

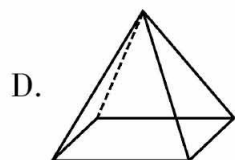
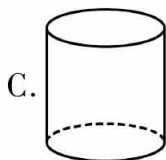
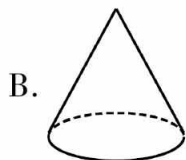
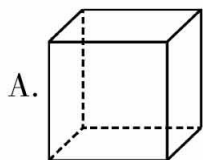
注
意
事
项

1. 本试卷共 8 页,包括三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校名称、班级和姓名。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

下面各题均有四个选项,其中只有一个是符合题意的。

1. 下列几何体中,是圆锥的为

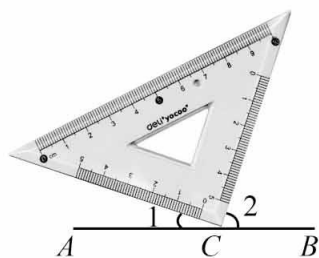


2. 党的二十大报告中指出,2022 年中国的科技实力实现了从跟跑到领跑的历史性跨越,研发经费持续增长,研发经费支出从一万亿元增加到二万八千亿元,居世界第二位. 将 2 800 000 000 000 用科学记数法表示为

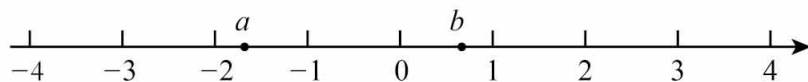
- A. 0.28×10^{13} B. 2.8×10^{11} C. 2.8×10^{12} D. 28×10^{11}

3. 如图,直角三角板的直角顶点落在直线 AB 上的点 C 处, $\angle 1 = 20^\circ$,则 $\angle 2$ 的大小为

- A. 50°
B. 60°
C. 70°
D. 160°



4. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示,下列结论中正确的是



- A. $b < a$ B. $a < -2$ C. $a + b > 0$ D. $-a > b$

5. 袋子里有 2 个红球 1 个白球,除颜色外无其他差别,随机摸取两个,恰好为一个红球一个白球的概率是

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$



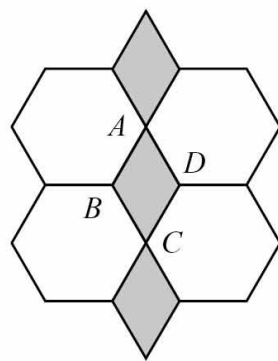
6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个实数根, 则实数 m 的取值范围为

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m \geq 1$ D. $m \leq 1$

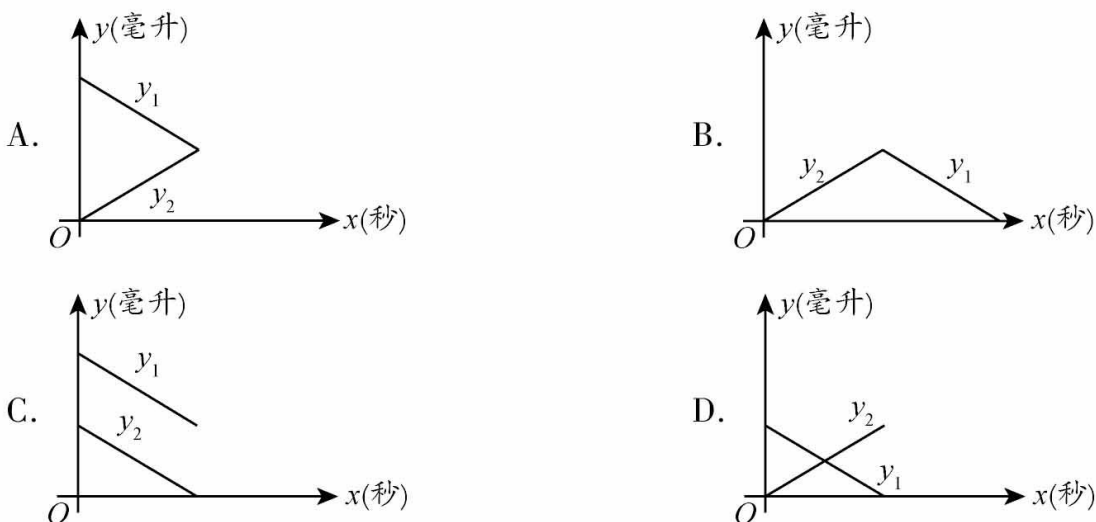
7. 如图所示的地面由正六边形和四边形两种地砖镶嵌而成, 则

$\angle BAD$ 的度数为

- A. 50°
B. 60°
C. 100°
D. 120°

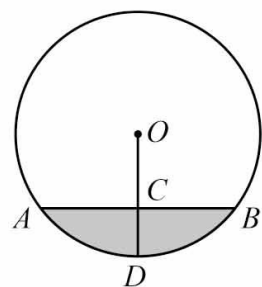


8. 如图, 一款旅行保温水壶, 拧开瓶盖即为自带的小水杯, 若满满一水壶水可以装满 4 水杯. 现在水壶中还有一半的水, 拧开瓶盖向小水杯中匀速的倒水, 设水壶中剩余的水量为 y_1 (毫升), 水杯中的水量为 y_2 (毫升), 倒水的时间为 x (秒), 则从开始倒水到水杯注满水的过程中, y_1, y_2 均是 x 的函数, 它们随着 x 的变化而变化的过程可以描述为

