2022 北京北师大附中初二（下）期中

数　学

一、选择题

1. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{8}$　　B. $\sqrt{12}$　　C. $\sqrt{18}$　　D. $\sqrt{22}$

2. 下列二次根式计算正确的是（　　）

A. $\sqrt{3}\times\sqrt{4}=\sqrt{7}$　　B. $\sqrt{12}\div\sqrt{2}=\sqrt{6}$

C. $\sqrt{8}-\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$

3. 要使二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是（　　）

A　$x>3$.　　B. $x<3$.　　C. $x\geq3$.　　D. $x\leq3$.

4. 在△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*a*、*b*、*c* 分别是∠*A*、∠*B*、∠*C* 的对边．如果 *a*＝2，*b*＝3，那么 *c*＝（　　）

A. 5　　B. $\sqrt{5}$　　C. 13　　D. $\sqrt{13}$

5. 关于平行四边形的性质，下列描述错误的是（　　）

A. 平行四边形的对角线相等　　B. 平行四边形的对角相等

C. 平行四边形的对角线互相平分　　D. 平行四边形的对边平行且相等

6. 在△*ABC* 中，*a*、*b*、*c* 分别是∠*A*、∠*B*、∠*C* 的对边，不能组成直角三角形的是（　　）

A. 三边之比 *a*：*b*：*c*＝1：1：$\sqrt{2}$　　B. 三边长满足 $a^2-c^2=b^2$

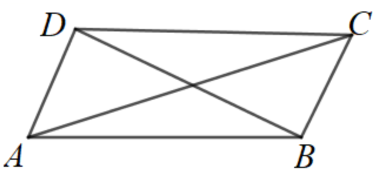
C. 三角之比∠*A*：∠*B*：∠*C*＝1：2：3　　D. 三边长满足 *a*＝*b*＝2*c*

7. 下列计算或化简正确的是（　　）

A. $(2+\sqrt{5})^2=9$　　B. $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

C. $\sqrt{a^2+b^2}=a+b$　　D. $\sqrt{(2-\pi)^2}=2-\pi$

8. 如图，在▱*ABCD* 中，*AD*⊥*BD*，*AC*=8，*BD*=6，则 *AB*=（　　）



A. 5　　B. $\sqrt{43}$　　C. $\sqrt{61}$　　D. 10

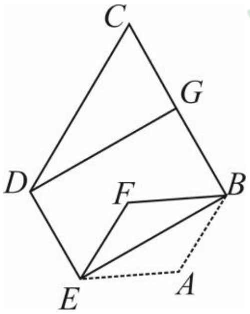
9. 在四边形 *ABCD* 中，*AB* // *CD*，要判定四边形 *ABCD* 为平行四边形，可添加条件（　　）.

A　*AD*＝*BC*　　B. ∠*CDB*＝∠*ABD*

C. *AC* 平分∠*DAB*　　D. *AO*＝*CO*

10. 如图，五边形 *ABCDE* 中，*AB*＝*AE*＝*DE*，*CD*＝*CB*，∠*A*＝∠*ABC*＝∠*CDE*＝∠*DEA*＝120°，点 *G* 为

BC 中点，将△*ABE* 沿 *BE* 对折后得到△*FBE*，以下四个结论：①四边形 *ABFE* 为菱形；②四边形 *BGDE* 为矩形；③$DG=\sqrt{2}AB$；④如果 $AB=a$，那么五边形 *ABCDE* 的面积为 $\frac{7}{4}\sqrt{3}a^2$，其中正确的结论有（　　）个．

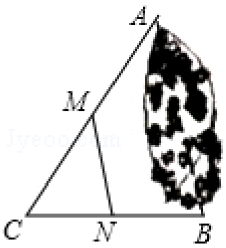


A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

二、填空题

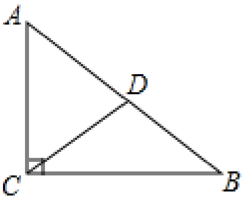
11. 计算（$-\sqrt{6}$）^{2}＝________．

12. 如图，A，B 两点被池塘隔开，在 A，B 外选一点 C，连接 AC 和 BC，并分别找出 AC 和 BC 的中点 M，N，如果测得 MN=20m，那么 A，B 两点间的距离是_____．

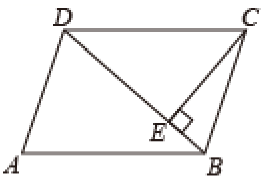


13. 如果正方形的一条对角线长为 $3\sqrt{2}$，那么该正方形的面积为_________．

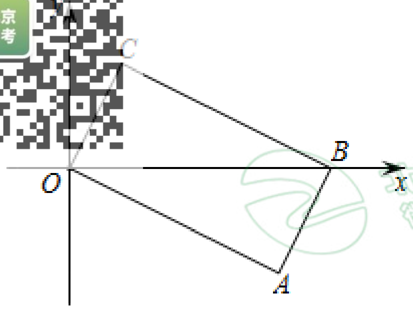
14. 如图△*ABC* 中，若 $AC=6$，$BC=8$，$AB=10$，则中线 $CD=$________．



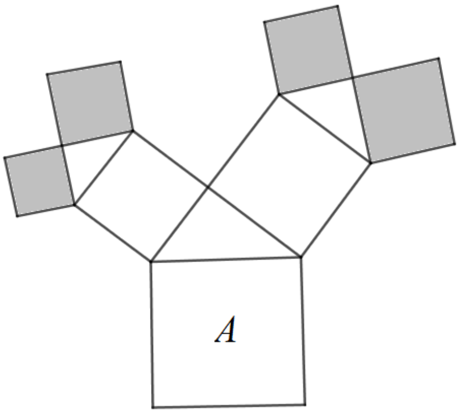
15. 如图，　▱*ABCD* 中，$\angle A=72°$，$DB=DC$，$CE\perp BD$ 于 *E*，则 $\angle BCE=$_____°．



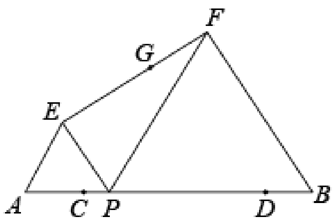
16. 如图，在平面直角坐标系 *xOy* 中，矩形 *OABC* 的顶点 *A*，*C* 的坐标分别是（4，-2），（1，2），点 *B* 在 *x* 轴上，则点 *B* 的横坐标是________．



17. 在如图所示的图形中，所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形，若涂黑的四个正方形的面积的和是 10cm^2，则图中正方形 A 的面积为_________cm^2.



18. 如图：已知 $AB=10$，点 C、D 在线段 AB 上且 $AC=DB=2$； P 是线段 CD 上的动点，分别以 AP、PB 为边在线段 AB 的同侧作等边△AEP 和等边△PFB，连接 EF，设 EF 的中点为 G；当点 P 从点 C 运动到点 D 时，则点 G 移动路径的长是________.



