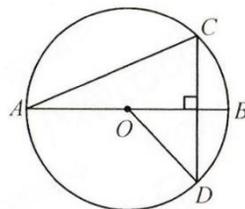
2. 抛物线 $y = 2(x-1)^2 + 5$ 的顶点坐标是（ ）

- A. (1, 5) B. (2, 1) C. (2, 5) D. (-1, 5)

3. 用配方法解方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ ，下列变形正确的是（ ）

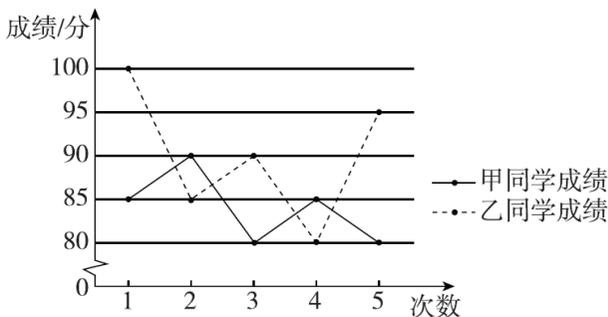
- A. $(x+1)^2 = -2$ B. $(x+1)^2 = 2$
C. $(x+1)^2 = -4$ D. $(x+1)^2 = 4$

4. 如图线段 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ， $\angle CAB = 20^\circ$ ，那么 $\angle BOD =$ （ ）



- A. 60° B. 50° C. 40° D. 20°

5. 下图是甲、乙两同学五次数学测试成绩的折线图.比较甲、乙两名同学的成绩，下列说法正确的是（ ）



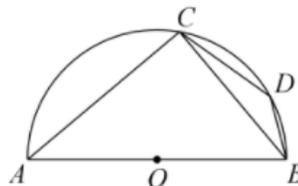
- A. 甲同学平均分高，成绩波动较小 B. 甲同学平均分高，成绩波动较大
C. 乙同学平均分高，成绩波动较小 D. 乙同学平均分高，成绩波动较大

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为（ ）

- A. -9 B. $-\frac{9}{4}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 9

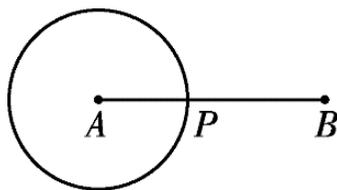
7. 如图， AB 是半圆 O 的直径，点 C, D 在半圆 O 上，若 $\angle ABC = 50^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数为（ ）

- A. 90° B. 100° C. 130° D. 140°



8. 如图，线段 $AB=5$ ，动点 P 以每秒1个单位长度的速度从点 A 出发，沿线段 AB 运动至点 B ，以点 A 为圆心，线段 AP 长为半径作圆。设点 P 的运动时间为 t ，点 P, B 之间的距离为 y ， $\odot A$ 的面积为 S ，则 y 与 t ， S 与 t 满足的函数关系分别是（ ）

- A. 正比例函数关系，一次函数关系
 B. 一次函数关系，正比例函数关系
 C. 一次函数关系，二次函数关系
 D. 正比例函数关系，二次函数关系



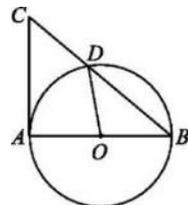
二、填空题（共16分，每小题2分。）

9. 若点 $A(-2, 3)$ 与点 B 关于原点对称，则点 B 的坐标为_____.

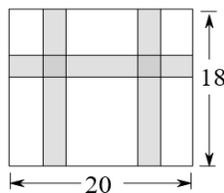
10. 已知 $P_1(-1, y_1)$ 、 $P_2(2, y_2)$ 是一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象上的两点，则 y_1 _____ y_2 . (填“>”、“<”或“=”)

11. 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 向下平移 1 个单位长度，得到的抛物线是_____.

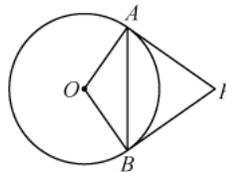
12. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 是 $\odot O$ 的切线， A 为切点， BC 与 $\odot O$ 交于点 D ，连接 OD . 若 $\angle C = 50^\circ$ ，则 $\angle AOD =$ _____ $^\circ$.



