

数学试卷

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页, 共 29 道小题, 满分 120 分。考试时间 100 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。 3. 答案一律填写在答题纸上, 在试卷上作答无效。 4. 考试结束后, 将试卷和答题纸一并交回。
------------------	---

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下列轴对称图形中, 有 4 条对称轴的图形是 ()。



A



B



C



D

2. 下列运算正确的是 ()。

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^3)^3 = a^6$ C. $a^3 + a^3 = 2a^6$ D. $a^2 \div a^4 = a^2$

3. 下列变形属于因式分解的是 ()。

A. $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$

B. $x-1 = x(1-\frac{1}{x})(x \neq 0)$

C. $x^3 + 2x^2 + 1 = x^2(x+2) + 1$

D. $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$

4. 在平面直角坐标系上, 点 A 关于直线 $x=1$ 对称的点为 $B(-2, 4)$, 则点 A 的坐标为 ()。

A. (4, 4)

B. (-2, -2)

C. (2, 4)

D. (3, 4)

5. 电子文件的大小常用 B, KB, MB, GB 等作为单位, 其中 $1GB = 2^{10}MB$, $1MB = 2^{10}KB$, $1KB = 2^{10}B$. 某视频文件的大小约为 1GB, 1GB 等于 ()。

A. $2^{30}B$ B. $8^{30}B$ C. $8 \times 10^{30}B$ D. $2 \times 10^{30}B$

6. 已知 $a-2b=10$, $ab=5$, 则 a^2+4b^2 的值是 ()。

A. 110

B. 120

C. 125

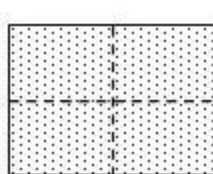
D. 130

7. 如图所示, 图 (1) 是一个长为 $2a$, 宽为 $2b(a > b)$ 的长方形, 用剪刀沿图中虚线 (对称轴) 剪开, 把它分成四块形状和大小都一样的小长方形, 然后按图 (2) 那样拼成一个正方形, 则中间空余的部分的面积是 ()。

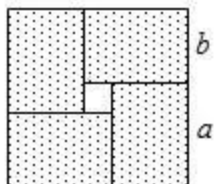
A. ab B. $(a+b)^2$ C. $(a-b)^2$ D. $a^2 - b^2$ 

8. 如图所示, 三角形纸片被正方形纸板遮住了一部分, 小明根据所学知识画出了一个与该三角形完全重合的三角形, 那么这两个三角形完全重合的依据是 ().

A. SSS B. SAS C. AAS D. ASA

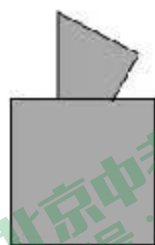


(1)



(2)

(第 7 题图)

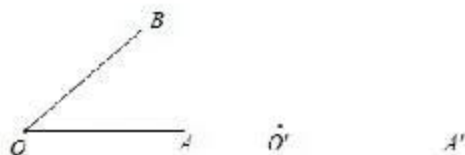


(第 8 题图)

9. 我们利用尺规作图可以作一个角 ($\angle A'O'B'$) 等于已知角 ($\angle AOB$), 如下所示:

- (1) 作射线 $O'A'$;
- (2) 以 O 为圆心, 任意长为半径作弧, 交 OA 于 C , 交 OB 于 D ;
- (3) 以 O' 为圆心, OC 为半径作弧, 交 $O'A'$ 于 C' ;
- (4) 以 C' 为圆心, OC 为半径作弧, 交前面的弧于 D' ;
- (5) 连接 $O'D'$ 作射线 $O'B'$, 则 $\angle A'O'B'$ 就是所求作的角.

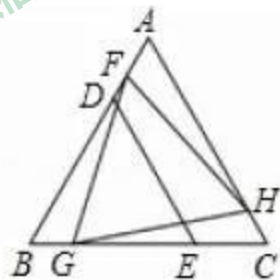
以上作法中, 错误的一步是 ().