三、解答题

19. 计算：

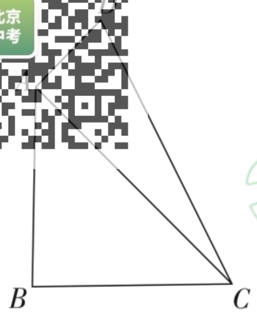
（1）$\sqrt{18}+\sqrt{8}$

（2）$\sqrt{12}\div\sqrt{4}-\sqrt{27}$

（3）$(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})$

20. 已知 $x=\sqrt{3}-1$，求代数式 x^2+2x-3 的值.

21. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=90°$，$AB=BC=2$，$CD=3$，$AD=1$.



（1）求 AC 的长；

（2）求 $\angle DAB$　度数．

22. 如图，正方形网格中的每个小正方形边长都是 1，每个小正方形的顶点称为格点．回答下列问题：

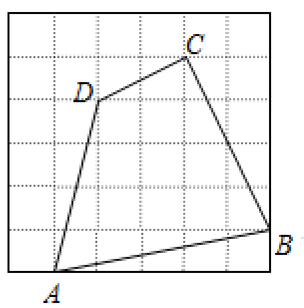


图1

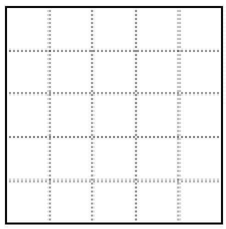
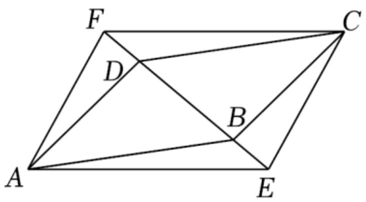


图2

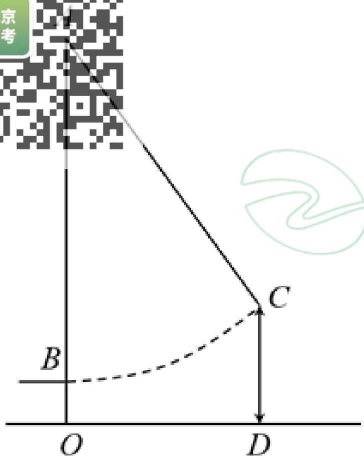
（1）如图 1，CD 的长为________；四边形 $ABCD$ 的面积为________；

（2）请利用图 2 的正方形网格的格点画一个三角形，满足三边的长分别为 4，$\sqrt{13}$，$\sqrt{5}$．（请在答题纸上作图）

23. 如图，将▱$ABCD$ 的对角线 BD 向两个方向延长，分别至点 E 和点 F，且使 $BE=DF$．求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形．



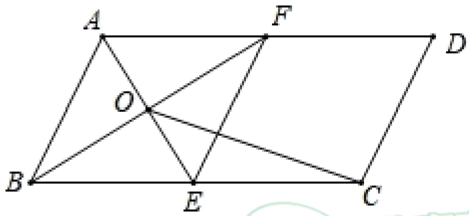
24. 小颖爸爸为了丰富活动，为小区里的小朋友们搭了一架简易秋千（如图），秋千 AB 在静止位置时，下端 B 距离地面 0.6m，即 OB＝0.6m，当秋千荡到 AC 的位置时，下端 C 距离地面 1.4m，即 CD＝1.4m，与静止位置的水平距离 OD＝2.4m，求秋千 AB 的长．



25. 如图，在▱$ABCD$中，$BC=2AB$，点E、F分别是BC、AD的中点，AE、BF交于点O，连接EF，OC.

（1）求证：四边形$ABEF$是菱形；

（2）若$AB=4$，$\angle ABC=60°$，求OC的长.



26. 阅读材料：面积是几何图形中的重要度量之一，在几何证明中具有广泛应用．出入相补原理是中国古代数学中一条用于推证几何图形面积的基本原理，它包含以下基本内容：一个几何图形，可以切割成任意多块任何形状的小图形，总面积保持不变，总面积等于所有分割成的小图形的面积之和．基于以上原理，回答问题：

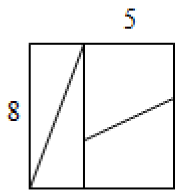


图1

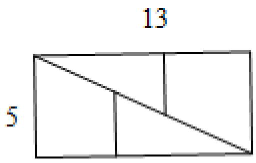


图2

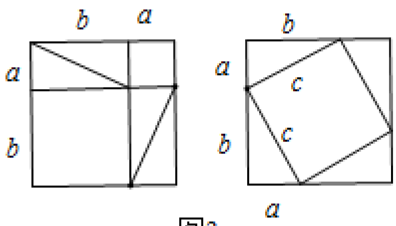


图3

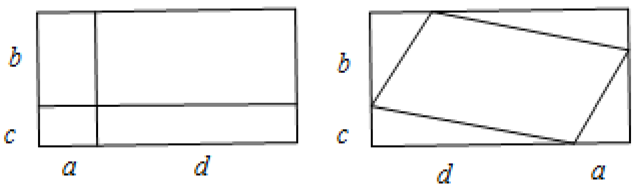


图4

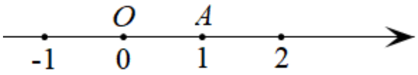
（1）把边长为8的正方形按图1方式分割，分割之后________（填“能”或“不能”）把图形重新拼成图2中长为13，宽为5的长方形；

（2）如图3，a，b，c分别表示直角三角形的三边，比较大小：a^2+b^2________c^2；（$a+b$）

^{2}___$2ab$；

（3）观察图4，写出（$ac+bd$）^{2}与（a^2+b^2）（c^2+d^2）的大小关系：______.

27. 在数轴上，把原点记作点 O，表示数 1 的点记作点 A．对于数轴上任意一点 P（不与点 O，点 A 重合），将线段 PO 与线段 PA 的长度之比定义为点 P 的开心值，记作 $\underline{P}$，即 $\underline{P}=\dfrac{PO}{PA}$．例如：当点 P 是线段 OA 的中点时，因为 $PO=PA$，所以 $\underline{P}=1$．



（1）若 M 点表示的数是 $\dfrac{3}{2}$，则 $\underline{M}$=______，若 N 点表示的数是-3，则 $\underline{N}$=______；

（2）数轴上点 T 满足 $OT=\dfrac{1}{4}OA$，求 $\underline{T}$；

（3）数轴上点 R 表示有理数 r，已知 $\underline{R}<100$ 且 $\underline{R}$ 为整数，则所有满足条件的 r 的倒数之和为 s，则 $\sqrt{s-2}=$________.

28. 在△ABC 中，$BC=AC$，∠$ACB=90°$，D 是平面内一动点（不与 A、C 重合），连接 CD，将 CD 绕点 C 逆时针旋转 90°至 CE 的位置.

