



东城区 2019-2020 学年度第一学期期末统一检测

初三数学 2020.1

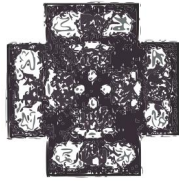
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 我国是一个多民族国家，民俗文化丰富多彩。下面是几幅具有浓厚民族特色的图案，其中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是



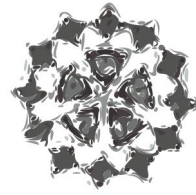
A



B

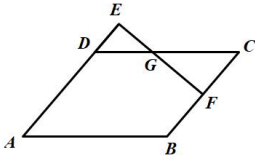


C



D

2. 如图，平行四边形 $ABCD$ ， F 为 BC 的中点，延长 AD 至点 E ，使 $DE:AD=1:3$ ，连接 EF 交 DC 于点 G ，则 $S_{\triangle DEG}:S_{\triangle CFG}$ 等于

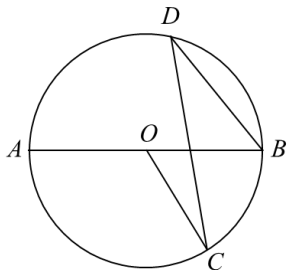


- A. 4:9 B. 2:3 C. 9:4 D. 3:2

3. 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ 的对称轴是

- A. 直线 $x = a$ B. 直线 $x = 2a$ C. 直线 $x = 1$ D. 直线 $x = -1$

4. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C, D 是圆上两点，且 $\angle AOC = 126^\circ$ ，则 $\angle CDB$ 等于



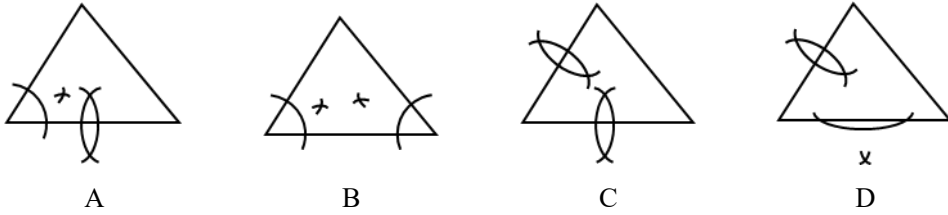
- A. 27° B. 37° C. 54° D. 64°

5. 将抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位，所得抛物线的解析式为



- A. $y = 2(x-1)^2+1$ B. $y = 2(x+1)^2-3$ C. $y = 2(x-1)^2-3$ D. $y = 2(x+1)^2+1$

6. 根据圆规作图的痕迹, 可用直尺成功找到三角形内心的是



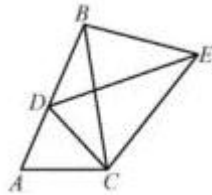
7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标是 $(-2, 0)$, 点 B 的坐标是 $(0, 6)$, 将线段 AB 绕

点 B 逆时针旋转 90° 后得到线段 $A'B$. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象恰好经过 A' 点, 则 k 的

值是

- A. 9 B. 12 C. 15 D. 24

8. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$, 使点 A 的对应点 D 恰好落在边 AB 上, 点 B 的对应点为 E , 连接 BE , 下列四个结论:



- ① $AC=AD$ ② $AB \perp EB$ ③ $BC=EC$ ④ $\angle A = \angle EBC$

其中一定正确的是

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②③④

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 写出一个二次函数, 其图象满足: ① 开口向下; ② 与 y 轴交于点 $(0, 2)$, 这个二次函数的解析式可以是_____.

10. 某毛绒玩具厂对一批毛绒玩具进行质量抽检, 相关数据如下:

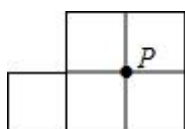
抽取的毛绒玩具数 n	20	50	100	200	500	1000	1500	2000
优等品的频数 m	19	47	91	184	462	921	1379	1846
优等品的频率 $\frac{m}{n}$	0.950	0.940	0.910	0.920	0.924	0.921	0.919	0.923

从这批玩具中, 任意抽取的一个毛绒玩具是优等品的概率的估计值是_____. (精确到 0.01)

11. 在数学拓展课上, 小聪发现: 若一条直线经过平行四边形对角线的交点, 则这条直线平分该平行四边形的面积. 下图是由 5 个边长为 1 的小正方形拼成的图形, P 是其中 4 个小正方形的公共顶点. 请你在小聪的启发下, 经过点 P 画一条直线, 把下图分成面积