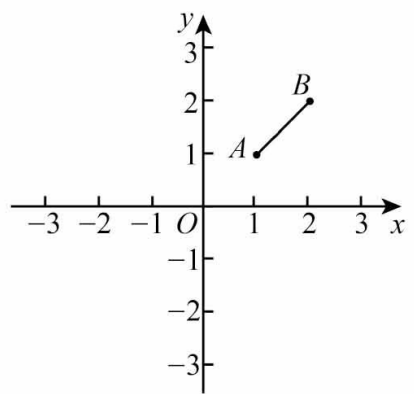


二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
10. 分解因式: $mx^2 - my^2 =$ _____.
11. 计算 $\left(1 - \frac{3}{x}\right) \div \frac{x^2 - 9}{x^2}$ 的值为_____.
12. 直径为 10 分米的圆柱形排水管, 截面如图所示. 若管内有积水(阴影部分), 水面宽 AB 为 8 分米, 则积水的最大深度 CD 为_____分米.



13. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $A(1,1)$, $B(2,2)$, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与线段 AB 有公共点, 写出一个满足条件 k 的值_____.

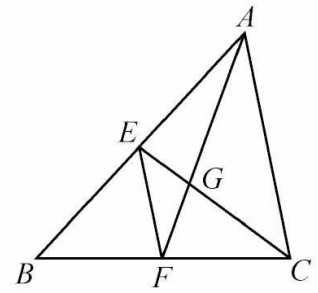


14. 某中学开展“读书伴我成长”活动,为了解八年级 200 名学生四月份的读书册数,对从中随机抽取的 20 名学生的读书册数进行调查,结果如下表:

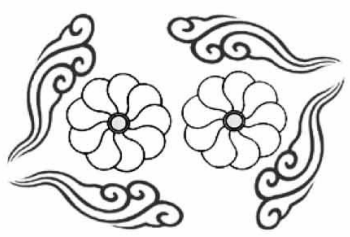
册数/册	1	2	3	4	5
人数/人	2	5	7	4	2

根据统计表中的数据估计八年级四月份读书册数不少于 3 本的人数约有_____人.

15. 已知:如图, $\triangle ABC$ 的两条中线 AF 与 CE 相交于点 G , 连结 EF , 则 $\frac{EG}{GC} =$ _____.



16. 如图所示,某工厂生产镂空的铝板雕花造型,造型由 A(绣球花)、B(祥云)两种图案组合而成,因制作工艺不同, A、B 两种图案成本不同,厂家提供了如下几种设计造型,造型 1 的成本 64 元,造型 2 的成本 42 元,则造型 3 的成本为_____元;若王先生选定了 1 个造型 1 作为中心图形, 6 个造型 2 分别位于中心图形的四周,其余部分用 n 个造型 3 填补空缺,若整个画面中,图案 B 的个数不多于图案 A 个数的 2 倍,且王先生的整体设计费用不超过 500 元,写出一个满足条件的 n 值_____.



造型 1



造型 2



造型 3

三、解答题(本题共 68 分,第 17 - 20、22、23 题,每题 5 分;第 21、24、25、26 题,每题 6 分;第 27 - 28 题,每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + |-3|$.



18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2+x > 7-4x, \\ x < \frac{4+x}{2}. \end{cases}$$

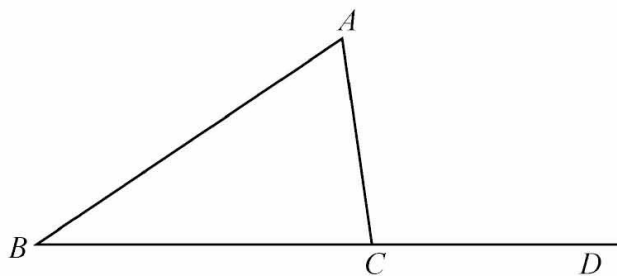
19. 已知 $2x^2 - x - 7 = 0$, 求代数式 $x(x-3) + (x+1)^2$ 的值.

20. 下面是证明三角形内角和定理推论 1 的方法, 选择其中一种, 完成证明.

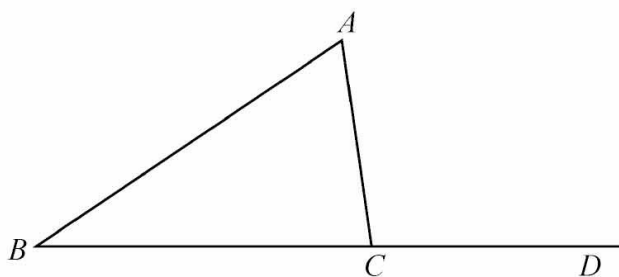
三角形内角和定理推论 1: 三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和.