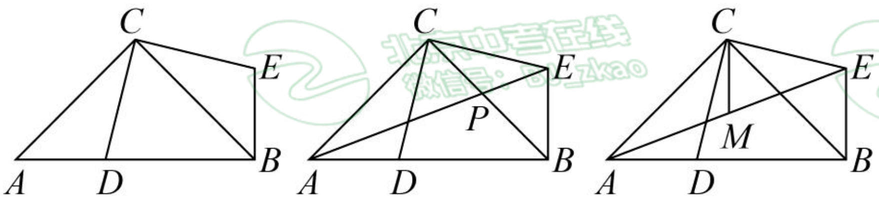
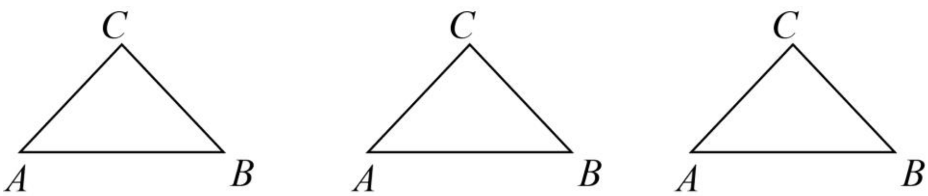


图1　　图2　　图3



备用图　　备用图　　备用图

（1）如图 1，若 D 在△ABC　边 AB 上，$AC=2$，则 BE 的最大值为________；

（2）如图 2，若 D 在△ABC 的边 AB 上，$AD=2$，AE 平分∠BAC，AE 交 BC 于点 P，则 CP 的长为________；

（3）如图 3，若 D 在△ABC 的边 AB 上，取 AE 中点 M，求证：$CM=\frac{1}{2}BD$

（4）若 D 是平面内任意一点（不与 A、C 重合），直线 AD，BE 交于点 F，连接 CF，请直接写出 AF、BF、CF 的数量关系________________________.

参考答案

选择题

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义判断即可.

【详解】解：A、$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，不是最简二次根式；

B、$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，不是最简二次根式；

C、$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，不是最简二次根式；

D、$\sqrt{22}$是最简二次根式；

故选：D.

【点睛】本题考查了二次根式的化简，最简二次根式的定义：（1）被开方数的因数是整数，因式是整式；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的加、减、乘、除运算进行计算即可求解.

【详解】A. $\sqrt{3}\times\sqrt{4}=2\sqrt{3}$，故该选项不正确，不符合题意；

B. $\sqrt{12}\div\sqrt{2}=\sqrt{6}$，故该选项正确，符合题意；

C. $\sqrt{8}-\sqrt{3}$，不能合并，故该选项不正确，不符合题意；

D. $\sqrt{2}+\sqrt{5}$，不能合并，故该选项不正确，不符合题意；

故选 B

【点睛】本题考查了二次根式的加、减、乘、除运算，正确的计算是解题的关键.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，列不等式求解.

【详解】解：根据题意得：x-3≥0，

解得，$x\geq 3$.

故选 C.

【点睛】本题考查二次根式有意义的条件，利用被开方数是非负数得出不等式是解题关键.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】利用勾股定理求出 c.

【详解】解：在 Rt△ABC 中，由勾股定理，得

$c^2=a^2+b^2=2^2+3^2=13$.

$\therefore c=\sqrt{13}$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查勾股定理，掌握勾股定理是解题的关键.

5. 【答案】A

【解析】

【分析】由平行四边形的性质即可求得答案.

【详解】解：平行四边形的性质为对边平行且相等、对角相等、对角线互相平分，

∴选项 B、C、D 不符合题意；平行四边形的对角线不一定相等，

∴选项 A 符合题意，

故选：A.

【点睛】本题主要考查平行四边形的性质，掌握平行四边形的性质，即平行四边形的性质对边平行且相等、对角相等、对角线互相平分是解题的关键.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理和三角形内角和定理判断即可.

【详解】解：A、$1^2+1^2=(\sqrt{2})^2$，故可以构成直角三角形，不符合题意；

B、由 a^2-c^2＝b^2 可得 a^2＝b^2+c^2，故可以构成直角三角形，不符合题意；

C、由∠A：∠B：∠C＝1：2：3 可得（∠A+∠B）：∠C＝1：1，即∠C＝90°，故可以构成直角三角形，不符合题意；

D、由 a＝b＝2c 可得 $a^2+c^2\neq b^2$或$b^2+c^2\neq a^2$，故不能构成直角三角形，符合题意.

故选：D

【点睛】此题主要考查了勾股定理的逆定理，以及三角形的内角和定理，熟练掌握勾股定理的逆定理是解本题的关键.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】利用完全平方公式、分母有理化、最简二次根式、$\sqrt{a^2}=|a|$ 进行逐一分析求解即可.

【详解】解：A、（2＋$\sqrt{5}$）^{2}＝4+4$\sqrt{5}$+5=9+4$\sqrt{5}$，故 A 项错误；

B、$\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{5-3}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，故 B 项正确；

C、$\sqrt{a^2+b^2}$ 是最简二次根式，不能化简，故 C 项错误；

D、$\sqrt{\left(2-\pi\right)^2}=\pi-2$，故 D 项错误；

故选 B.

【点睛】本题主要考查了二次根式的乘法、分母有理化、最简二次根式、$\sqrt{a^2}=|a|$，熟练掌握分母有理化是解题的关键.

8.【答案】B

【解析】

【分析】首先根据平行四边形的性质，可求得 $OA=4$，$OD=3$，即可利用勾股定理求得 AD，再利用勾股定理即可求得 AB.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$AC=8$，$BD=6$，

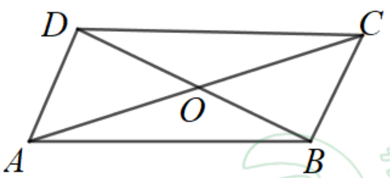
$\therefore OA=\frac{1}{2}AC=4$，$OD=\frac{1}{2}BD=3$，

$\because AD\perp BD$，

$\therefore \angle ADO=90^\circ$，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ADO$ 中，$AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ADB$ 中，$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{\left(\sqrt{7}\right)^2+6^2}=\sqrt{43}$，



故选：B.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，勾股定理，熟练掌握和运用平行四边形的性质与勾股定理是解决本题的关键.

9. 【答案】D

【解析】

【分析】根据添加的条件和平行四边形的判定方法逐项判断即可得出答案.

【详解】解：A，添加 $AD=BC$ 后，四边形 $ABCD$ 一组对边平行，另一组对边相等，不一定是平行四边形，有可能为等腰梯形，因此 A 选项不合题意；

B，添加 $\angle CDB=\angle ABD$ 后，利用平行线的判定定理可得 $AB\parallel CD$，四边形 $ABCD$ 仍是只有一组对边平行，不能判定为平行四边形，因此 B 选项不合题意；

C，添加 AC 平分 $\angle DAB$ 后，利用角平分线 定义和平行线的性质可推出 $AD=DC$，四边形 $ABCD$ 一组对边平行，一组邻边相等，不能判定为平行四边形，因此 C 选项不合题意；

D，添加 $AO=CO$ 后，利用 ASA 可证 $\Delta AOB\cong\Delta COD$，推出 $AB=CD$，四边形 $ABCD$ 一组对边平行且相等，可以判定为平行四边形，因此 D 选项符合题意.

故选 D.