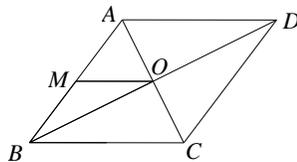
13. 某学校有一个矩形小花园，花园长 20 米，宽 18 米，现要在花园中修建人行甬道，如图所示，阴影部分为甬道，其余部分种植花卉，同样宽度的甬道有 3 条，其中两条与矩形的宽平行，另外一条与矩形的宽垂直，计划花卉种植面积共为 306 平方米，设甬道的宽为 x 米，根据题意可列方程为_____.



14. 如图， PA ， PB 是 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 A ， B ，连接 PA ， PB ，若 $\angle OAB = 35^\circ$ ，则 $\angle P =$ _____ $^\circ$.



15. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ，点 M 为 AB 的中点，连接 OM . 若 $AC = 4$ ， $BD = 8$ ，则 OM 的长为_____.



16. 学校组织学生参加木艺艺术品加工劳动实践活动. 已知某木艺艺术品加工完成共需 A, B, C, D, E, F, G 七道工序，加工要求如下：

- ① 工序 C, D 须在工序 A 完成后进行，工序 E 须在工序 B, D 都完成后进行，工序 F 须在工序 C, D 都完成后进行；
- ② 一道工序只能由一名学生完成，此工序完成后该学生才能进行其他工序；
- ③ 各道工序所需时间如下表所示：

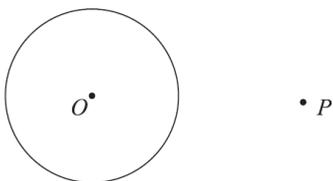
工序	A	B	C	D	E	F	G
所需时间/分钟	9	9	7	9	7	10	2

在不考虑其他因素的前提下，若由一名学生单独完成此木艺艺术品的加工，则需要_____分钟；若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工，则最少需要_____分钟.

三、解答题（共64分。）

17. (5分) 解方程： $x^2 - 8x - 9 = 0$.

18. (5分) 已知：如图，点 P 和 $\odot O$.



求作：直线 PA ，使得 PA 与 $\odot O$ 相切于点 A 。

作法：①连接 OP ，分别以点 O 和点 P 为圆心，大于 $\frac{1}{2}OP$ 的长为半径作弧，两弧交于 C, D 两点；

②作直线 CD ，交 OP 于点 B ；

③以点 B 为圆心，以 OB 长为半径作 $\odot B$ ，与 $\odot O$ 相交，其中一个交点为点 A ；

④作直线 PA 。

直线 PA 即为所求作。

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形(保留作图痕迹)；

(2) 完成下面的证明。

证明：由作法可知，点 B 为线段 OP 的中点。连接 OA 。

$\because OP$ 为 $\odot B$ 的直径，

$\therefore \angle OAP = \underline{\quad}^\circ$ () (填推理的依据)。

$\therefore OA \perp PA$ 。

\because 点 A 在 $\odot O$ 上，

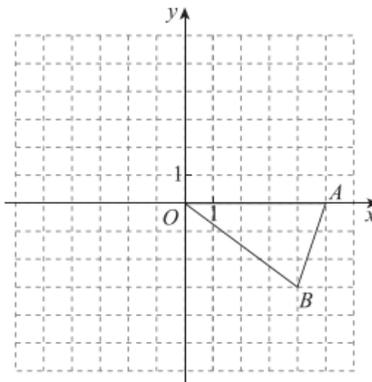
$\therefore PA$ 是 $\odot O$ 的切线 () (填推理的依据)。

19. (5分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ 。

(1) 求证：该方程总有两个不相等的实数根；

(2) 若该方程的两个根均为负数，求 a 的取值范围。

20. (5分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$ ， $A(5, 0)$ ， $B(4, -3)$ ，将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$ ，点 A 旋转后的对应点为 A' 。



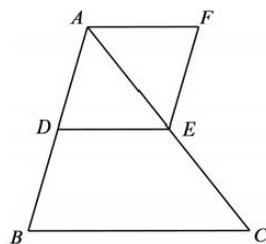
(1) 画出旋转后的图形 $\triangle OA'B'$ ，并写出点 A' 的坐标；

(2) 求出 $\triangle OA'B'$ 的面积。

21. (5分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, D, E 分别是 AB, AC 的中点, $AF \parallel DE$, $EF \parallel AD$.