已知: 如图, $\triangle ABC$, 点 D 是 BC 延长线上一点.

求证: $\angle ACD = \angle A + \angle B$.

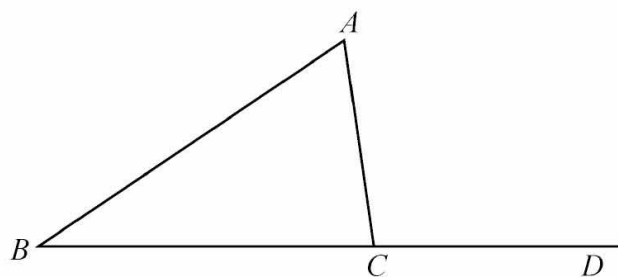


方法一: 利用三角形的内角和定理进行证明



证明:

方法二: 构造平行线进行证明



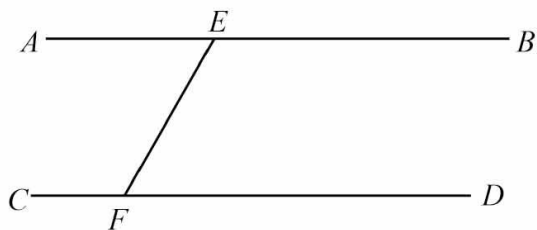
证明:



21. 如图,直线 $AB \parallel CD$, E 是 AB 上一点, F 是 CD 上一点,连接 EF ,以 F 为圆心 EF 长为半径画弧,在点 F 的右侧交直线 CD 于点 G ,再分别以点 E 和点 G 为圆心,大于 $\frac{1}{2}EG$ 长为半径画弧,两弧交于点 H ,连接 FH 交 AB 于点 M ,连接 MG .

(1) 使用直尺和圆规,依作法补全图形,判断四边形 $EFGM$ 的形状;

(2) 证明(1)中的结论.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y = -x + 1$ 与 x 轴交于 A ,与 y 轴交于 B .

(1) 求 A 、 B 点坐标;

(2) 点 A 关于 y 轴的对称点为点 C ,将直线 BC 沿 y 轴向上平移 t ($t > 0$) 个单位,得到直线 l ,当 $x > -2$ 时都有直线 l 的值大于直线 $y = -x + 1$ 的值,求 t 的取值范围.

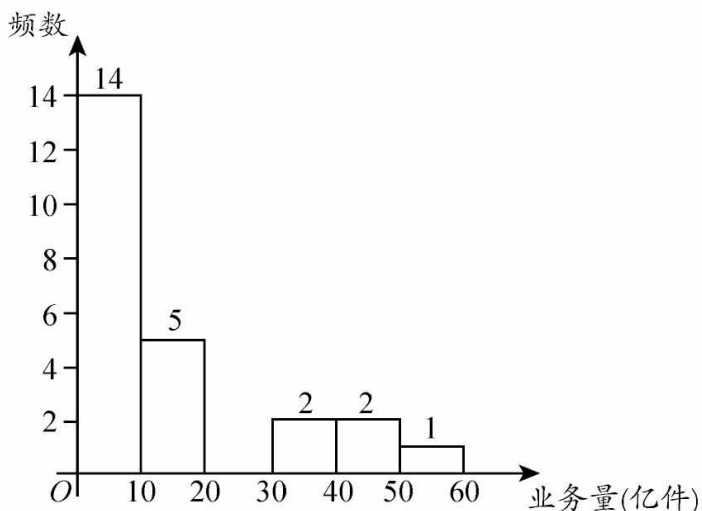


23. 快递使我们的生活更加便捷,可以说,快递改变了我们的生活. 为了解我国的快递业务情况,我们收集了2022年11月全国31个省的快递业务数量(单位:亿件)的数据,并对数据进行了整理、描述和分析,给出如下信息.

a. 2022年11月快递业务量排在前3位的省的数据分别为:

275.2, 225, 74.8

b. 其余28个省份2022年11月的快递业务数量的数据的频数分布图如下:



c. 2022年11月的快递业务数量的数据在 $10 \leq x < 20$ 这一组的是:

10.3, 11, 15.5, 16.3, 17.8

根据以上信息,回答下列问题:

(1) 补全条形统计图;

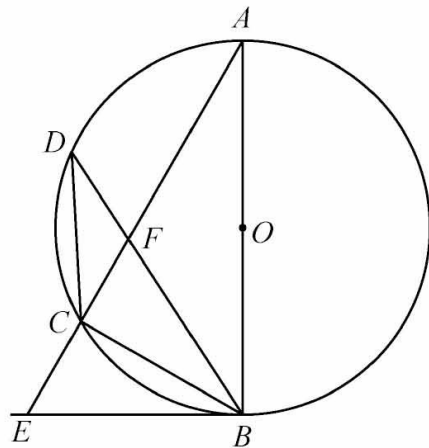
(2) 2022年11月的31个省的快递业务数量的中位数为_____;