【点睛】本题考查平行四边形的判定，熟练掌握平行四边形的判定方法是解题的关键．1，两组对边分别平行的四边形是平行四边形；2，两组对边分别相等的四边形是平行四边形；3，对角线互相平分的四边形

是平行四边形；4，一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；5、两组对角分别相等的四边形是平行四边形．

10．【答案】C

【解析】

【分析】根据翻折得到 $AB=BF$， $AE=EF$，又根据 $AB=AE$ 得到 $AB=BF=AE=EF$，即可证明四边形 $ABFE$ 为菱形，即可判断①的正误；根据条件证明 $\angle EBG=90°$，连接 DF，证明 ΔDEF 为等边三角形，根据 $\angle DEF=60°$， $\angle EFB=120°$，同理可得 E 、 F 、 G 在同一直线上，即可证明四边形 $BGDE$ 为矩形，即可判断②的正误；在 $Rt\Delta ABH$ 中，根据勾股定理得到 $BH=\frac{\sqrt{3}}{2}AB$，根据四边形 $BGDE$ 为矩形可得 $DG=\sqrt{3}AB$，即可判断③的正误；将五边形 $ABCDE$ 分成 ΔCDG，矩形 $DEBG$ 与 ΔABE 即可求得，即可判断④的正误．

【详解】解：$\because \Delta ABE$ 沿 BE 翻折到 ΔBFE，

$\therefore AB=BF$， $AE=EF$，

$\because AB=AE$，

$\therefore AB=BF=AE=EF$，

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 为菱形，故①正确；

$\because \angle BAE=120°$， $AB=AE$，

$\therefore \angle AEB=\angle ABE=30°$，

$\because \angle AED=120°$，

$\therefore \angle DEB=90°$，

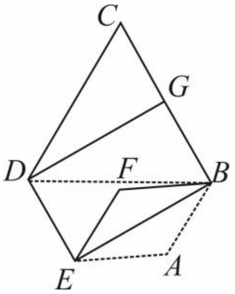
$\because \angle ABC=120°$，

$\angle EBG=90°$，

$\angle DEB=90°$，

$\therefore \angle DEF=90°-\angle FEB=90°-30°=60°$，

连接 DF，



$\because DE=EF$

$\therefore \Delta DEF$ 为等边三角形，

$\therefore DF=DE=FB$，

$\because \angle DFE=60°$， $\angle EFB=120°$，

$\therefore \angle DFE + \angle EFB = 180^\circ$，

$\therefore B$、D、F 在同一直线上，

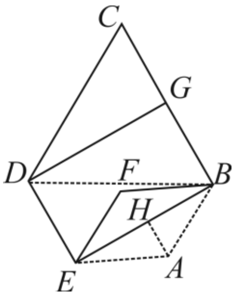
同理可得 E、F、G 在同一直线上，且 $EF = FG$，

$\therefore BD = GE$，

$\therefore \angle DGB = 90^\circ$，

$\therefore$ 四边形 $BGDE$ 为矩形，故②正确；

作 $AH \perp BE$ 交 BE 于 H，



$\because AE = AB$，$\angle EAB = 120^\circ$，

在 $Rt\Delta ABH$ 中，$\angle ABH = 30^\circ$，

$\therefore AH = \frac{1}{2}AB$，

$\therefore BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{1}{2}AB\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$，

$\therefore EB = 2BH = \sqrt{3}AB$，

$\therefore DG = EB = \sqrt{3}AB$，故③错误；

$AB = a$，$BE = \sqrt{3}a$，$DE = a$，$CG = a$，

$\therefore S_{五边形ABCDE} = S_{\Delta CDG} + S_{矩形DEBG} + S_{\Delta ABE}$

$= \frac{1}{2}a \cdot \sqrt{3}a + a \cdot \sqrt{3}a + \sqrt{3}a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2 + \sqrt{3}a^2 = \frac{7\sqrt{3}}{4}a^2$，故④正确.

故选：C.

【点睛】本题主要考查菱形的判定与性质，矩形的判定与性质，勾股定理，等边三角形的判定与性质，正确作出辅助线是解题的关键.

二、填空题

11. 【答案】6

【解析】

【分析】运用二次根式运算法则计算即可.

【详解】解：原式=6.

故答案为：6

【点睛】本题主要考查二次根式的乘法，掌握运算法则是解题的关键．

12. 【答案】40m

【解析】

【分析】根据三角形中位线定理：三角形的中位线平行第三边，且等于第三边的一半，那么第三边应等于中位线长的 2 倍即可解答．

【详解】解：∵M，N 分别是 AC，BC 的中点，

∴MN 是△ABC 的中位线，

∴MN=$\frac{1}{2}$AB，

∴AB=2MN=2×20=40（m）．

【点睛】本题考查三角形中位线定理，掌握三角形的中位线平行第三边，且等于第三边的一半是解题关键．

13. 【答案】9

【解析】

【分析】把正方形的面积转化为等腰三角形的面积，利用三角形面积公式：$S=ah\div 2$，计算即可．

【详解】解：因为正方形的两条对角线相等，且长为 $3\sqrt{2}$，

所以正方开的面积$=3\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}\div 2=9$．

故答案为：9．

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，二次根式乘法法则，三角形面积公式，理解相关知识是解答关键．

14. 【答案】5

【解析】

【分析】先利用勾股定理逆定理求出△ABC 是直角三角形，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $CD=\frac{1}{2}AB$，然后代入数据进行计算即可得解．

【详解】解：∵$AC^2+BC^2=6^2+8^2=100=AB^2$，

∴△ABC 是直角三角形，AB 是斜边，

∵D 是 AB 边上的中点，

∴$CD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 10=5$．

故答案为：5．

【点睛】本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，勾股定理逆定理的应用，熟记性质并求出△ABC 是直角三角形是解题的关键．

15. 【答案】18

【解析】

【分析】由平行四边形 $ABCD$ 中，易得$\angle BCD=\angle A=70°$，又因为 $DB=DC$，所以$\angle DBC=\angle DCB=$

70°，再根据 $CE\perp BD$，可得$\angle BCE=20°$．

【详解】解：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$\angle BCD=\angle A=72°$，

∵$DB=DC$，

∴$\angle DBC=\angle BCD=70°$，

∵$CE\perp BD$，

∴$\angle CEB=90°$，

∴$\angle BCE=18°$．

故答案为：18°．

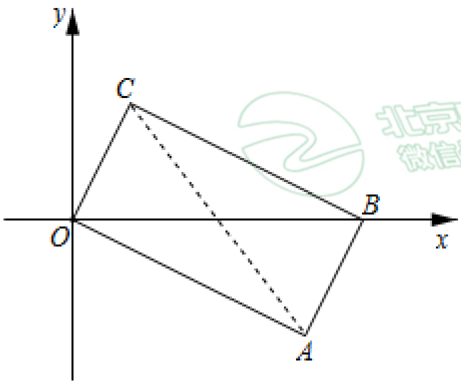
【点睛】本题主要考查了是平行四边形的性质，以及等腰三角形的性质，关键是掌握平行四边形的对角相等.

16. 【答案】5

【解析】

【分析】由两点距离公式可求AC的长，由矩形的性质可求$OB=AC=5$，即可求解.

【详解】解：连接AC，



∵点A（4，－2），点C（1，2），

∴$AC=\sqrt{(4-1)^2+(-2-2)^2}=5$，

∵四边形$ABCO$是矩形，

∴$OB=AC=5$，

∴点B的横坐标为5，

故答案为：5.

