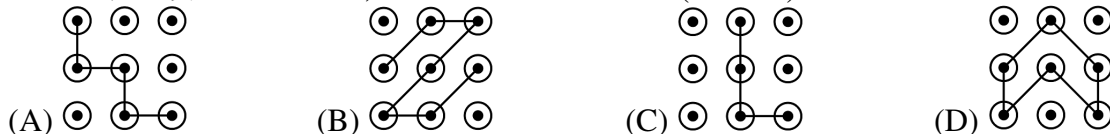




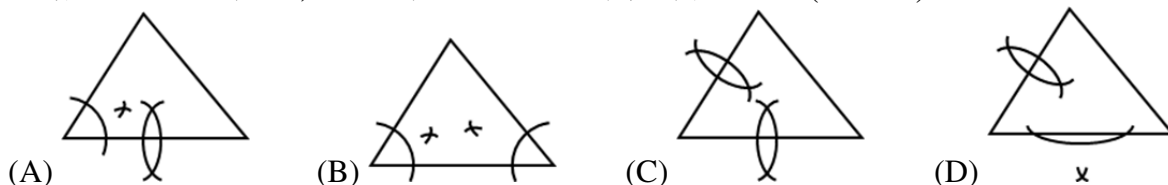
班级：_____ 学号：_____ 姓名：_____ 成绩：_____

一、选择题共 8 小题。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 下列手机手势解锁图案中，是中心对称图形的是 ()



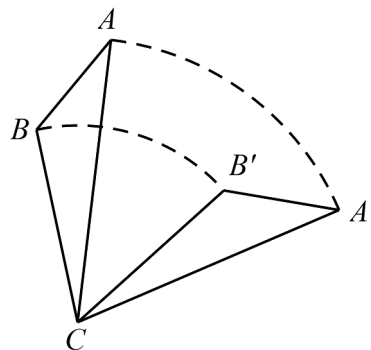
2. 根据圆规作图的痕迹，可用直尺成功找到三角形内心的是 ()



3. 《孙子算经》中有一道题：“今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺，木长几何？”译文大致是：“用一根绳子去量一根木条，绳子剩余 4.5 尺；将绳子对折再量木条，木条剩余 1 尺，问木条长多少尺？”如果设木条长 x 尺，绳子长 y 尺，根据题意列方程组正确的是 ()

(A)
$$\begin{cases} x + 4.5 = y, \\ \frac{y}{2} + 1 = x \end{cases}$$
 (B)
$$\begin{cases} x = y + 4.5, \\ \frac{y}{2} + 1 = x \end{cases}$$
 (C)
$$\begin{cases} x = y + 4.5, \\ y = \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$
 (D)
$$\begin{cases} x + 4.5 = y, \\ x = \frac{y}{2} - 1 \end{cases}$$

4. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针旋转 60° 得到 $\triangle A'B'C$ ，已知 $AC = 6$ ， $BC = 4$ ，则线段 AB 扫过的图形的面积为 ()

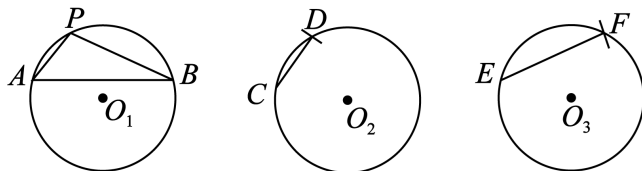


(A) $\frac{2}{3}\pi$ (B) $\frac{8}{3}\pi$ (C) 6π (D) $\frac{10}{3}\pi$

5. 若分式方程 $\frac{3x}{x+1} = \frac{m}{x+1} + 2$ 无解，则 m 的值为 ()

(A) -1 (B) -3 (C) 0 (D) -2

6. 已知一个二次函数图象经过 $P_1(-3, y_1), P_2(-1, y_2), P_3(1, y_3), P_4(3, y_4)$ 四点, 若 $y_3 < y_2 < y_4$, 则 y_1, y_2, y_3, y_4 的最值情况是 ()
- (A) y_3 最小, y_1 最大 (B) y_3 最小, y_4 最大 (C) y_1 最小, y_4 最大 (D) 无法确定
7. 已知 $\odot O_1, \odot O_2, \odot O_3$ 是等圆, $\triangle ABP$ 内接于 $\odot O_1$, 点 C, E 分别在 $\odot O_2, \odot O_3$ 上. 如图,



