

## 九年级数学期中试卷

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

注意 事项	1、请用黑色字迹签字笔答卷，画图用 2B 铅笔。 2、认真审题，字迹工整，卷面整洁。 3、本卷共 8 页，共有三道大题，28 道小题。 4、本卷满分 100 分，考试时间 120 分钟。
----------	--



## 一、选择题:

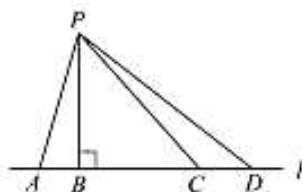
(下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。)

1. 一元二次方程  $3x^2 - 6x - 1 = 0$  的二次项系数、一次项系数、常数项分别是

- A. 3, 6, 1                      B. 3, 6, -1                      C. 3, -6, 1                      D. 3, -6, -1

2. 如图，以点  $P$  为圆心，以下列选项中的线段的长为半径作圆，所得的圆与直线  $l$  相切的是

- A.  $PA$                       B.  $PB$                       C.  $PC$                       D.  $PD$

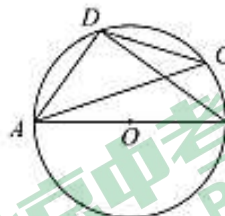


3. 抛物线  $y = (x - 3)^2 + 1$  的顶点坐标是

- A. (3,1)                      B. (3,-1)                      C. (-3,1)                      D. (-3,-1)

4. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $CD$  是  $\odot O$  的弦，如果  $\angle ACD = 36^\circ$ ，那么  $\angle BAD$  等于

- A.  $36^\circ$                       B.  $44^\circ$                       C.  $54^\circ$                       D.  $56^\circ$

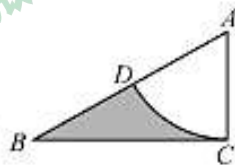


5. 关于频率与概率的关系，下列说法正确的是( )。

- A. 频率等于概率  
 B. 当试验次数很多时，频率会稳定在概率附近  
 C. 当试验次数很多时，概率会稳定在频率附近  
 D. 试验得到的频率与概率不可能相等

6. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AC = 1$ ，以  $A$  为圆心  $AC$  为半径画圆，交  $AB$  于点  $D$ ，则阴影部分面积是 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$ ;                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$ ;                      C.  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ ;                      D.  $2\sqrt{3} - \pi$ .

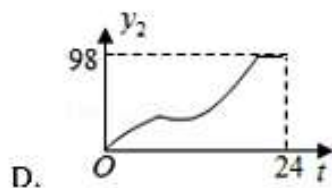
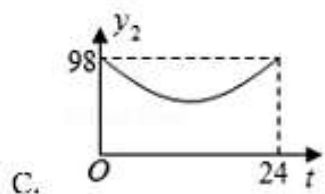
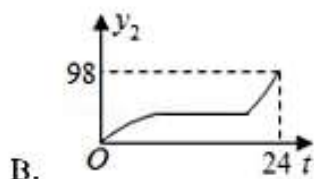
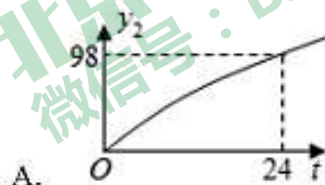
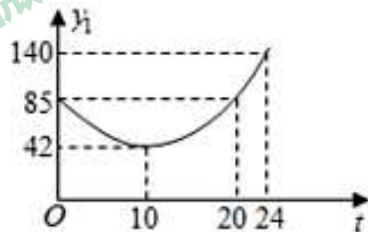


7. 关于  $x$  的方程  $x^2 + kx + 1 = 0$  的根的情况，描述正确的是 ( )

- A.  $k$  为任何实数，方程都没有实数根

- B.  $k$  为任何实数, 方程都有两个不相等的实数根  
 C.  $k$  为任何实数, 方程都有两个相等的实数根  
 D.  $k$  的取值不同, 方程的根的情况分为没有实数根、有两个不相等的实数根和有两个相等的实数根三种

8. 随着时代的进步, 人们对  $PM_{2.5}$  (空气中直径小于等于 2.5 微米的颗粒) 的关注日益密切. 某市一天中  $PM_{2.5}$  的值  $y_1$  ( $ug/m^3$ ) 随时间  $t$  ( $h$ ) 的变化如图所示, 设  $y_2$  表示 0 时到  $t$  时  $PM_{2.5}$  的值的极差 (即 0 时到  $t$  时  $PM_{2.5}$  的最大值与最小值的差), 则  $y_2$  与  $t$  的函数关系大致是 ( )

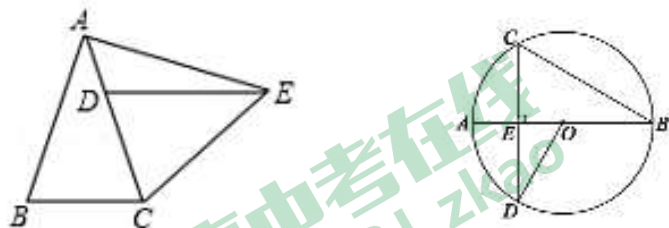


二、填空题:

9. 请写出一个开口向上且过点  $(0, -2)$  的抛物线表达式为 \_\_\_\_\_.