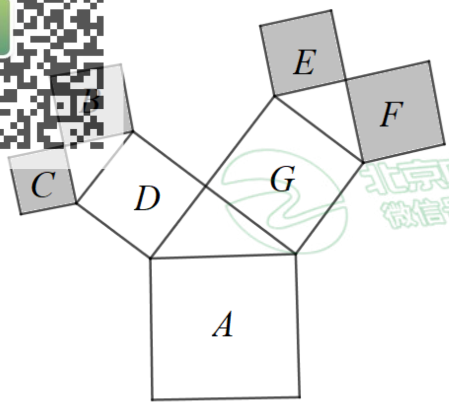
【点睛】本题考查了矩形的性质，坐标与图形的性质，掌握矩形的对角线相等是解题的关键.

17.【答案】10

【解析】

【分析】先把各个正方形都标上代号，再根据勾股定理有$S_{正方形D}+S_{正方形G}=S_{正方形A}$，$S_{正方形C}+S_{正方形B}=S_{正方形D}$，$S_{正方形E}+S_{正方形F}=S_{正方形G}$，等量代换即可求最大的正方形面积.

【详解】解：如下图所示：



根据勾股定理可知，

$\because S_{\text{正方形}D}+S_{\text{正方形}G}=S_{\text{正方形}A}$，

$S_{\text{正方形}C}+S_{\text{正方形}B}=S_{\text{正方形}D}$，

$S_{\text{正方形}E}+S_{\text{正方形}F}=S_{\text{正方形}G}$，

$\therefore S_{\text{正方形}A}=S_{\text{正方形}B}+S_{\text{正方形}C}+S_{\text{正方形}E}+S_{\text{正方形}F}=10$，

故答案为：10．

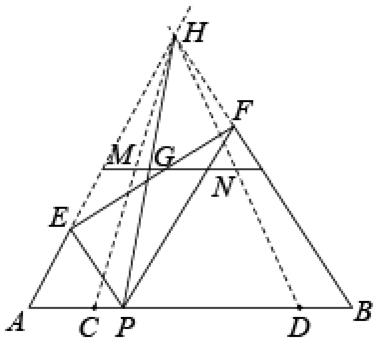
【点睛】本题主要考查勾股定理，掌握勾股定理是解题 关键．

18．【答案】3

【解析】

【分析】分别延长 AE、BF 交于点 H，易证四边形 $EPFH$ 为平行四边形，得出 G 为 PH 中点，则 G 的运行轨迹为三角形 HCD 的中位线 MN．再求出 CD 的长，运用中位线的性质求出 MN 的长度即可．

【详解】如图，分别延长 AE、BF 交于点 H．



$\because \angle A=\angle FPB=60°$，

$\therefore AH\parallel PF$，

$\because \angle B=\angle EPA=60°$，

$\therefore BH\parallel PE$，

$\therefore$四边形 $EPFH$ 为平行四边形，

$\therefore EF$ 与 HP 互相平分．

$\because G$ 为 EF 的中点，

∴G 也正好为 PH 中点，即在 P 运动过程中，G 始终为 PH 的中点，所以 G 的运行轨迹为三角形 HCD 的中位线 MN.

∵CD=10-2-2=6，

∴MN=3，即 G 的移动路径长为 3.

故答案为：3.

【点睛】本题考查了等腰三角形及中位线的性质，以及动点问题，解题的关键是掌握中位线的性质.

三、解答题

19. 【答案】（1）$5\sqrt{2}$

（2）$-2\sqrt{3}$

（3）6

【解析】

【分析】（1）原式先化简 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$,$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，再合并即可得到答案；

（2）原式先计算二次根式的除法和化简 $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$，再合并即可得到答案；

（3）原式运用平方差公式进行计算即可.

【小问 1 详解】

$\sqrt{18}+\sqrt{8}$

$=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}$；

【小问 2 详解】

$\sqrt{12}\div\sqrt{4}-\sqrt{27}$

$=\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{3}$；

【小问 3 详解】

$(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})$

=18-12

=6.

【点睛】本题主要考查了二次根式 的混合运算，熟练掌握运算法则和乘法公式是解答本题的关键.

20. 【答案】-1

【解析】

【分析】先将代数式进行配方化简，然后代值计算即可.

【详解】先将式子利用完全平方公式变形，然后将 x 的值代入化简后的式子即可解答本题.

解：∵$x=\sqrt{3}-1$，

∴x^2+2x-3

$=(x+1)^2-4$

$=(\sqrt{3}-1+1)^2-4$

$=(\sqrt{3})^2-4$

$=3-4$

$=-1$.

【点睛】本题考查一元二次方程的配方以及二次根式的化简求值，先将代数式进行配方化简，然后代值计算可减少计算量．

21. 【答案】(1) $2\sqrt{2}$

(2) 135°

【解析】

分析】(1) 由于$\angle B=90°$，$AB=BC=2$，利用勾股定理可求AC；

(2) 由于$\angle B=90°$，$AB=BC=2$可求$\angle BAC=45°$，而$CD=3$，$DA=1$，易得$AC^2+DA^2=CD^2$，可证$\triangle ACD$是直角三角形，于是有$\angle CAD=90°$，从而易求$\angle DAB$．

【小问1详解】

解：∵$\angle B=90°$，$AB=BC=2$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$；

【小问2详解】

解：∵$\angle B=90°$，$AB=BC=2$，

$\therefore \angle BAC=45°$，

又∵$CD=3$，$AD=1$，

$\therefore AC^2+AD^2=8+1=9$，$CD^2=9$，

$\therefore AC^2+DA^2=CD^2$，

$\therefore \triangle ACD$是直角三角形，

$\therefore \angle CAD=90°$，

$\therefore \angle DAB=45°+90°=135°$．

$\therefore \angle DAB$的度数为135°．

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、勾股定理、勾股定理的逆定理．解题的关键是连接AC，并证明$\triangle ACD$是直角三角形．

22. 【答案】(1) $\sqrt{5}$；14.5

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 利用勾股定理可求CD，利用割补法可求四边形$ABCD$的面积；

(2) 利用勾股定理结合网格特点画三角形即可．

【小问1详解】

解：$CD=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

四边形 $ABCD$ 的面积$=5\times5-\frac{1}{2}\times1\times5-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times4\times1-1=14.5$，

故答案为：$\sqrt{5}$，14.5；

【小问 2 详解】

如图 2，△ABC 即为所求，其中 $AC=4$，$AB=\sqrt{13}$，$BC=\sqrt{5}$.

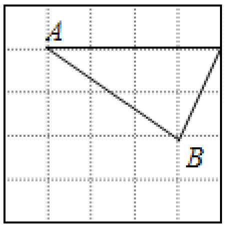


图2

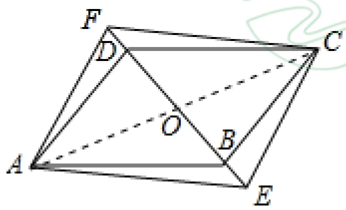
【点睛】本题考查了勾股定理的应用，割补法求面积，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

23. 【答案】见解析

【解析】

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形易知 $OA=OC$，$OC=OD$，再证得 $OE=OF$，即可得出结论.