(3) 若设图中28个省份平均数为 \bar{x}_1 , 方差为 s_1^2 ; 设31个省份的平均数为 \bar{x} , 方差为 s^2 , 则 \bar{x}_1 _____ \bar{x} , s_1^2 _____ s^2 . (填“>”“=”或“<”)

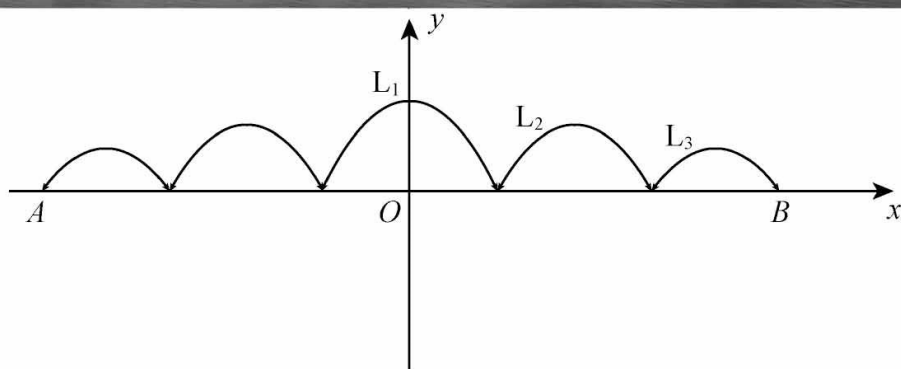
24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线, 交 AC 的延长线于点 E , F 为 AE 的中点, 连结 BF 并延长交 $\odot O$ 于点 D , 连结 CD .

(1) 求证: $\angle D = \angle EBC$;

(2) 若 $\tan \angle D = \frac{1}{2}$, $BC = 2$, 求 BF 的长.



25. 某公园有一座漂亮的五孔桥,如图所示建立平面直角坐标系,主桥洞 L_1 与两组副桥洞分别位于 y 轴的两侧成轴对称摆放,每个桥洞的形状近似的可以看做抛物线,主桥洞 L_1 上, y 与 x 近似满足函数关系 $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$). 经测量在主桥洞 L_1 上得到 x 与 y 的几组数据:



x (米)	-1.4	-1	0	1	1.4
y (米)	1.02	1.5	2	1.5	1.02

根据以上数据回答下列问题:

- 求主桥洞 L_1 的函数表达式;
- 若 L_2 的表达式: $y_2 = -0.5(x - h_1)^2 + 0.98$, L_3 的表达式: $y_3 = -0.5(x - h_2)^2 + 0.5$, 求五个桥洞的总跨度 AB 的长.

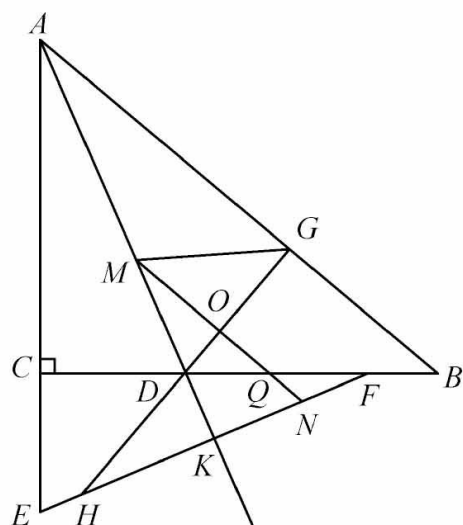
26. 已知抛物线 $y = -x^2 + 2tx$, 若点 $P(-1, y_1)$, $Q(\frac{t}{2}, y_2)$, $M(m, y_3)$ 在抛物线上.

- 该抛物线的对称轴为_____ (用含 t 的式子表示);
- 若当 $m = 2$ 时, $y_3 = 0$, 则 t 的值为_____;
- 若对于 $2 \leq m \leq 3$ 时, 都有 $y_1 < y_3 < y_2$, 求 t 的取值范围.