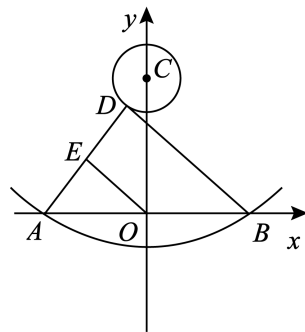
①以 C 为圆心, AP 长为半径作弧交 $\odot O_2$ 于点 D , 连接 CD ; ②以 E 为圆心, BP 长为半径作弧交 $\odot O_3$ 于点 F , 连接 EF . 下面有四个结论:

- ① $CD + EF = AB$;
 ② $\widehat{CD} + \widehat{EF} = \widehat{AB}$;
 ③ $\angle CO_2D + \angle EO_3F = \angle AO_1B$;
 ④ $\angle CDO_2 + \angle EFO_3 = \angle P$.

所有正确结论的序号是 ()

- (A) ①②③④ (B) ①②③ (C) ②④ (D) ②③④

8. 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{9}x^2 - 1$ 与 x 轴交于 A, B 两点, D 是以点 $C(0, 4)$ 为圆心, 1 为半径的圆上的动点, E 是线段 AD 的中点, 连接 OE, BD , 则线段 OE 的最小值是 ()



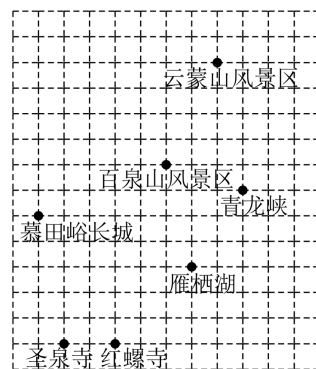
- (A) 2 (B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) 3

二、填空题共 8 小题。

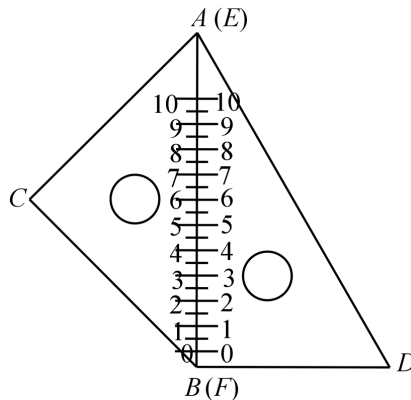
9. 分解因式: $2x^2 - 18 =$ _____ .



10. 如图, 这是怀柔区部分景点的分布图, 若表示百泉山风景区的点的坐标为 $(0, 1)$, 表示慕田峪长城的点的坐标为 $(-5, -1)$, 则表示雁栖湖的点的坐标为 _____ .



11. 如果 $x^2 + x - 5 = 0$, 那么代数式 $(1 + \frac{2}{x}) \div \frac{x+2}{x^3+x^2}$ 的值是 _____ .
12. 用一组 a, b 的值说明命题“若 $\frac{a}{b} > 1$, 则 $a > b$ ”是错误的, 这组值可以是 $a =$ _____ , $b =$ _____ .
13. 一副三角板按如图位置摆放, 将三角板 ABC 绕着点 B 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 如果 $AB \parallel DE$, 那么 $\alpha =$ _____ .



14. 完全相同的 3 个小球上面分别标有数 $-2, -1, 1$, 将其放入一个不透明的盒子中后摇匀, 再从中随机摸球两次 (第一次摸出球后放回摇匀), 两次摸到的球上数之和是负数的概率是 _____ .
15. 一般地, 如果 $x^4 = a$ ($a \geq 0$), 则称 x 为 a 的四次方根, 一个正数 a 的四次方根有两个. 它们互为相反数, 记为 $\pm \sqrt[4]{a}$, 若 $\sqrt[4]{m^4} = 10$, 则 $m =$ _____ .
16. 对于实数 p, q , 我们用符号 $\min\{p, q\}$ 表示 p, q 两数中较小的数, 如 $\min\{1, 2\} = 1$, 因此, $\min\{-\sqrt{2}, -\sqrt{3}\} =$ _____ ; 若 $\min\{(x-1)^2, x^2\} = 1$, 则 $x =$ _____ .

三、解答题共 12 小题。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算: $6 \sin 60^\circ - (\frac{1}{3})^{-2} - \sqrt{12} + |2 - \sqrt{3}|$.