【详解】证明：连接 AC，设 AC 与 BD 交于点 O．如图所示：



∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$，

又∵$BE=DF$，

∴$OE=OF$.

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形.

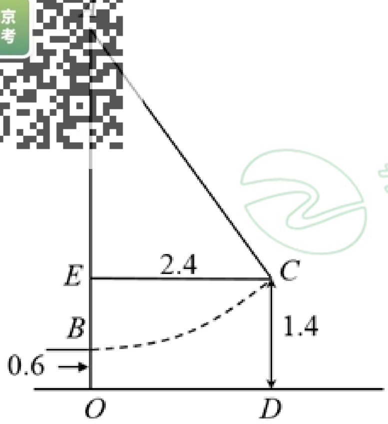
【点睛】本题考查了平行四边形的性质和判定，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键，解题时要注意选择适宜的判定方法.

24. 【答案】秋千 AB 长 4 米

【解析】

【分析】设秋千 AB 的长为 x，表示出 AE，在直角三角形 ACE 中，利用勾股定理列出方程，求出方程的解得到 x 的值，确定出秋千 AB 的长即可.

【详解】解：如图



设秋千 AB 的长为 x，则 $AE=x-(1.4-0.6)=(x-0.8)$，

在 $Rt\triangle AEC$ 中，利用勾股定理得：$x^2=(x-0.8)^2+2.4^2$，

整理得：$1.6x=6.4$，

解得：$x=4$.

则秋千 AB 得长为 4 米.

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，熟练掌握勾股定理是解本题的关键.

25. 【答案】(1) 证明见解析；(2) $2\sqrt{7}$.

【解析】

【分析】(1) 首先证明四边形 ABEF 是平行四边形，然后根据邻边相等的平行四边形是菱形即可证明；

(2) 过点 O 作 OG⊥BC 于点 G．分别在 Rt△OEG，Rt△OCG 中，由含 30 度角的直角三角形的性质和勾股定理解答即可.

【详解】(1) ∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴BC∥AD，BC=AD.

∵E，F 分别是 BC，AD 的中点，

∴$BE=\frac{1}{2}BC$，$AF=\frac{1}{2}AD$，

∴BE=AF，

∴四边形 ABEF 是平行四边形.

∵BC=2AB，

∴AB=BE，

∴平行四边形 ABEF 是菱形.

(2) 过点 O 作 OG⊥BC 于点 G，如图所示，

∵E 是 BC 的中点，BC=2AB，

∴BE=CE=AB=4.

∵四边形 ABEF 是菱形，∠ABC=60°，

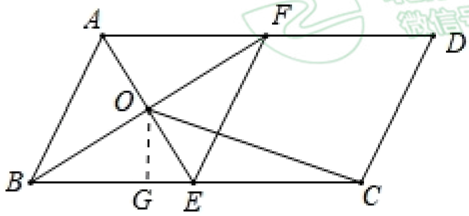
∴BE=CE=AB=4，∠OBE=30°，∠BOE=90°，

∴OE=2，∠OEB=60°，

∴GE=1，$OG=\sqrt{3}GE=\sqrt{3}$，

∴GC=GE+CE=5，

∴$OC=\sqrt{OG^2+GC^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+5^2}=2\sqrt{7}$．



【点睛】本题考查平行四边形的性质、菱形的判定和性质、勾股定理、含 30 度角的直角三角形的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，属于中考常考题型．

26. 【答案】（1）不能　　（2）＝；＞

（3）$(ac+bd)^2<(a^2+b^2)(c^2+d^2)$

【解析】

【分析】（1）分别计算正方形的面积和长方形的面积，比较两个图形的面积大小即可得解；

（2）如图 3 中，分别计算左边大正方形的面积和右边大正方形的面积，即可得 $a^2+b^2=c^2$，再利用 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 变形得 $(a+b)^2\geqslant 2ab$；

（3）如图 4，先由完全平方公式和整式的乘法计算得 $(ac+bd)^2=a^2c^2+2abcd+b^2d^2$，$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2$，$(ad-bc)^2=a^2d^2-2abcd+b^2c^2\geqslant 0$，进而可得 $(ac+bd)^2\leqslant(a^2+b^2)(c^2+d^2)$．

【小问 1 详解】

解：如图 1，图 2，

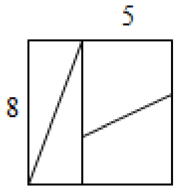


图1

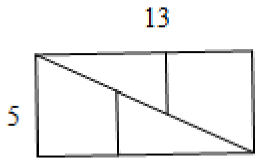


图2

∵$S_{正方形}=8^2=64$，$S_{长方形}=5\times 13=65$，

∴$S_{正方形}\neq S_{长方形}$，

故答案为：不能；

【小问 2 详解】

解：如图 3 中，

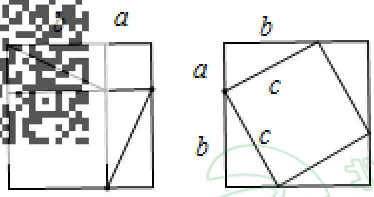


图3

左边大正方形的面积：$S_{大正方形}=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，右边大正方形的面积：$S_{大正方形}=c^2+4\times\frac{1}{2}ab=c^2+2ab$，

$\therefore a^2+2ab+b^2=c^2+2ab$，

$\therefore a^2+b^2=c^2$，

$\because (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$，

$\because a^2+b^2\geq 0$，

$\therefore (a+b)^2-2ab\geqslant 0$，

$\therefore (a+b)^2\geqslant 2ab$，

故答案为：=，≥ ；

【小问 3 详解】

解：如图 4，

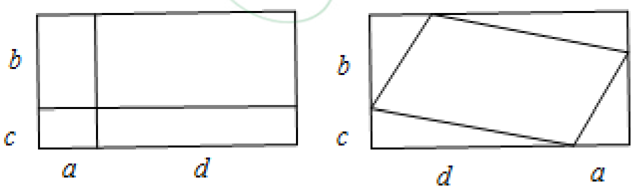


图4

$(ac+bd)^2=a^2c^2+2abcd+b^2d^2$，$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2$，

$(ad-bc)^2=a^2d^2-2abcd+b^2c^2\geqslant 0$，

$\therefore a^2d^2+b^2c^2\geq 2abcd$，

$\therefore (ac+bd)^2\leqslant(a^2+b^2)(c^2+d^2)$，

故答案为：$(ac+bd)^2\leqslant(a^2+b^2)(c^2+d^2)$.

【点睛】本题考查了完全平方公式及勾股定理，熟练掌握完全平方公式是解题的关键.

27. 【答案】（1）3，$\frac{3}{4}$

（2）$T=\frac{1}{3}$或$\frac{1}{5}$

（3）14

【解析】

【分析】（1）根据定义求出线段 MO、MA、NO、NA 的值即可解答；

（2）根据定义分类讨论分别求出 TA 和 TO，由于 $OA=1$，故可求出 TO，从而知道 T 表示的数，即可算出 TA，再计算即可，；

（3）根据题意可知，分两种情况，点 R 在点 A 的右侧，点 R 在 OA 之间，将前几个 r 求出来，则可发现规律， 根据规律解题.