(1) 求证: 四边形 $ADEF$ 是菱形;

(2) 连接 DF , 若 $AB=10$, $AC=12$, 求 DF 的长.



22. (5分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=ax+b(a \neq 0)$ 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象平移得到, 且经过点 $(-2, 1)$.

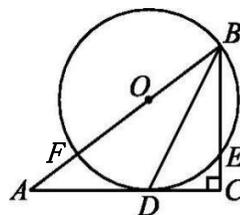
(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 当 $x > 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 一次函数 $y=ax+b$ 的值小于函数 $y=x+m$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

23. (6分) 如图在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 点 O 在 AB 上, 以点 O 为圆心, OB 长为半径的圆经过点 D , 交 BC 于点 E , 交 AB 于点 F .

(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $CE=2$, $CD=4$, 求半径的长.



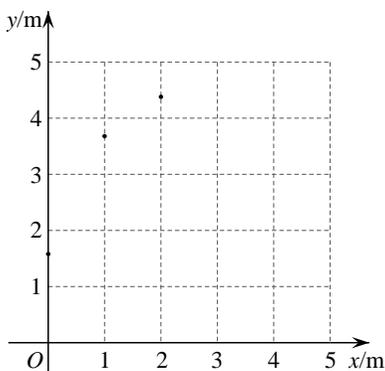
24. (6分) 某公园内人工喷泉有一个竖直的喷水枪, 喷出的水流路径可以看作是抛物线的一部分. 记喷出的水流距喷水枪的水平距离为 x m, 距地面的竖直高度为 y m, 获得数据如下:

x/m	0.0	1.0	2.0	3.0	4.5
y/m	1.6	3.7	4.4	3.7	0.0

小景根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小景的探究过程, 请补充完整:

(1) 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出以表中各对对应值为坐标的点, 并画出该函数的图象:



(2) 水流的最高点距喷水枪的水平距离为_____m;

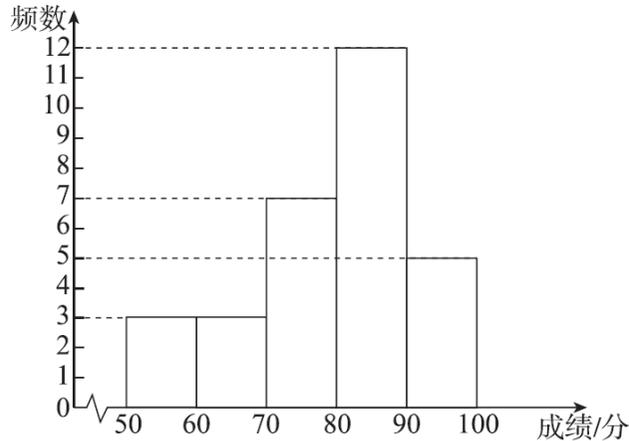
(3) **结合函数图象**, 解决问题:

公园准备在距喷水枪水平距离为3.5m处加装一个石柱, 使该喷水枪喷出的水流刚好落在石柱顶端, 根据函数图像, 可以估计石柱的高度约为_____m. (结果精确到0.1)

25. (6分) 某校开展了“学习二十大”的知识竞赛(百分制), 七、八年级学生参加了本次活动. 为了解两个年级的答题情况, 该校从每个年级各随机抽取了30名学生的成绩, 并对数据(成绩)进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 七年级成绩的频数分布直方图如下

(数据分成五组: $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$):



b. 七年级成绩在 $80 \leq x < 90$ 的数据如下(单位: 分):

80 81 85 85 85 85 85 85 85 85 88 89

c. 七、八年级各抽取的30名学生成绩的平均数、中位数、众数、方差如下表:

年级	平均数	中位数	众数	方差
七年级	80.4	m	n	141.04
八年级	80.4	83	84	86.10

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 表中 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 下列推断合理的是_____;

① 样本中两个年级数据的平均数相同, 八年级数据的方差较小, 由此可以推断该校八年级学生成绩的波动程度较小;

② 若八年级小明同学的成绩是 84 分, 可以推断他的成绩超过了该校八年级一半及以上学生的成绩.