18. 解分式方程: $\frac{x-2}{x} - 1 = \frac{2}{x+2}$.



19. 下面是小石设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图的过程.

已知: 如图 1, $\odot O$ 及 $\odot O$ 上一点 P .

求作: 直线 PQ , 使得 PQ 与 $\odot O$ 相切.

作法: 如图 2,

①连接 PO 并延长交 $\odot O$ 于点 A ;

②在 $\odot O$ 上任取一点 B (点 P, A 除外), 以点 B 为圆心, BP 长为半径作 $\odot B$, 与射线 PO 的另一个交点为 C ;

③连接 CB 并延长交 $\odot B$ 于点 Q ;

④作直线 PQ .

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小石设计的尺规作图的过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明: 因为 CQ 是 $\odot B$ 的直径,

所以 $\angle CPQ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ () (填推理的依据).

所以 $OP \perp PQ$.

又因为 OP 是 $\odot O$ 的半径,

所以 PQ 是 $\odot O$ 的切线 () (填推理的依据).

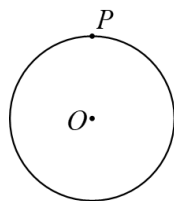


图 1

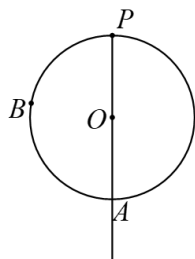


图 2

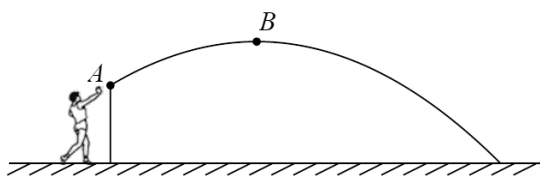
20. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (2m - 3)x + (m - 1) = 0$ 有两个实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为正整数, 求此方程的根.

21. 为了在校运会中取得更好的成绩, 小丁积极

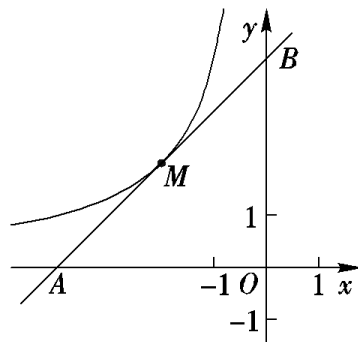
训练. 在某次试投中铅球所经过的路线是如图所示的抛物线的一部分. 已知铅球出手处 A 距离地面的高度是 $\frac{8}{5}$ 米, 当铅球运行的水



平距离为 3 米时, 达到最大高度 $\frac{5}{2}$ 米的 B 处. 小丁此次投掷的成绩是多少米?



22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = x + m$ 与 x 轴的交点为 $A(-4, 0)$, 与 y 轴的交点为 B , 线段 AB 的中点 M 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上.



- (1) 求 m, k 的值;
- (2) 将线段 AB 向左平移 n 个单位长度 ($n > 0$) 得到线段 CD , A, M, B 的对应点分别为 C, N, D .
 - ① 当点 D 落在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上时, 求 n 的值;
 - ② 当 $MD \leq MN$ 时, 结合函数的图象, 直接写出 n 的取值范围.

23. 某地质量监管部门对辖区内的甲、乙两家企业生产的某同类产品进行检查, 分别随机抽取了 50 件产品并对某一项关键质量指标做检测, 获得了它们的质量指标值 s , 并对样本数据 (质量指标值 s) 进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 该质量指标值对应的产品等级如下:

质量指标值	$20 \leq s < 25$	$25 \leq s < 30$	$30 \leq s < 35$	$35 \leq s < 40$	$40 \leq s \leq 45$
等级	次品	二等品	一等品	二等品	次品

说明: 等级是一等品, 二等品为质量合格 (其中等级是一等品为质量优秀); 等级是次品为质量不合格.