【小问 1 详解】

解：由题可得 $MO=\frac{3}{2}$，$MA=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$，$NO=0-(-3)=3$，$NA=1-(-3)=4$，

$$\therefore \underline{M}=\frac{MO}{MA}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}=3，\quad \underline{N}=\frac{NO}{NA}=\frac{3}{4}，$$

故答案为：3，$\frac{3}{4}$；

【小问 2 详解】

解：当点 T 在原点右侧时，

$\because OT=\frac{1}{4}OA$，$OA=1$，，

$\therefore OT=\frac{1}{4}$，

$\therefore TA=OA-TO=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$，

$$\therefore \underline{T}=\frac{TO}{TA}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{3}，$$

当点 T 在原点左侧时，

$\because OT=\frac{1}{4}OA$，$OA=1$，，

$\therefore OT=\frac{1}{4}$，

$\therefore TA=TO+OA=\frac{1}{4}+1=\frac{5}{4}$，

$$\therefore \underline{T}=\frac{TO}{TA}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{4}}=\frac{1}{5}，$$

$\therefore \underline{T}$ 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{5}$；

【小问3详解】

解：当$\underline{R}$=1时，即$\frac{RO}{RA}=1$，

∴点 R 表示的数 r 为$\frac{1}{2}$；

同理，当 $\underline{R}$=2，可求得 R 表示的数 r 为：2 或者$\frac{2}{3}$；

当 $\underline{R}$=3，可求得 R 表示的数 r 为：$\frac{3}{4}$ 或者 $\frac{3}{2}$

当 $\underline{R}$=4，可求得 R 表示的数 r 为：$\frac{4}{5}$ 或者 $\frac{4}{3}$；

. . . . . ,

当 $\underline{R}$=99，可推得 R 表示的数 r 为：$\frac{99}{100}$ 或者 $\frac{99}{98}$；

∴所有满足条件的 p 的倒数之和为：

$s=2+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}+\frac{5}{4}+\frac{3}{4}+\cdots+\frac{100}{99}+\frac{98}{99}$，

$=2+2+2+2+\cdots+2$ ，

$=2\times 99$，

$=198$；

∴ $\sqrt{s-2}=\sqrt{198-2}=14$，

故答案为 14．

【点睛】本题考查了新定义运算，能从所给的定义去理解题意，并结合所学进行解题，同时结合分类讨论的数学思想解题是解题的关键．

28. 【答案】（1）$2\sqrt{2}$

（2）$\sqrt{2}$

（3）见解析　　（4）$AF=BF+\sqrt{2}\,CF$ 或 $AF+BF=\sqrt{2}\,CF$ 或 $\sqrt{2}\,CF+AF=BF$

【解析】

【分析】（1）先由勾股定理计算得 $AB=2\sqrt{2}$ ，再证明△BCE≌△ACD，$BE=AD$，由 D 在△ABC　边 AB 上即可得解；

（2）过点 P 作 $PQ\perp AB$ 于点 Q，如图 2，先由角平分线的性质证明 $PQ=PC$，再证明 Rt△APQ≌Rt△APC，得 $AQ=AC=BC$，设 $PC=x$，则 $PQ=BQ=x$，由勾股定理得 $BP=\sqrt{2}x$ ，进而证明 $PB=BE$，构建一元一次方程即可求解；

（3）延长 CM 到点 F，使 $FM=CM$，连接 AF，如图 3，先证△AMF≌△EMC，得 $AF=EC$，∠MAF=∠MEC，由（1）知： $CE=CD$，∠BCE=∠ACD，$AF=CD$，进而得 ∠CAF=∠CAE+∠MAF=∠CAE+∠MEC= 180° -∠ACE=90° -∠ACD=∠BCD，从而有△CAF≌△BCD，得

$CF=BD$，即可证明结论成立；

（4）分类讨论 AF、BF、CF 的数量关系，① 当点 F 在线段 AB 的上方且在线段 AB 垂直平分线的右侧时，过点 C 作 $CG\perp CF$ 交直线 AF 于点 G，如图 4 所示，利用三角形全等即可得 $AF=BF+\sqrt{2}\,CF$； ② 当点 F 在线段 AB 的上方且在线段 AB 垂直平分线的左侧时，过点 C 作 $CG\perp CF$ 交直线 BE 于点 G，如图 5 所示，利用三角全等得 $BF=BG+GF=AF+\sqrt{2}\,CF$；③ 当点 F 在线段 AB 的下方时，过点 C 作 $CG\perp CF$ 交直线 BE 于点 G，如图 6 所示， 利用三角形全等得 $AF+BF=\sqrt{2}\,CF$.

【小问 1 详解】

解：∵在 $Rt\triangle ABC$ 中，$BC=AC=2$，$\angle ACB=90°$

∴$AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ，

∵D 在△ABC 的边 AB 上，将 CD 绕点 C 逆时针旋转 90° 至 CE 的位置，

∴ $CE=CD$，$\angle DCE=90°=\angle ACB$，

∴$\angle DCE-\angle BCD=\angle ACB-\angle BCD$ 即$\angle BCE=\angle ACD$，

在△BCE 和△ACD 中，

$$\begin{cases}BC=AC\\ \angle BCE=\angle ACD\\ CE=CD\end{cases}，$$

∴△BCE≌△ACD，

∴$BE=AD$，

∵D 在△ABC 的边 AB 上，

∴AD 的最大值等于 AB 为$2\sqrt{2}$ ，

∴BE 的最大值为$2\sqrt{2}$，

故答案为： $2\sqrt{2}$；

【小问 2 详解】

解：过点 P 作 $PQ\perp AB$ 于点 Q，如图 2，

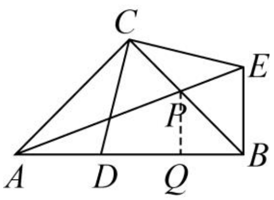


图2

∵$PQ\perp AB$， $\angle ACB=90°$，

∴$\angle AQP=\angle BQP=90°$ ，

∵在 $Rt\triangle ABC$ 中，$BC=AC$，$\angle ACB=90°$ ，

∴$PC\perp AC$，$\angle BAC=\angle ABC=45°$ ，$\angle CAP+\angle APC=90°$，

∵$\angle BQP=90°$ ，

$\therefore \angle QPB = 90° - \angle ABC = 45° = \angle ABC$，

$\therefore PQ = BQ$，

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore PQ = PC$，$\angle CAP = \angle BAE$，

在 $Rt\triangle APQ$ 和 $Rt\triangle APC$ 中，

$$\begin{cases} PQ = PC \\ AP = AP \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle APQ \cong Rt\triangle APC$，

