



## 房山区 2023 年九年级数学模拟测试（二）

### 参考答案

#### 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	B	B	D	D	C

#### 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.  $x \neq 7$ ;                      10.  $a(m+2)(m-2)$                       11.  $x = 5$                       12.  $-3$
13.  $m \leq 9$                       14.  $2\sqrt{3}$                       15.  $0.9$                       16.  $1, 8$

#### 三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 原式  $= 3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$  ..... 4 分  
 $= 3 + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$   
 $= 3 + 2\sqrt{2}$  ..... 5 分

18. 
$$\begin{cases} 2x - 1 < 5 - x, & \text{①} \\ \frac{3 + 5x}{3} > 2x. & \text{②} \end{cases}$$

解：由①得：  $x < 2$  ..... 2 分

由②得：  $x < 3$  ..... 4 分

$\therefore$  不等式组的解集为  $x < 2$  ..... 5 分

19. 原式  $= x^2 - 9 + x^2 - 2x$  ..... 2 分

$= 2x^2 - 2x - 9$  ..... 3 分

$\because x^2 - x - 1 = 0$

$\therefore 2x^2 - 2x = 2$  ..... 4 分

$\therefore$  原式  $= 2 - 9 = -7$  ..... 5 分



20. 方法一:

证明:  $\because \square ABCD,$

$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle DAC = \angle ACB, \angle BAC = \angle ACD,$

$\therefore \angle DAC + \angle BAC = \angle ACB + \angle ACD,$

即  $\angle BAD = \angle BCD,$

在  $\triangle ACD$  与  $\triangle CAB$  中

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle ACB, \\ AC = CA, \\ \angle DCA = \angle BAC \end{cases}$$

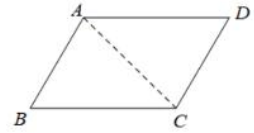
$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CAB$

$\therefore \angle D = \angle B$

..... 1分

..... 2分

..... 3分



..... 5分

方法二:

证明:  $\because \square ABCD,$

$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle D = \angle DCE, \angle B = \angle DCE,$

$\therefore \angle B = \angle D,$

又  $\because \angle D + \angle BCD = 180^\circ, \angle A + \angle B = 180^\circ$

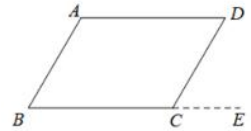
$\therefore \angle A = \angle BCD$

..... 1分

..... 2分

..... 3分

..... 5分



方法三:

证明:  $\because \square ABCD,$

$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD$

$\therefore \angle DAC = \angle ACB, \angle ADB = \angle DBC,$

$\angle BAC = \angle ACD, \angle ABD = \angle BDC,$

$\therefore \angle DAC + \angle BAC = \angle ACB + \angle ACD,$

$\angle ADB + \angle BDC = \angle DBC + \angle ABD$

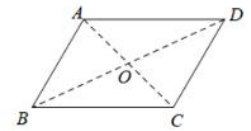
即  $\angle BAD = \angle BCD, \angle ABC = \angle ADC$

..... 1分

..... 2分

..... 4分

..... 5分



21. (1)  $\because \square ABCD$

$\therefore AB \parallel DC$  ..... 1分

$\therefore \angle EAO = \angle FCO, \angle AEO = \angle CFO$

$\because O$  为  $AC$  的中点

$\therefore OA = OC$

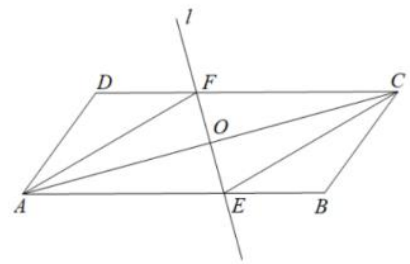
$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$