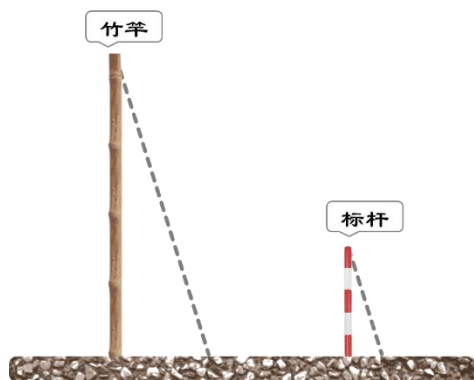


相等的两部分. (画出直线, 保留画图痕迹)

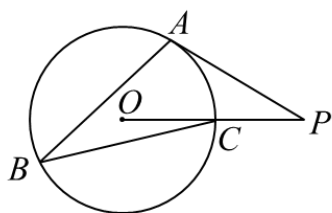


12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是_____.

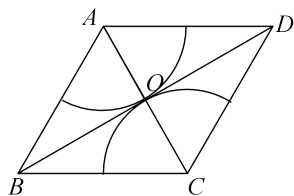
13. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作, 成书于约一千五百年前, 其中有首歌谣:
今有竿不知其长, 量得影长一丈五尺, 立一标杆, 长一尺五寸, 影长五寸, 问竿长几何?
意即: 有一根竹竿不知道有多长, 量出它在太阳下的影子长一丈五尺, 同时立一根一尺五寸的小标杆, 它的影长五寸, 则竹竿的长为_____尺. (1丈=10尺, 1尺=10寸)



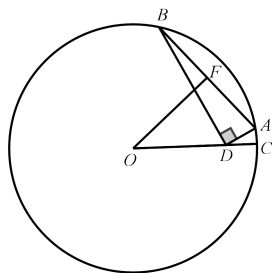
14. 如图, $\odot O$ 上三点 A, B, C , 半径 $OC = 1$, $\angle ABC = 30^\circ$, $\odot O$ 的切线 PA 交 OC 延长线于点 P , 从现图中选取一条以 P 为端点的线段, 此线段的长为_____. (注明选取的线段)



15. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 O , $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 2$, 分别以点 A, C 为圆心, 以 AO 的长为半径画弧分别与菱形的边相交, 则图中阴影部分的面积为_____. (结果保留 π)



16. 如图, 在 $\odot O$ 中, 半径 $OC=6$, D 是半径 OC 上一点, 且 $OD=4$. A, B 是 $\odot O$ 上的两个动点, $\angle ADB=90^\circ$, F 是 AB 的中点, 则 OF 的长的最大值等于_____.

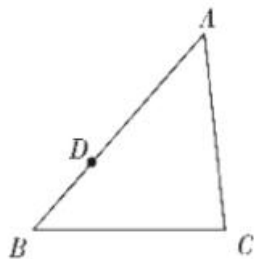


三. 解答题 (本题共 68 分, 第 17-20 题, 每小题 5 分, 第 21 题 4 分, 第 22-26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

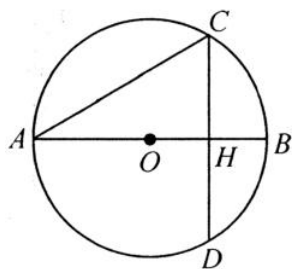
17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上的一点.

(1) 请用尺规作图法, 在 $\triangle ABC$ 内, 求作 $\angle ADE$. 使 $\angle ADE=\angle B$, DE 交 AC 于点 E ; (不要求写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $\frac{AD}{DB}=2$, $AC=6$, 求 AE 的值.



18. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 H , $\angle A=30^\circ$, $CD=2\sqrt{3}$, 求 $\odot O$ 的半径的长.



19. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=ax^2+bx+c$...	t	m	-2	-2	n	...