(3) 竞赛成绩80分及以上记为优秀, 该校七年级有600名学生, 估计七年级成绩优秀的学生人数.

26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 - 2ax - 3$.

(1) 求该抛物线的对称轴(用含 a 的式子表示);

(2) $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 为该抛物线上的两点, 若 $x_1 = 1 - 2a$, $x_2 = a + 1$, 且 $y_1 > y_2$,

求 a 的取值范围.

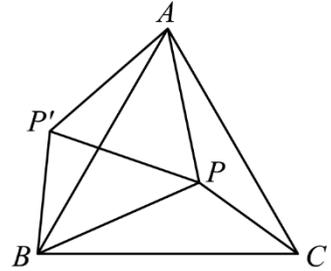
27. (7分) 如图, 在等边三角形 ABC 中, 点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 AP, BP, CP , 将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到 AP' , 连接 PP', BP' .

(1) 用等式表示 BP' 与 CP 的数量关系, 并证明;

(2) 当 $\angle BPC=120^\circ$ 时,

①直接写出 $\angle P'BP$ 的度数为_____;

②若 M 为 BC 的中点, 连接 PM , 请用等式表示 PM 与 AP 的数量关系, 并证明.



28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, **图形 W** 上任意两点间的距离若有最大值, 将这个最大值记为 d . 对于点 P 和**图形 W** 给出如下定义: 点 Q 是**图形 W** 上任意一点, 若 P, Q 两点间的距离有最小值, 且最小值恰好为 d , 则称点 P 为**图形 W** 的“关联点”.

(1) 如图1, **图形 W** 是矩形 $AOBC$, 其中点 A 的坐标为 $(0,3)$, 点 C 的坐标为 $(4,3)$, 则

$d = \underline{\hspace{2cm}}$. 在点 $P_1(-1,0), P_2(2,8), P_3(3,1), P_4(-\sqrt{21}, -2)$ 中, 矩形 $AOBC$ 的“关联点”是_____;

(2) 如图2, **图形 W** 是中心在原点的正方形 $DEFG$, 其中 D 点的坐标为 $(1,1)$. 若直线

$y = x + b$ 上存在点 P , 使点 P 为正方形 $DEFG$ 的“关联点”, 求 b 的取值范围;

(3) 已知点 $M(1,0), N(0,\sqrt{3})$. **图形 W** 是以 $T(t,0)$ 为圆心, 1为半径的 $\odot T$. 若线段 MN 上存在点 P , 使点 P 为 $\odot T$ 的“关联点”, 直接写出 t 的取值范围.

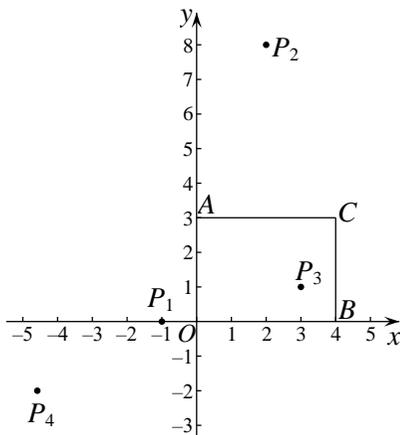


图1

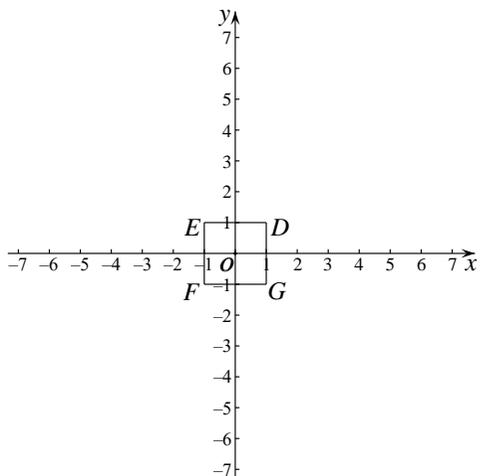


图2