$\therefore OE = OF$  ..... 2分

$\therefore$  四边形  $AECF$  是平行四边形

$\because l \perp AC$

$\therefore$  四边形  $AECF$  是菱形 ..... 3分





(2) 过点  $C$  作  $CH \perp AB$  于点  $H$ . ..... 4分

$\therefore \angle AHC = 90^\circ$ ,

$\because$  四边形  $AECF$  是菱形

$\therefore AE = EC = 2, \angle BAC = \angle ACE = 15^\circ$ ,

$\therefore \angle HEC = \angle BAC + \angle ACE = 30^\circ$

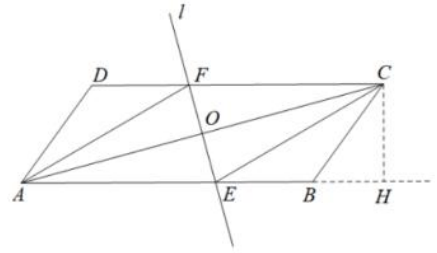
$\therefore CH = 1$

$\therefore BE = 1$

$\therefore AB = 3$

$\therefore \square ABCD$  的面积  $= AB \times CH = 3 \times 1 = 3$  ..... 6分

(其他解法酌情给分)



22. (1) 把点  $B(1, a)$  代入  $y = x$  中,

$a = 1$ , ..... 1分

$\therefore B(1, 1)$

把点  $A(2, -1), B(1, 1)$  代入  $y = kx + b (k \neq 0)$  中,

$$\begin{cases} k + b = 1, \\ 2k + b = -1. \end{cases} \quad \dots\dots\dots 2分$$

解得  $\begin{cases} k = -2, \\ b = 3. \end{cases}$

$\therefore$  一次函数的表达式为  $y = -2x + 3$ . ..... 3分

(2)  $m < 3$  ..... 5分

23. (1) 证明:  $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ .

$\because BD$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle A = 90^\circ$ .

$\therefore \angle 1 + \angle ADB = 90^\circ$  ..... 1分

$\because \angle F = \angle ADB, \angle 1 = \angle 2$ .

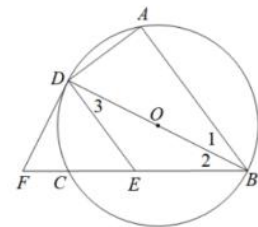
$\therefore \angle 2 + \angle F = 90^\circ$ .

$\therefore \angle FDB = 90^\circ$ .

$\therefore OD \perp DF$ .

$\because OD$  是半径,

$\therefore DF$  是  $\odot O$  的切线. .... 2分





(2) 连接  $DC$

$\because BD$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle DCB=90^\circ$ .

$\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $AD=4$

$\therefore DC=DA=4$  .....3 分

$\because DE=5$

$\therefore CE=\sqrt{DE^2-DC^2}=3$ , .....4 分

$\because DE \parallel AB$ ,

$\therefore \angle 1=\angle 3$ .

$\because \angle 1=\angle 2$

$\therefore \angle 3=\angle 2$

$\therefore EB=DE=5$

$\therefore CB=3+5=8$  .....5 分

$\therefore DB=\sqrt{DC^2+CB^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

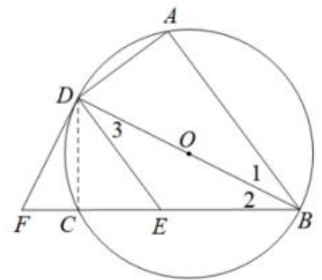
又  $\angle FDB=\angle DCB=90^\circ$ ,  $\angle 2=\angle 2$

$\therefore \triangle FDB \sim \triangle DCB$

$\therefore \frac{DF}{DC} = \frac{DB}{CB}$

即  $\frac{DF}{4} = \frac{4\sqrt{5}}{8}$

$\therefore DF=2\sqrt{5}$  .....6 分



(其他解法酌情给分)