A. (2) B. (3) C. (4) D. (5)

10. $\triangle BDE$ 和 $\triangle FGH$ 是两个全等的等边三角形, 将它们按如图的方式放置在等边三角形 ABC 内. 若求五边形 $DECHF$ 的周长, 则只需知道 ().

A. $\triangle ABC$ 的周长 B. $\triangle AFH$ 的周长
C. 四边形 $FBCGH$ 的周长 D. 四边形 $ADEC$ 的周长



(第 10 题图)

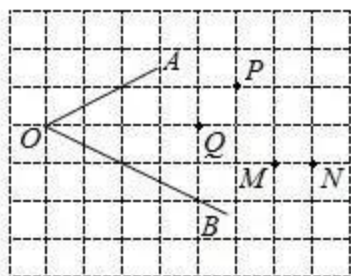
二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

11. 分解因式: $3ma^2 - 3mb =$ _____.
12. 在正方形网格中, $\angle AOB$ 的位置如图所示, 则点 P 、 Q 、 M 、 N 中在 $\angle AOB$ 的平分线上是 _____ 点.

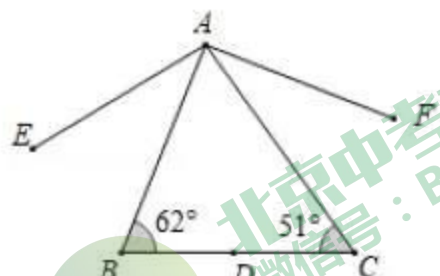


13. 已知 $3x + 2y - 2 = 0$, 则 $8^x \cdot 4^y =$ _____.

14. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 点在 BC 上, 将 D 点分别以 AB 、 AC 为对称轴, 画出对称点 E 、 F , 并连接 AE 、 AF . 根据图中标示的角度, 则 $\angle EAF$ 的度数为 _____.



(第 12 题图)



(第 14 题图)

15. 已知关于 x 的代数式 $x^2 + bx + c$, 设代数式的值为 y , 则 $y = x^2 + bx + c$. 下表中列出了当 x 分别取 $\dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, m, m+1, \dots$ 时对应的 y 值.

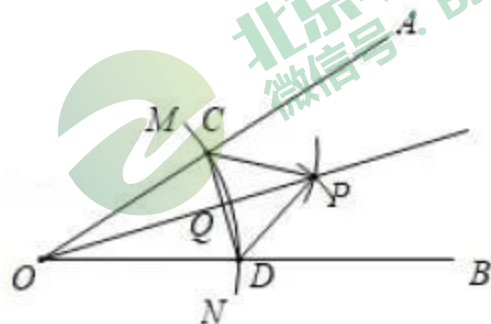
x	\dots	-1	0	1	2	3	4	5	\dots	m	$m+1$	\dots
y	\dots	10	5	2	1	2	5	n	\dots	p	q	\dots

- (1) 表中 n 的值为 _____;
- (2) 当 $x =$ _____ 时, y 有最小值, 最小值是 _____;
- (3) p _____ q . (填 $<$, $>$, $=$)

16. 已知等腰三角形的一个外角的度数为 108° , 则顶角的度数为 _____.

17. 已知锐角 $\angle AOB$, 如图,

- (1) 在射线 OA 上取一点 C , 以点 O 为圆心, OC 长为半径作弧 MN , 交射线 OB 于点 D , 连接 CD ;
- (2) 分别以点 C, D 为圆心, CD 长为半径作弧, 两弧交于点 P , 连接 CP, DP ;
- (3) 作射线 OP 交 CD 于点 Q .



根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中正确的是 _____.

- ① $CP \parallel OB$ ② $CP = 2QC$ ③ $\angle AOP = \angle BOP$ ④ $CD \perp OP$



18. 如图，已知每个小方格的边长为 1， A ， B 两点都在小方格的顶点上（即为格点），请在图中找一个格点 C ，使 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，则这样的格点 C 有_____个。



(第 18 题图)

三、解答题

19. (每小题 4 分) 分解因式：

(1) $4x^2 - 9$;

(2) $4ab^2 - 4a^2b - b^3$.