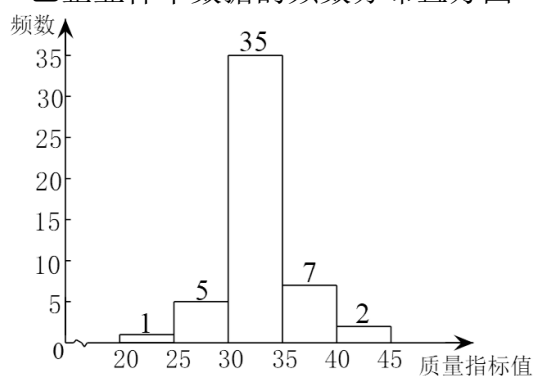
b. 甲企业样本数据的频数分布统计表如下 (不完整):

c. 乙企业样本数据的频数分布直方图如下:

甲企业样本数据的频数分布表

分组	频数	频率
$20 \leq s < 25$	2	0.04
$25 \leq s < 30$	m	
$30 \leq s < 35$	32	n
$35 \leq s < 40$		0.12
$40 \leq s \leq 45$	0	0.00
合计	50	1.00

乙企业样本数据的频数分布直方图



d. 两企业样本数据的平均数、中位数、众数、极差、方差如下:

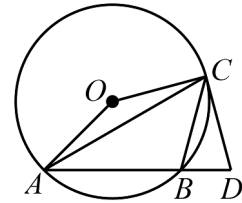
	平均数	中位数	众数	极差	方差
甲企业	31.92	32.5	34	15	11.87
乙企业	31.92	31.5	31	20	15.34



根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) m 的值为 _____, n 的值为 _____;
- (2) 若从甲企业生产的产品中任取一件, 估计该产品质量合格的概率为 _____;
若乙企业生产的某批产品共 5 万件, 估计质量优秀的有 _____ 万件;
- (3) 根据图表数据, 你认为 _____ 企业生产的产品质量较好, 理由为 _____.
(从某个角度说明推断的合理性)

24. 如图: $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $\angle ACB = 45^\circ$, $\angle AOC = 150^\circ$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 D .



- (1) 求证: $CD = CB$;
- (2) 如果 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$, 求 AC 的长.

25. 小明根据学习函数的经验, 对函数 $y = x^4 - 5x^2 + 4$ 的图象与性质进行了探究. 下面是小明的探究过程, 请补充完整:

- (1) 自变量 x 的取值范围是全体实数, x 与 y 的几组对应数值如下表:

x	...	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{11}{5}$	-2	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{4}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
y	...	4.3	3.2	0	-2.2	-1.4	0	2.8	3.7

x	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{11}{5}$	$\frac{9}{4}$...
y	4	3.7	2.8	0	-1.4	-2.2	m	3.2	4.3	...

其中 $m =$ _____;



(2) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出了以上表中各组对应值为坐标的点, 根据描出的点, 画出该函数的图象;

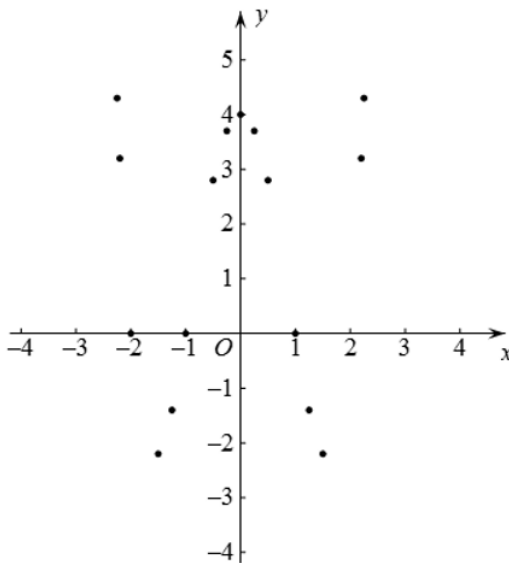
(3) 观察函数图象, 写出一条该函数的性质: _____;

(4) 进一步探究函数图象发现:

①方程 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ 有 _____ 个互不相等的实数根;

②有两个点 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 在此函数图象上, 当 $x_2 > x_1 > 2$ 时, 比较 y_1 和 y_2 的大小关系为: y_1 _____ y_2 (填 “>”, “<” 或 “=”);

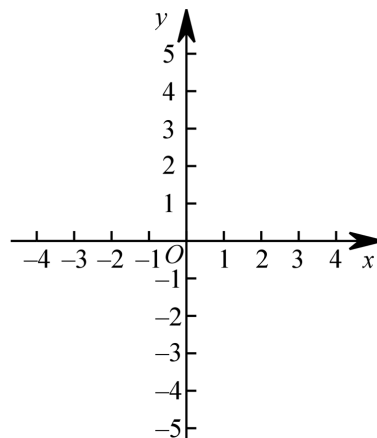
③若关于 x 的方程 $x^4 - 5x^2 + 4 = a$ 有 4 个互不相等的实数根, 则 a 的取值范围是 _____.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 C 是二次函数 $y = mx^2 + 4mx + 4m + 1$ 的图象的顶点, 一次函数 $y = x + 4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B .