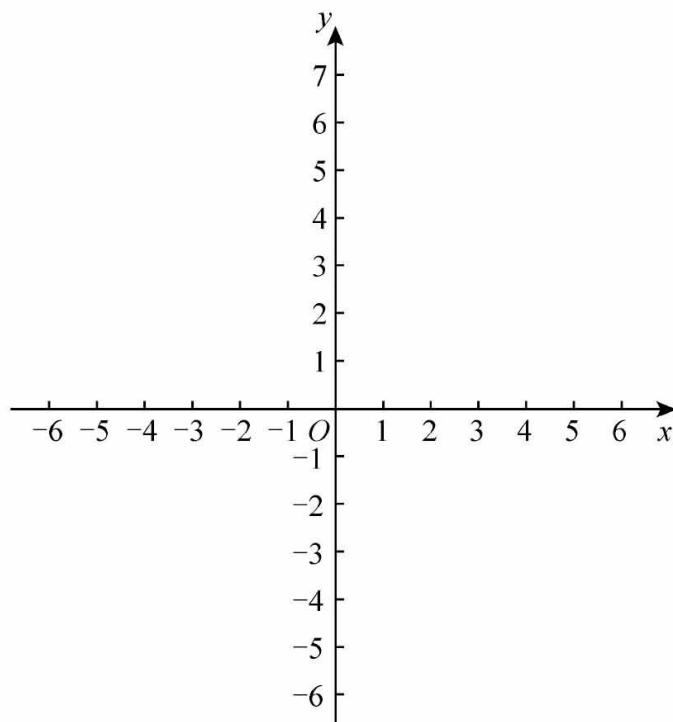
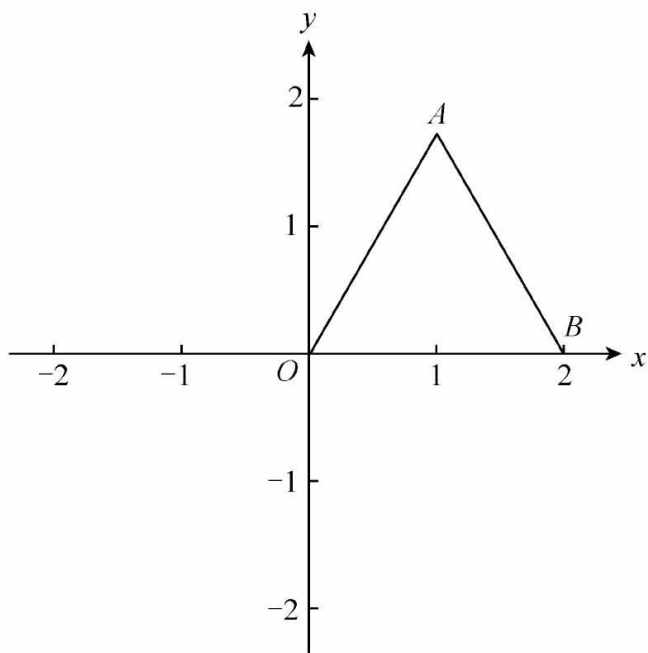
27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 为 BC 边上一点, E 为 AC 延长线上的一点, $CE = CD$, F 为 CB 边上一点, $EF \perp$ 射线 AD 于点 K , 过点 D 作直线 $DG \perp AB$ 于 G , 交 EF 于点 H , 作 $\angle AGD$ 的角平分线交 AD 于 M , 过点 M 作 AB 的平行线, 交 DG 于点 O , 交 BC 于点 Q , 交 EF 于点 N , $MO = NO$.

- (1) 找出图中和 $\angle DHK$ 相等的一个角, 并证明;
 (2) 判断 EH 、 FN 、 MD 的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于 $\triangle OAB$, 其中 $A(1, \sqrt{3})$, $B(2, 0)$, 给出如下定义: 将 OA 边绕点 O 逆时针旋转 60° 得到线段 OC , 连接 BC , BC 与 $\triangle OAB$ 的过点 A 的高线交于点 P , 将点 P 关于直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 对称得到点 Q , 我们称 Q 为 $\triangle OAB$ 的留缘点.

- (1) 若 $k = 1$, $b = 0$, 请在图中画出 $\triangle OAB$ 的留缘点 Q , 并求出点 Q 的坐标;
 (2) 已知 $M(-3, 0)$, $N(-3, 5)$, 若线段 MN 上存在 $\triangle OAB$ 的留缘点, 求 b 的取值范围.



平谷区 2023 年二模试卷评分标准

初三数学

2023 年 6 月

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	D	C	D	B	A

二、填空题

（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \geq 3$	$m(x+y)(x-y)$	$\frac{x}{x+3}$	2	答案不唯一，例如： 2,3,4	130	$\frac{1}{2}$	22:答案不唯一，6,7,8 均可

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20、22、23 题，每题 5 分，第 21、24、25、26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 解： $(\frac{1}{2})^{-1} + 4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + |-3|$.

$$= 2 + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 3 \dots\dots\dots 4$$

$$= 5 \dots\dots\dots 5$$

（每个计算 1 分，最后结果 1 分，只写最后结果只得 1 分）

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2+x > 7-4x, \\ x < \frac{4+x}{2}. \end{cases}$$

解①得 $x+4x \geq 7-2 \dots\dots\dots 1$
 $x \geq 1 \dots\dots\dots 2$
 解②得 $2x < 4+x \dots\dots\dots 3$
 $x < 4 \dots\dots\dots 4$
 $\therefore 1 \leq x < 4 \dots\dots\dots 5$