24. (1)  $m=6.5$ ,  $n=9$ ,  $p=8$  .....3 分

(2)  $S_3^2 < S_2^2 < S_1^2$  .....5 分

(3) 40 .....6 分



25. (1) ①由表中数据可得顶点 (4, 2.8)
- 设  $y = a(x-4)^2 + 2.8$  ( $a < 0$ ) .....1 分
- 把 (0, 2.48) 代入得  $a = -0.02$
- ∴ 所求函数关系为  $y = -0.02(x-4)^2 + 2.8$  .....2 分
- ② 能. ....3 分
- (2) 判断: 没有出界. ....4 分
- 令  $y=0$ , 解得  $x_1 = -8$  (舍),  $x_2 = 16$
- ∵  $x_2 = 16 < 18$ ,
- ∴ 没有出界. ....5 分
- (其他解法酌情给分)
- 
26. (1) 把 (1, 0) 代入  $y = ax^2 - 4x + 3a$  得  $a = 1$ , .....1 分
- $n = 2$  .....2 分
- (2) ① 开口向上 .....3 分
- ∵  $x_1 = n$ , 又对称轴为  $x = n$
- ∴  $A(n, m)$  是抛物线的顶点
- ∵  $B(x_2, m+1)$ , 且  $m+1 > m$ ,
- ∴ 点  $B$  在顶点  $A$  的上方 .....4 分
- ∴ 抛物线开口向上
- ② 设  $|x_2 - x_1| = 1$ ,
- ∵  $x_1 = n$  ∴  $x_2 = n+1$  或  $x_2 = n-1$
- 将抛物线平移, 使其顶点  $A(n, m)$  落在坐标原点,
- 平移  $a$  的值不变, 平移后抛物线表达式为  $y = ax^2$ ,
- 此时  $A(0, 0)$ , ∴  $B(1, 1)$  或  $B(-1, 1)$
- 将  $B(1, 1)$  代入  $y = ax^2$  得  $a = 1$
- ∵  $|x_2 - x_1| \leq 1$ , 结合图象
- ∴  $a$  的取值范围为  $a \geq 1$ . ....6 分
- (其他解法酌情给分)



27. (1) 补全图形 .....1分

连接  $CB$ ,

$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC$

$\therefore \angle ABC = 45^\circ$  .....2分

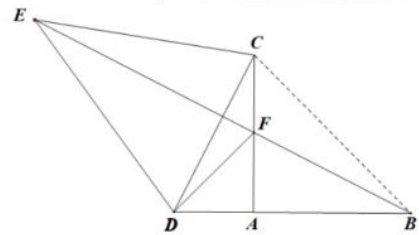
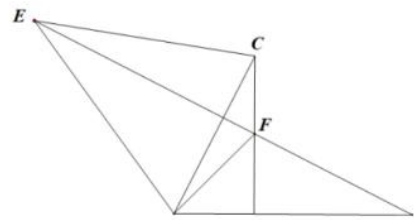
$\because$  点  $E$  和点  $B$  关于直线  $DC$  对称

$\therefore EC = BC, ED = BD$

$\because DC = DC$

$\therefore \triangle EDC \cong \triangle BDC$  (SSS)

$\therefore \angle DEC = \angle DBC = 45^\circ$  .....3分



(2)  $ED + CF = \sqrt{2}EC$  .....4分

$\because$  点  $E, B$  关于直线  $CD$  对称

$\therefore EB \perp CD$ , 设垂足为  $H$

则  $\angle CHF = 90^\circ = \angle BAC$

$\because \angle HFC = \angle AFB$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\because AC = AB, \angle DAC = \angle FAB = 90^\circ$

$\therefore \triangle DAC \cong \triangle FAB$  (ASA)

$\therefore AD = AF$

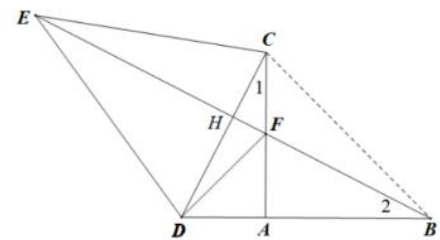
$\therefore ED = BD = AD + AB = AF + AC = AC - CF + AC = 2AC - CF$

$\because AC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} EC$

$\therefore ED = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} EC - CF = \sqrt{2}EC - CF$

即  $ED + CF = \sqrt{2}EC$

(其他证法酌情给分)



.....5分

.....6分

.....7分



28. (1) ① $P_1, P_3$ ; .....1分

②不存在. ....2分

设 $P$ 为线段 $AB$ 上任意一点, 则它与线段 $AB$ 上点的距离最小值为0, 最大值为 $PA$ 和 $PB$ 中的较大值; 显然 $PA \leq 3, PB \leq 3$ ;

点 $P$ 关于 $x$ 轴的对称点为 $P'$ ; 它到线段 $AB$ 上任意一点的距离 $\geq 4$

即若 $M, N$ 是线段 $AB$ 上的任意两点,  $PM \leq 3, P'N \geq 4$ , 不存在 $PM = P'N$

$\therefore$ 线段 $AB$ 上不在线段 $AB$ 的“对称平衡点”. ....3分

(2)  $0 \leq y_c \leq 2$  .....7分