10. 在一个不透明的盒子中装有 2 个白球,  $n$  个黄球, 它们除颜色不同外, 其余均相同. 若从中随机摸出一个球, 它是白球的概率为  $\frac{2}{3}$ , 则  $n =$  \_\_\_\_\_.

11. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 70^\circ$ , 则  $\angle BAC = 30^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转得  $\triangle EDC$ . 当点  $B$  的对应点  $D$  恰好落在  $AC$  上时,  $\angle CAE$  的度数是 \_\_\_\_\_.



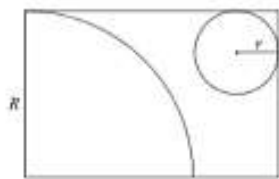
12. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 弦  $CD \perp AB$  于  $E$ , 若  $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $OE = \sqrt{3}$ , 则  $OD$  长为 \_\_\_\_\_.

13. 某城市启动“城市森林”绿化工程，林业部门要考察某种树苗在一定条件下的移植成活率。在同样条件下，对这种树苗进行大量移植，并统计成活情况，数据如下表所示：

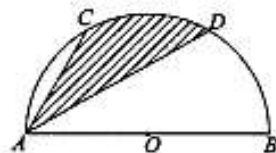
移植总数	10	270	400	750	1500	3500	7000	9000	14000
成活数量	8	235	369	662	1335	3203	6335	8073	12628
成活频率	0.800	0.870	0.923	0.883	0.890	0.915	0.905	0.897	0.902

估计树苗移植成活的概率是\_\_\_\_\_。(结果保留小数点后一位)。

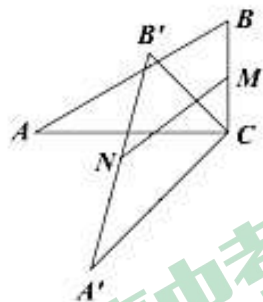
14. 如图所示，在矩形纸片上剪下一个扇形和一个圆形，使之恰好能围成一个圆锥模型。若扇形的半径为  $R$ ，圆的半径为  $r$ ，则  $R$  与  $r$  满足的数量关系是\_\_\_\_\_。



15. 已知：如图，半圆  $O$  的直径  $AB=12\text{cm}$ ，点  $C, D$  是这个半圆的三等分点，则  $\angle CAD$  的度数是\_\_\_\_\_，弦  $AC, AD$  和  $\widehat{CD}$  围成的图形(图中阴影部分)的面积  $S$  是\_\_\_\_\_。



16. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕顶点  $C$  逆时针旋转得到  $\triangle A'B'C$ ， $M$  是  $BC$  的中点， $N$  是  $A'B'$  的中点，连接  $MN$ ，若  $BC=4$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，则线段  $MN$  的最大值为\_\_\_\_\_。



### 三、解答题：

17. 解关于  $x$  的方程： $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 。

18. 下面是小东设计的“过圆外一点作这个圆的切线”的尺规作图过程。

已知： $\odot O$  及  $\odot O$  外一点  $P$ 。

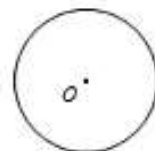
求作：直线  $PA$  和直线  $PB$ ，使  $PA$  切  $\odot O$  于点  $A$ ， $PB$  切  $\odot O$  于点  $B$ 。

作法：如图，

①作射线  $PO$ ，与  $\odot O$  交于点  $M$  和点  $N$ ；

②以点  $P$  为圆心，以  $PO$  为半径作  $\odot P$ ；

③以点  $O$  为圆心，以  $\odot O$  的直径  $MN$  为半径作圆，与  $\odot P$  交于点  $E$  和点  $F$ ，连接  $OE$  和



$OF$ , 分别与 $\odot O$ 交于点 $A$ 和点 $B$ ;

④作直线 $PA$ 和直线 $PB$ .

所以直线 $PA$ 和 $PB$ 就是所求作的直线.

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明:

证明: 连接 $PE$ 和 $PF$ ,

$$\because OE=MN, OA=OM=\frac{1}{2}MN,$$

$\therefore$  点 $A$ 是 $OE$ 的中点.