19. 先化简，再求值：

$$x(x-3) + (x+1)^2$$

$$= x^2 - 3x + x^2 + 2x + 1 \dots\dots\dots 2$$

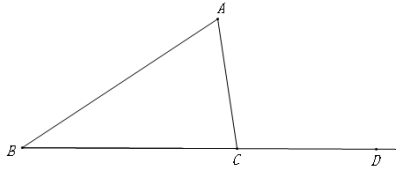
$$= 2x^2 - x + 1 \dots\dots\dots 3$$

$$\because 2x^2 - x - 7 = 0, \therefore 2x^2 - x = 7 \dots\dots\dots 4$$

$$\therefore \text{原式} = 7 + 1 = 8 \dots\dots\dots 5$$

20. 方法一：



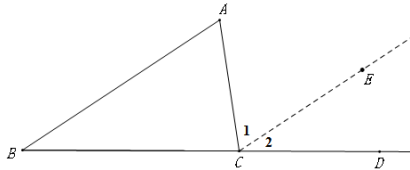


$\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ 2

$\because \angle ACD + \angle ACB = 180^\circ$ 4

$\therefore \angle ACD = \angle A + \angle B$ 5

方法二:

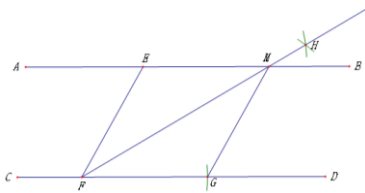


过点 C 作 $CE \parallel AB$ 2

$\therefore \angle 1 = \angle A, \angle 2 = \angle B$ 4

$\therefore \angle ACD = \angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle B$ 5

21. (1)



..... 2

猜想: 四边形 EFGM 为菱形 3

(2) 解: 由作图可知

$EF = FG, FH$ 平分 $\angle EFG$ 4

$\because FH$ 平分 $\angle EFG$

$\therefore \angle EFM = \angle GFM$

$\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle EMF = \angle GFM$

$\therefore \angle EMF = \angle EFM$

$\therefore EM = EF$ 5

$\because EF = FG$

$\therefore EM = FG$

$\because EM \parallel FG$

\therefore 四边形 EFGM 是平行四边形



$\because EM=EF$

\therefore 四边形 EFGM 是菱形6

22. \because 一次函数 $y = -x + 1$ 与 x 轴交于 A, 与 y 轴交于 B.

$\therefore A(1, 0), B(0, 1)$ 2

(3) 点 A 关于 y 轴的对称点为点 C

$\therefore C(-1, 0)$ 3

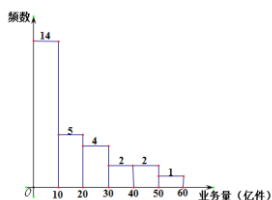
将直线 BC 沿 y 轴向上平移 $t (t > 0)$ 个单位, 得到直线 l

\therefore 设直线 l 的解析式为 $y = x + 1 + t$ 4

一次函数 $y = -x + 1$ 当 $x = -2$ 时, $y = 3$

当 $y = x + 1 + t$ 过点 $(-2, 3)$ 时, $t = 4$

$\therefore t \geq 4$ 时结论成立.5



23. 解: (1)1

(2) 113

(3) $<, <$

.....5

24. (1) 解:

$\because BE$ 为 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle ABE = 90^\circ$ 1

$\therefore \angle ABC + \angle EBC = 90^\circ$

$\because AB$ 是直径

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$

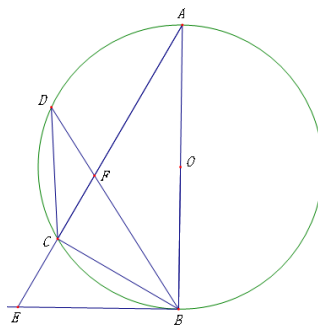
$\therefore \angle A + \angle ABC = 90^\circ$

$\therefore \angle A = \angle EBC$ 2

$\because CB = CB$

$\therefore \angle D = \angle A$

$\therefore \angle D = \angle EBC$ 3



(2)



$$\because \tan \angle D = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \tan \angle EBC = \frac{1}{2}$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, BC = 2$$