20. (每小题 4 分) 计算：

(1) $(x-3y)(-6x)$;

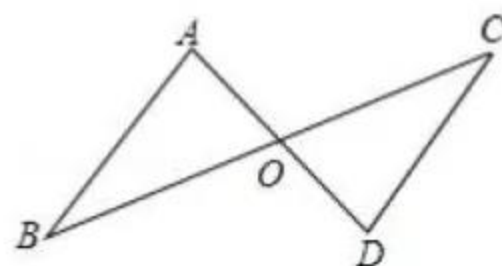
(2) $(6x^4 - 8x^2y) \div 2x^2$;

(3) $(x-1)(x+2)$;

(4) $(x+y-3)(x-y+3)$.

21. (5 分) 先化简，再求值： $(a+b)(a-b) + (a-b)^2 - a(2a-3b)$ ，其中 $a = -\frac{1}{2}$ ， $b = 1$.

22. (6 分) 已知：如图， $AB \parallel CD$ ， AD 与 BC 相交于点 O ，且 $OA = OD$ ，
求证： $OB = OC$.



23. (6分) 小宇遇到了这样一个问题:

已知: 如图, $\angle MON = 90^\circ$, 点 A, B 分别在射线 OM, ON 上, 且满足 $OB > 2OA$.

求作: 线段 OB 上的一点 C , 使 $\triangle AOC$ 的周长等于线段 OB 的长.

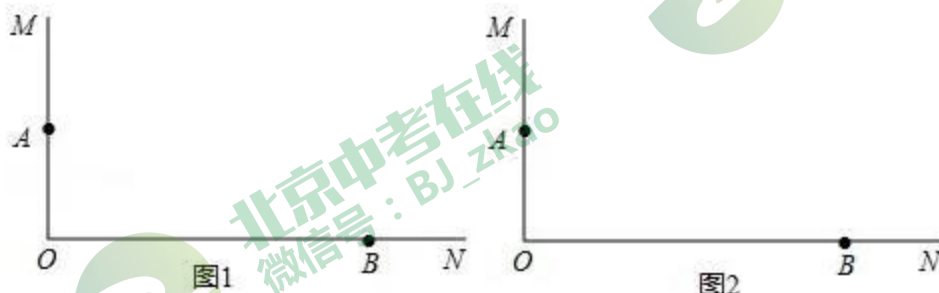
以下是小宇分析和求解的过程, 请补充完整:

首先画草图进行分析, 如图 1 所示, 若符合题意的点 C 已经找到, 即 $\triangle AOC$ 的周长等于 OB 的长, 那么由 $OA + OC + AC = OB = OC + BC$, 可以得到 $OA + AC =$ _____.

对于这个式子, 可以考虑用截长的办法, 在 BC 上取一点 D , 使得 $BD = AO$, 那么就可以得到 $CA =$ _____.

若连接 AD , 由 _____ (填推理的依据), 可知点 C 在线段 AD 的垂直平分线上, 于是问题的解法就找到了.

请根据小宇的分析, 在图 2 中完成作图 (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹).



24. (6分) 阅读材料.

小明遇到这样一个问题: 求计算 $(x+2)(2x+3)(3x+4)$ 所得多项式的一次项系数.

小明想通过计算 $(x+2)(2x+3)(3x+4)$ 所得的多项式解决上面的问题, 但感觉有些繁琐, 他想探寻一下, 是否有相对简洁的方法.

他决定从简单情况开始, 先找 $(x+2)(2x+3)$ 所得多项式中的一次项系数, 通过观察发现:

$$(x+2)(2x+3) = 2x^2 + 3x + 4x + 6$$

也就是说, 只需用 $x+2$ 中的一次项系数 1 乘以 $2x+3$ 中的常数项 3, 再用 $x+2$ 中的常数项 2 乘以 $2x+3$ 中的一次项系数 2, 两个积相加 $1 \times 3 + 2 \times 2 = 7$, 即可得到一次项系数.