(1) 请你求出点 A, B, C 的坐标;

(2) 若二次函数 $y = mx^2 + 4mx + 4m + 1$ 与线段 AB 恰有一个公共点, 求 m 的取值范围.



27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC, \angle ACB = 90^\circ$, 点 E 在直线 BC 上 (B, C 除外), 分别经过点 E 和点 B 作 AE 和 AB 的垂线, 两条垂线交于点 F , 研究 AE 和 EF 的数量关系.

(1) 某数学兴趣小组在探究 AE, EF 的关系时, 运用 “从特殊到一般” 的数学思想, 他们发现当点 E 是 BC 的中点时, 只需要取 AC 边的中点 G (如图 1), 通过推理证明就可以得到 AE 和 EF 的数量关系, 请你按照这种思路直接写出 AE 和 EF 的数量关系;

(2) 那么当点 E 是直线 BC 上 (B, C 除外) (其它条件不变), 上面得到的结论是否仍然成立呢? 请你从 “点 E 在线段 BC 上”, “点 E 在线段 BC 的延长线”, “点 E 在线段 BC 的反向延长线上” 三种情况中, 任选一种情况, 在图 2 中画出图形, 并证明你的结论;

(3) 当点 E 在线段 CB 的延长线上时, 若 $BE = nBC$ ($0 < n < 1$), 请直接写出 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle AEF}$ 的值.



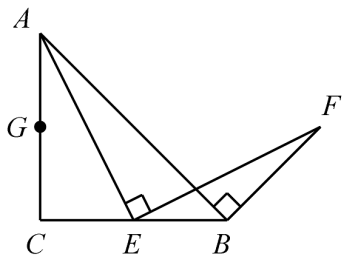


图1

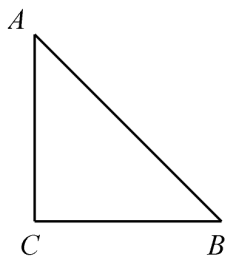
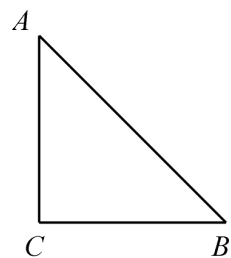
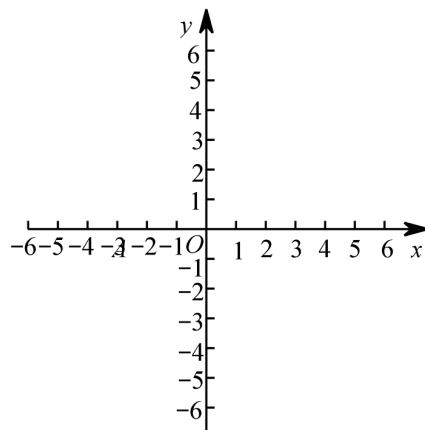


图2



备用图

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 M 和图形 W_1, W_2 给出如下定义: 点 P 为图形 W_1 上一点, 点 Q 为图形 W_2 上一点, 当点 M 是线段 PQ 的中点时, 称点 M 是图形 W_1, W_2 的“中立点”. 如果点 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 那么“中立点” M 的坐标为 $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$. 已知, 点 $A(-3, 0), B(0, 4), C(4, 0)$.



(1) 连接 BC , 在点 $D(\frac{1}{2}, 0), E(0, 1), F(0, \frac{1}{2})$ 中, 可以成为点 A 和线段 BC 的“中立点”的是;

(2) 已知点 $G(3, 0)$, $\odot G$ 的半径为 2. 如果直线 $y = -x + 1$ 上存在点 K 可以成为点 A 和 $\odot G$ 的“中立点”, 求点 K 的坐标;

(3) 以点 C 为圆心, 半径为 2 作圆. 点 N 为直线 $y = 2x + 4$ 上的一点, 如果存在点 N , 使得 y 轴上的一点可以成为点 N 与 $\odot C$ 的“中立点”, 直接写出点 N 的横坐标的取值范围.