$$\therefore CE = 1 \dots\dots\dots 4$$

$$\because \angle D = \angle A$$

$$\therefore \tan \angle A = \frac{1}{2}$$

$$\therefore AC = 4 \dots\dots\dots 5$$

$$\therefore AE = 5$$

Rt $\triangle AEB$ 中, $\because F$ 是 AE 的中点, $\angle ABE = 90^\circ$

$$\therefore BF = \frac{1}{2}AE = 2.5 \dots\dots\dots 6$$

25. (1) 由表可知, 抛物线 L_1 的顶点坐标为 $(0, 2) \dots\dots\dots 1$

$$\therefore \text{抛物线 } L_1 \text{ 的解析式为 } y = ax^2 + 2$$

\because 抛物线过点 $(1, 1.5)$, 解得 $a = -0.5 \dots\dots\dots 2$

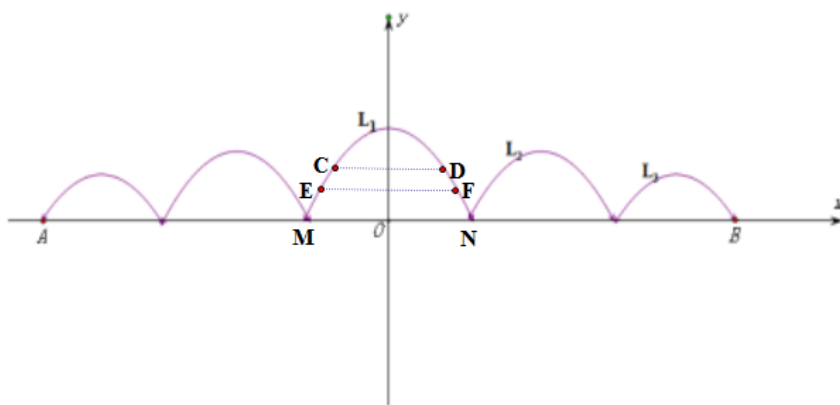
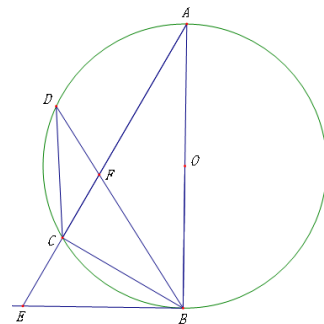
$$\therefore y = -0.5x^2 + 2$$

(2) 令 $y = 0$, $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $\therefore MN = 4 \dots\dots\dots 3$

由题意抛物线 L_2 与抛物线 L_1 上 EF 之间的部分重合, 所以 $EF = 2.8 \dots\dots\dots 4$

由题意抛物线 L_3 与抛物线 L_1 上 CD 之间的部分重合, 所以 $CD = 2 \dots\dots\dots 5$

\therefore 五个桥洞的总跨度 AB 的长为 13.6 米. $\dots\dots\dots 6$



26. (1) 解: 对称轴 $x = t \dots\dots\dots 1$

(2) $t = 1 \dots\dots\dots 3$

(3)

当 $t < -1$ 时, $\because a < 0$, 点 P 和 M 都在对称轴的右侧, y 随 x 的增大而减小, 此时 $y_1 > y_3$, 不成立.



当 $-1 < t < 0$ 时, $\because a < 0$, 点P在轴的左侧, 点M在轴的右侧, P到轴的距离比M到轴的距离近, 此时 $y_1 > y_3$, 不成立.

当 $0 < t < 2$ 时, $\because a < 0$, 若 $y_1 < y_3 < y_2$, 则点M到轴的距离大于点Q到轴的距离, 小于点P到轴的距离.

$$t - \frac{t}{2} < 2 - t < 3 - t < t - 1$$

解得: $1 < t < \frac{4}{3}$ 5

当 $2 < t$ 时, $\because a < 0$, 若 $y_1 < y_3 < y_2$, 则只需点M到轴的距离大于点Q到轴的距离.

$$t - \frac{t}{2} < t - 2 < t - 3$$

解得: $t > 6$ 6

$\therefore 1 < t < \frac{4}{3}$ 或 $t > 6$

(数形结合, 适当说理, 思路清晰, 即给分)

27.

(1) $\angle DHK = \angle BAK$ (或 $\angle DHK = \angle 1$)1

证明:

$\because AK \perp EF$

$\therefore \angle AKE = 90^\circ$

$\therefore \angle 3 + \angle DHK = 90^\circ$ 2

$\because HG \perp AB$

$\therefore \angle 2 + \angle BAK = 90^\circ$

$\because \angle 2 = \angle 3$

$\therefore \angle DHK = \angle BAK$ 3

(3)

结论: $MD = EH + FN$ 4

连结 GN

$\because \angle ACB = \angle AKF = 90^\circ$

$\therefore \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ, \angle 6 + \angle 7 = 90^\circ$

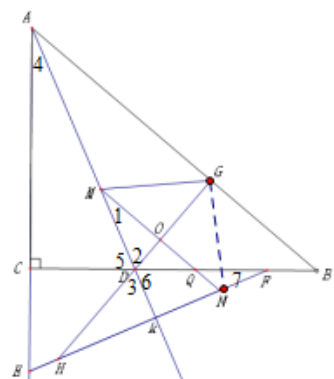
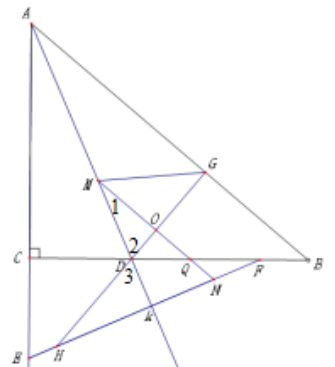
$\because \angle 5 = \angle 6$