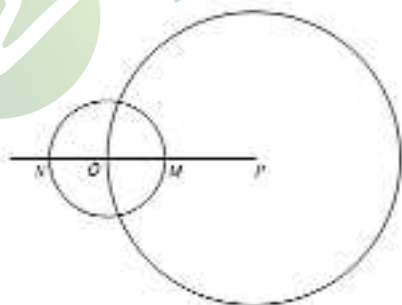
$$\therefore PO=PE,$$

$\therefore PA \perp OA$  于点 $A$  ( ) (填推理的依据).

同理 $PB \perp OB$  于点 $B$ .

$\because OA, OB$  为 $\odot O$  的半径,

$\therefore PA, PB$  是 $\odot O$  的切线. ( ) (填推理的依据).



19. 已知关于 $x$ 的方程 $x^2+2x+k-4=0$ .

(1) 如果方程有两个不相等的实数根, 求 $k$ 的取值范围;

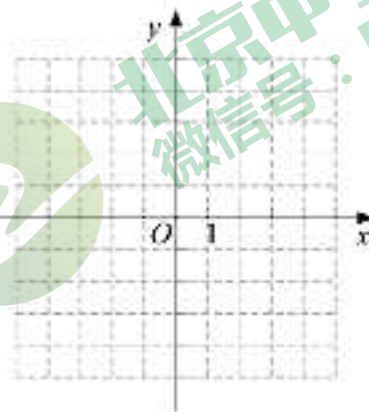
(2) 若 $k=1$ , 求该方程的根.



20. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象经过 $(3,0)$ 点, 当 $x=1$ 时, 函数的最小值为 $-4$ .

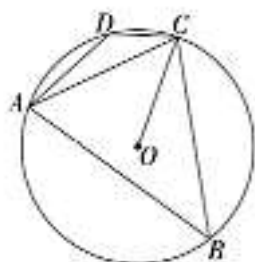
(1) 求该二次函数的解析式并画出它的图象;

(2) 直线 $x=m$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 和直线 $y=x-3$ 的交点分别为点 $C$ , 点 $D$ , 点 $C$ 位于点 $D$ 的上方, 结合函数的图象直接写出 $m$ 的取值范围.



21. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ,  $OC=4$ ,  $AC=4\sqrt{2}$ .

北京景山学校 2021-2022 学年度第一学期九年级数学期中试卷



- (1) 求点  $O$  到  $AC$  的距离;  
(2) 求  $\angle ADC$  的度数.

22. 北京世界园艺博览会 (以下简称“世园会”) 于 2019 年 4 月 29 日至 10 月 7 日在北京市延庆区举行. 世园会为满足大家的游览需求, 倾情打造了 4 条各具特色的游玩路线, 如下表:

A	B	C	D
漫步世园会	爱家乡, 爱园艺	清新园艺之旅	车览之旅

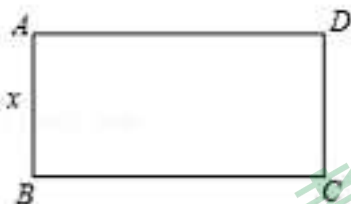
小美和小红都计划去世园会游玩, 她们各自在这 4 条路线中任意选择一条, 每条线路被选择的可能性相同.

- (1) 求小美选择路线“清新园艺之旅”的概率是多少?  
(2) 用画树状图或列表的方法, 求小美和小红恰好选择同一条路线的概率.

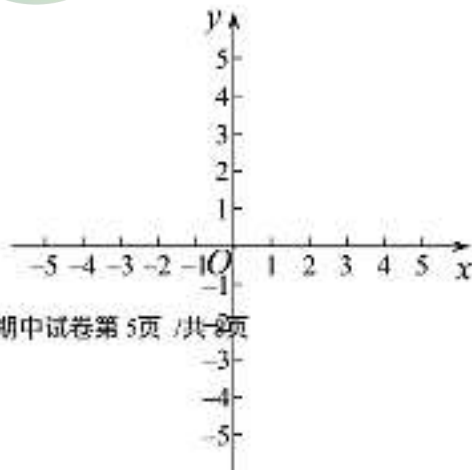


23. 如图, 用一条长  $40m$  的绳子围成矩形  $ABCD$ , 设边  $AB$  的长为  $xm$ .

- (1) 边  $BC$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}m$ , 矩形  $ABCD$  的面积为  $\underline{\hspace{2cm}}m^2$  (均用含  $x$  的代数式表示);  
(2) 矩形  $ABCD$  的面积是否可以是  $120m^2$ ? 请给出你的结论, 并用所学的方程或者函数知识说明理由.



24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $y = \frac{1}{2}x$  与双曲



线  $y = \frac{k}{x}$  的一个交点是  $A(2, a)$ .

(1) 求  $k$  的值;

(2) 设点  $P(m, n)$  是双曲线  $y = \frac{k}{x}$  上不同于  $A$  的一点, 直线  $PA$  与  $x$  轴交于点  $B(b, 0)$ .