$\therefore AQ = AC = BC$，

设 $PC = x$，则 $PQ = BQ = x$，

$\because PQ \perp AB$，

$\therefore BP = \sqrt{PQ^2 + BQ^2} = \sqrt{2}x$，

$\because$ 由（1）得 $\triangle BCE \cong \triangle ACD$，

$\therefore \angle CBE = \angle CAD = 45°$，$BE = AD = 2$，

$\therefore \angle ABE = \angle ABE + \angle CBE = 45° + 45° = 90°$，

$\therefore \angle BAE + \angle AEB = 90°$，

$\because \angle CAP + \angle APC = 90°$，　$\angle CAP = \angle BAE$，

$\therefore \angle AEB = \angle APC = \angle BPE$，

$\therefore PB = BE = 2 = \sqrt{2}x$，

$\therefore CP = x = \sqrt{2}$，

故答案为：$\sqrt{2}$；

【小问 3 详解】

解：延长 CM 到点 F，使 $FM = CM$，连接 AF，如图 3，

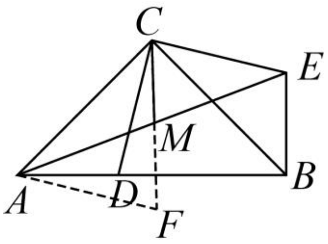


图3

$\because M$ 为 AE 的中点，

$\therefore AM = EM$，

在 $\triangle AMF$ 和 $\triangle EMC$ 中，

$$\begin{cases} FM = CM \\ \angle AMF = \angle EMC \\ AM = EM \end{cases},$$

∴$\triangle AMF \cong \triangle EMC$，

∴$AF = EC$，$\angle MAF = \angle MEC$，

∴$\angle CAF = \angle CAE + \angle MAF = \angle CAE + \angle MEC$

由（1）知：$CE = CD$，$\angle BCE = \angle ACD$，$AF = CD$，

∴$\angle CAE + \angle MEC = 180° - \angle ACE$

$= 180° -（\angle ACB + \angle BCE）$

$= 180° - （90° + \angle ACD）$

$= 90° - \angle ACD$

$= \angle BCD$，

∴$\angle CAF = \angle BCD$，

在$\triangle CAF$和$\triangle BCD$中，

$$\begin{cases} CA = BC \\ \angle CAF = \angle BCD \\ AF = CD \end{cases}$$

∴$\triangle CAF \cong \triangle BCD$，

∴$CF = BD$，

∵$FM = CM$，

∴$CM = \frac{1}{2}BD$，

【小问 4 详解】

解：$AF = BF + \sqrt{2}CF$ 或 $AF + BF = \sqrt{2}CF$ 或 $\sqrt{2}CF + AF = BF$，理由如下：

① 当点 F 在线段 AB 的上方且在线段 AB 垂直平分线的右侧时，过点 C 作 $CG \perp CF$ 交直线 AF 于点 G，如图 4 所示，

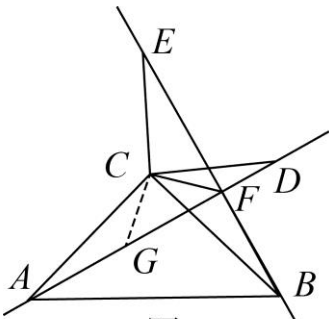


图4

∵由（1）得$\triangle BCE \cong \triangle ACD$，

∴$\angle CBE = \angle CAD$，

∵$CG \perp CF$，$\angle ACB = 90°$，

$\therefore \angle ACG+\angle GCB=\angle ACB=90°=\angle GCF=\angle BCG+\angle BCF$,

$\therefore \angle ACG=\angle BCF$,

在△ACG和△BCF中,

$$\begin{cases}\angle CBE=\angle CAD\\ AC=BC\\ \angle ACG=\angle BCF\end{cases},$$

$\therefore$ △ACG≌△BCF ,

$\therefore AG=BF$，$CG=CF$,

$\because CG\perp CF$,

$\therefore GF=\sqrt{CG^2+CF^2}=\sqrt{2}CF$，

$\therefore AF=AG+GF=BF+\sqrt{2}CF$;

② 当点 F 在线段 AB 的上方且在线段 AB 垂直平分线的左侧时，过点 C 作 $CG\perp CF$ 交直线 BE 于点 G，如图 5 所示,

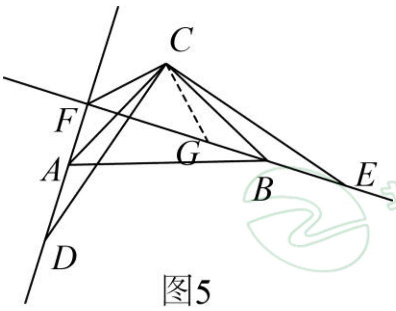


图5

$\because$ 由（1）得△BCE≌△ACD,

$\therefore \angle CBE=\angle CAD$,

$\because CG\perp CF$，$\angle ACB=90°$，$\angle CBE+\angle GBC=\angle CAD+\angle FAC=180°$,

$\therefore \angle ACG+\angle GCB=\angle ACB=90°=\angle GCF=\angle ACG+\angle ACF$，$\angle GBC=\angle FAC$,

$\therefore \angle BCG=\angle ACF$,

在△ACF和△BCG中,

$$\begin{cases}\angle GBC=\angle FAC\\ AC=BC\\ \angle BCG=\angle ACF\end{cases},$$

$\therefore$ △BCG≌△ACF ,

$\therefore BG=AF$，$CG=CF$,

$\because CG\perp CF$,

$\therefore GF=\sqrt{CG^2+CF^2}=\sqrt{2}CF$，

$\therefore BF=BG+GF=AF+\sqrt{2}CF$;

③ 当点 F 在线段 AB 的下方时，过点 C 作 $CG\perp CF$ 交直线 BE 于点 G，如图 6 所示,

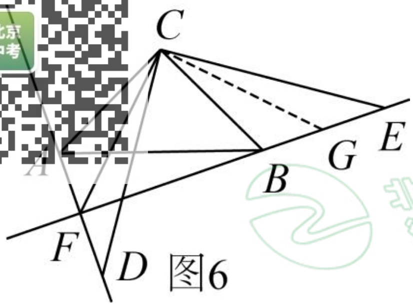


图6

∵由（1）得△BCE≌△ACD，

∴∠CBE=∠CAD，

∵$CG\perp CF$，∠ACB=90°，

∴∠ACF+∠FCB=∠ACB=90°=∠GCF=∠BCG+∠BCF，

∴∠ACF=∠BCG，

在△ACF和△BCG中，

$$\begin{cases}\angle CBE=\angle CAD\\ AC=BC\\ \angle ACF=\angle BCG\end{cases},$$

∴△ACF≌△BCG，

∴AF=BG，CG=CF，

∵$CG\perp CF$，

∴ $GF=\sqrt{CG^2+CF^2}=\sqrt{2}CF$，

∴ $\sqrt{2}\,CF$=FG=BF+BG=AF+BF 即 $AF+BF=\sqrt{2}\,CF$；

综上所述：$AF=BF+\sqrt{2}\,CF$ 或 $AF+BF=\sqrt{2}\,CF$ 或 $\sqrt{2}\,CF+AF=BF$.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质、直角三角形的性质、勾股定理，全等三角形的判定及性质，角平分线的性质定理，熟练掌握全等三角形的判定及性质是解题的关键.