$\therefore \angle 4 = \angle 7$

$\because \angle ACB = \angle ECF = 90^\circ, CD = CE$

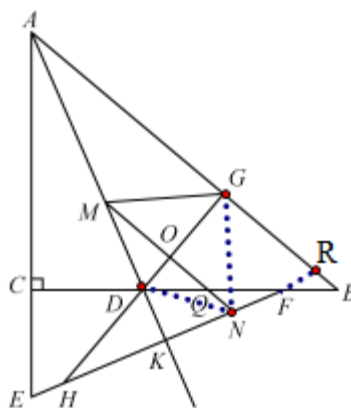
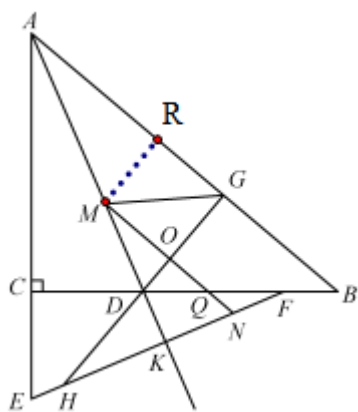
$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ECF$ (AAS)5

$\therefore EF = AD$

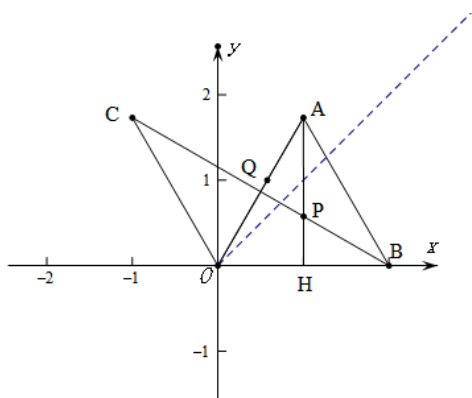


$\because MN \parallel AB$
 $\therefore \angle MOD = \angle AHD = 90^\circ$
 $\because OM = ON$
 $\therefore DG$ 垂直平分 MN
 $\therefore MG = NG$
 $\because \angle AGH = 90^\circ$, MG 平分 $\angle AGH$
 $\therefore \angle AGM = \angle GMN = 45^\circ$
 $\therefore \angle AGM = \angle HGN = 45^\circ$
 $\because \angle DHK = \angle BAK$, $MG = NG$
 $\therefore \triangle AMG \cong \triangle HNG$ (AAS)6
 $\therefore AM = HN$
 $\because AD = EF$
 $\therefore MD = EH + NF$ 7

其它辅助线作法依情况对应给分



28. 解: (1)



.....1

由题意, $OB = OC$, $\angle BOC = 120^\circ$

$\therefore \angle OBC = 30^\circ$ 2



∵ AH ⊥ OB,

∴ ∠PHB = 90°

∵ BH = 1, ∴ P(1, $\frac{\sqrt{3}}{3}$)

∵ 点 P 与点 Q 关于直线 y = x 对称

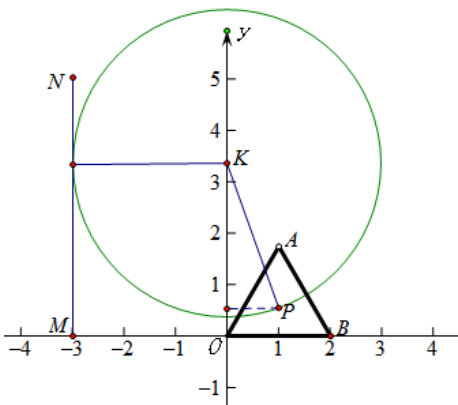
∴ Q($\frac{\sqrt{3}}{3}$, 1)

.....3

(2) 设直线 y = kx + b (k ≠ 0) 与 y 轴交于点 K (0, b)

则由题意, △OAB 的所有留缘点在以 K 为圆心 KP 为半径的圆上,

若 b > 0

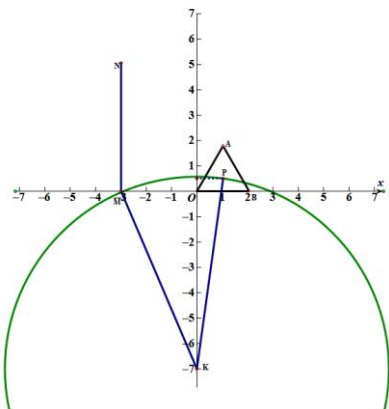


当圆 K 与线段 MN 相切时,

由题意, 得 $(b - \frac{\sqrt{3}}{3})^2 + 1^2 = 3^2$, 解得 $b = 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$.

∴ $b \geq 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ 5

当点 b < 0 时,



由题意, $(-b + \frac{\sqrt{3}}{3})^2 + 1^2 = b^2 + 3^2$, 解得 $b = -\frac{23\sqrt{3}}{6}$.

$\therefore b \leq -\frac{23\sqrt{3}}{6}$ 7