①若  $m = 1$ , 求  $b$  的值;

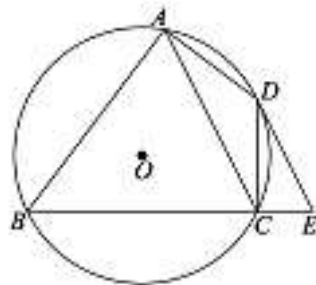
②若  $PB = 2AB$ , 结合图象, 直接写出  $b$  的值.

25. 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $AC$  是对角线, 点  $E$  在  $BC$  的延长线上, 且  $\angle CED = \angle BAC$ .

(1) 判断  $DE$  与  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由;

(2)  $BA$  与  $CD$  的延长线交于点  $F$ , 若  $DE \perp AC$ ,

$AB = 4$ ,  $AD = 2$ , 求  $AF$  的长.

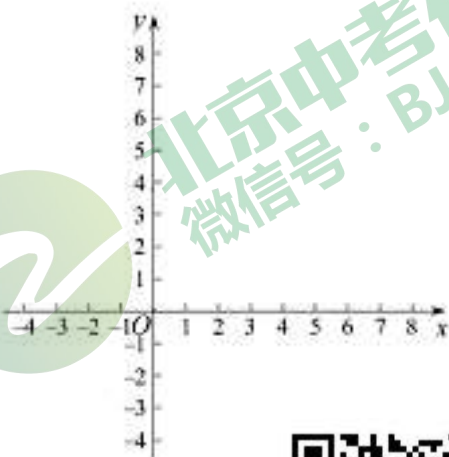


26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  与  $y$  轴交于点  $A$ , 将点  $A$  向右平移 2 个单位长度, 得到点  $B$ , 点  $B$  在抛物线上.

(1) ①直接写出抛物线的对称轴是 \_\_\_\_\_;

②用含  $a$  的代数式表示  $b$ ;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 若抛物线与  $x$  轴交于  $P$ 、 $Q$  两点, 该抛物线在  $P$ 、 $Q$  之间的部分与线段  $PQ$  所围成的区域 (不包括边界) 恰有七个整点, 结合函数图象, 求  $a$  的取值范围.



27. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $CD \perp AB$  于点  $D$ ,  $CD = \sqrt{2}$ .



(1) 如图1, 当点  $D$  是线段  $AB$  中点时,

①  $AC$  的长为\_\_\_\_\_;

② 延长  $AC$  至点  $E$ , 使得  $CE=AC$ , 此时  $CE$  与  $CB$  的数量关系为\_\_\_\_\_;

$\angle BCE$  与  $\angle A$  的数量关系为\_\_\_\_\_;

(2) 如图2, 当点  $D$  不是线段  $AB$  的中点时, 画  $\angle BCE$  (点  $E$  与点  $D$  在直线  $BC$  的异侧), 使  $\angle BCE=2\angle A$ ,  $CE=CB$ , 连接  $AE$ .

① 按要求补全图形;

② 求  $AE$  的长.

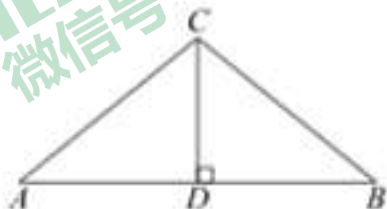


图1

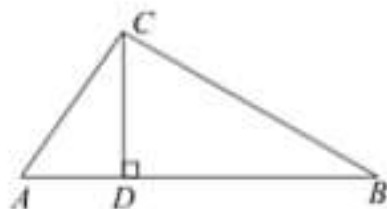


图2



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$ , 给出如下定义: 记点  $P$  到  $x$  轴的距离为  $d_1$ , 到  $y$  轴的距离为  $d_2$ . 若  $d_1 \leq d_2$ , 则称  $d_1$  为点  $P$  的“引力值”; 若  $d_1 > d_2$ , 则称  $d_2$  为点  $P$  的“引力值”. 特别地, 若点  $P$  在坐标轴上, 则点  $P$  的“引力值”为 0.

例如, 点  $P(-2, 3)$  到  $x$  轴的距离为 3, 到  $y$  轴的距离为 2, 因为  $2 < 3$ , 所以点  $P$  的“引力值”为 2.

(1) ① 点  $A(1, -4)$  的“引力值”为\_\_\_\_\_;

② 若点  $B(a, 3)$  的“引力值”为 2, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_;

(2) 若点  $C$  在直线  $y = -2x + 4$  上, 且点  $C$  的“引力值”为 2, 求点  $C$  的坐标;

(3) 已知点  $M$  是以  $D(3, 4)$  为圆心，半径为 2 的圆上的一个动点，那么点  $M$  的“引力值” $d$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