延续上面的方法, 求计算 $(x+2)(2x+3)(3x+4)$ 所得多项式的一次项系数, 可以先用 $x+2$ 的一次项系数 1, $2x+3$ 的常数项 3, $3x+4$ 的常数项 4, 相乘得到 12; 再用 $2x+3$ 的一次项系数 2, $x+2$ 的常数项 2, $3x+4$ 的常数项 4, 相乘得到 16; 然后用 $3x+4$ 的一次项系数 3, $x+2$ 的常数项 2, $2x+3$ 的常数项 3, 相乘得到 18. 最后将 12, 16, 18 相加, 得到的一次项系数为 46.

参考小明思考问题的方法, 解决下列问题:

- (1) 计算 $(x+4)(4x+3)$ 所得多项式的一次项系数为 _____.
- (2) 计算 $(x+1)(3x-2)(2x+5)$ 所得多项式的一次项系数为 _____.
- (3) 若 $x^2 - 3x + 1$ 是 $x^4 + ax^2 + bx + 2$ 的一个因式, 求 a, b 的值.



25. (7分) 如图 1, 点 D 是等腰三角形 ABC 外一点, $AB=AC$, $\angle BDC=2\angle ABC$, 过点 A 作 $AE \perp BD$ 于点 E ,
- (1) 依据题意, 补全图形.
 - (2) 求证: $DE=BE+CD$.
 - (3) 如图 2, AD 与 BC 交于点 F , 当 F 是 AD 的中点时, 翻折 $\triangle BCD$ 得到 $\triangle BCG$, 连接 AG , 求证: A, G 两点到直线 BC 的距离相等.

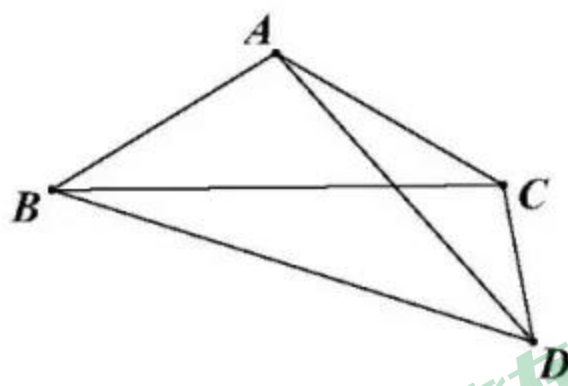


图 1

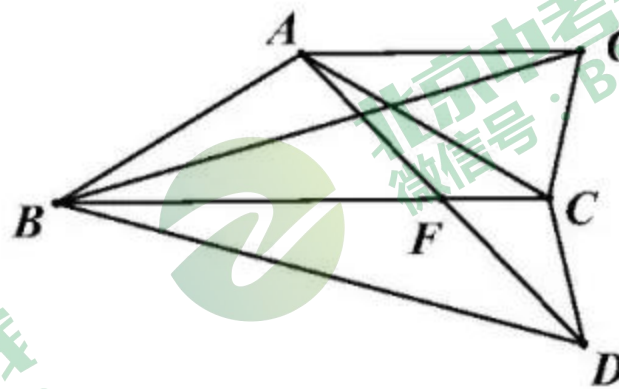


图 2

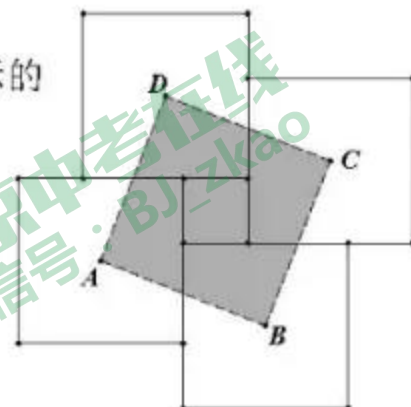


附加题

1. (4分) 若 k 为正奇数, 则 $\underbrace{(-k-k-\dots-k)}_{k\text{个}k}^k =$ _____;

若 k 为正偶数, 则 $\underbrace{(-k-k-\dots-k)}_{k\text{个}k}^k =$ _____.

2. (3分) 用四块大正方形地砖和一块小正方形地砖拼成如图所示的实线图案, 每块大正方形地砖面积为 a , 小正方形地砖面积为 b , 依次连接四块大正方形地砖的中心得到正方形 $ABCD$. 则正方形 $ABCD$ 的面积为 _____ (用含 a, b 的代数式表示).



3. (8分) 小明同学研究如下问题:

从 $1, 2, 3, \dots, n$ (n 为整数, 且 $n \geq 3$) 这 n 个整数中任取 a ($1 < a < n$) 个整数, 这 a 个整数之和共有多少种不同的结果?

他采取一般问题特殊化的策略, 先从最简单的情形入手, 再逐次递进, 从中找出解决问题的方法. 他进行了如下几个探究:

探究一:

(1) 从 $1, 2, 3$ 这 3 个整数中任取 2 个整数, 这 2 个整数之和共有多少种不同的结果?

所取的 2 个整数	1, 2	1, 3	2, 3
2 个整数之和	3	4	5

表①

如表①, 所取的 2 个整数之和可以为 3, 4, 5, 也就是从 3 到 5 的连续整数, 其中最小是 3, 最大是 5, 所以共有 3 种不同的结果.

(2) 从 $1, 2, 3, 4$ 这 4 个整数中任取 2 个整数, 这 2 个整数之和共有多少种不同的结果?

所取的 2 个整数	1, 2	1, 3	1, 4	2, 3	2, 4	3, 4
2 个整数之和	3	4	5	5	6	7

表②

如表②, 所取的 2 个整数之和可以为 3, 4, 5, 6, 7, 也就是从 3 到 7 的连续整数, 其中最小是 3, 最大是 7, 所以共有 5 种不同的结果.

(3) 从 $1, 2, 3, 4, 5$ 这 5 个整数中任取 2 个整数, 这 2 个整数之和共有 _____ 种不同的结果.

(4) 从 $1, 2, 3, \dots, n$ (n 为整数, 且 $n \geq 3$) 这 n 个整数中任取 2 个整数, 这 2 个整数之和共有 _____ 种不同的结果.

探究二:

(1) 从 $1, 2, 3, 4$ 这 4 个整数中任取 3 个整数, 这 3 个整数之和共有 _____ 种不同的结果.

(2) 从 $1, 2, 3, \dots, n$ (n 为整数, 且 $n \geq 4$) 这 n 个整数中任取 3 个整数, 这 3 个整数之和共有 _____ 种不同的结果.

探究三:

从 $1, 2, 3, \dots, n$ (n 为整数, 且 $n \geq 5$) 这 n 个整数中任取 4 个整数, 这 4 个整数之和共有 _____ 种不同的结果.



归纳结论：

从 $1, 2, 3, \dots, n$ (n 为整数, 且 $n \geq 3$) 这 n 个整数中任取 a ($1 < a < n$) 个整数, 这 a 个整数之和共有_____种不同的结果.

拓展延伸：

从 $1, 2, 3, \dots, 36$ 这 36 个整数中任取_____个整数, 使得取出的这些整数之和共有 204 种不同的结果? (写出解答过程)



4. (5分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $60^\circ < \angle BAC < 120^\circ$, 将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到点 D , 点 E 与点 D 关于直线 BC 对称, 连接 CD , CE , DE .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 判断 $\triangle CDE$ 的形状, 并证明;
- (3) 请问在直线 CE 上是否存在点 P , 使得 $PB - PA = CD$ 成立? 若存在, 请用文字描述出点 P 的准确位置, 并画图证明; 若不存在, 请说明理由.