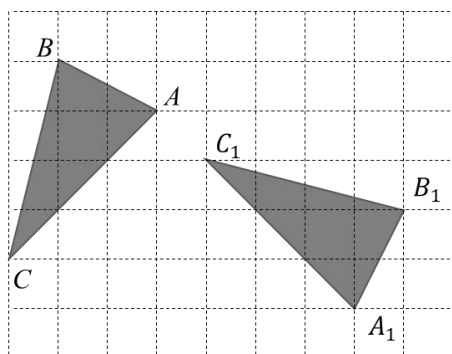
根据以上列表, 回答下列问题:

- (1) 直接写出 c 的值和该二次函数图象的对称轴;
 - (2) 写出关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=t$ 的根;
 - (3) 若 $m=-1$, 求此二次函数的解析式.
20. 北京世界园艺博览会 (以下简称“世园会”) 于 2019 年 4 月 29 日至 10 月 7 日在北京市延庆区举行. 世园会为满足大家的游览需求, 倾情打造了 4 条各具特色的游玩路线, 如下表:

A	B	C	D
漫步世园会	爱家乡, 爱园艺	清新园艺之旅	车览之旅

小美和小红都计划去世园会游玩, 她们各自在这 4 条路线中任意选择一条, 每条线路被选择的可能性相同.

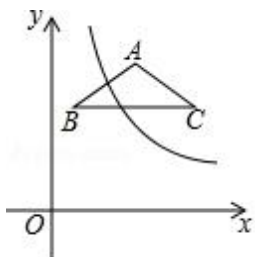
- (1) 求小美选择路线“清新园艺之旅”的概率是多少?
 - (2) 用画树状图或列表的方法, 求小美和小红恰好选择同一条路线的概率.
21. 如图, 在正方形网格中, 将格点 $\triangle ABC$ 绕某点顺时针旋转角 α ($0 < \alpha < 180^\circ$) 得到格点 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 A 与点 A_1 , 点 B 与点 B_1 , 点 C 与点 C_1 是对应点.
- (1) 请通过画图找到旋转中心, 将其标记为点 O ;
 - (2) 直接写出旋转角 α 的度数.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象和 $\triangle ABC$ 都在第一象限内,

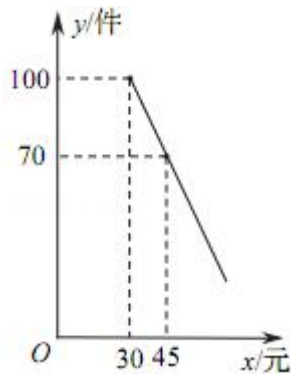
$AB = AC = \frac{5}{2}$, $BC \parallel x$ 轴, 且 $BC = 4$, 点 A 的坐标为 $(3, 5)$.

- (1) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 B , 求此反比例函数的解析式;
- (2) 若将 $\triangle ABC$ 向下平移 m ($m > 0$) 个单位长度, A, C 两点的对应点同时落在反比例函数图象上, 求 m 的值.



23. 为迎接国庆节, 某商店购进了一批成本为每件 30 元的纪念商品. 经调查发现, 该商品每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 满足一次函数关系, 其图象如图所示.

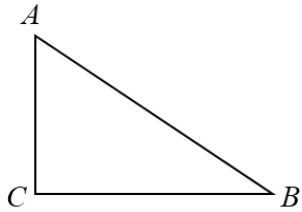
- (1) 求该商品每天的销售量 y 与销售单价 x 的函数关系式;
- (2) 若商店按不低于成本价, 且不低于 60 元的单价销售, 则销售单价定为多少, 才能使销售该商品每天获得的利润 w (元) 最大? 最大利润是多少?



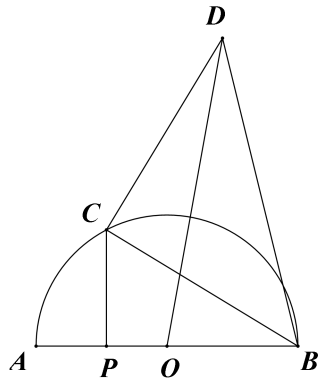
24. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, O 是 BC 的中点, 到点 O 的距离等于 $\frac{1}{2}BC$ 的所有点组成的图形记为 G , 图形 G 与 AB 交于点 D .

- (1) 不全图形并求线段 AD 的长;
- (2) 点 E 是线段 AC 上的一点, 当点 E 在什么位置时, 直线 ED 与 图形 G 有且只有一个交点? 请说明理由.





25. 如图, P 是直径 AB 上的一点, $AB=6$, $CP \perp AB$ 交半圆 \widehat{AB} 于点 C , 以 BC 为直角边构造等腰 $\text{Rt}\triangle BCD$, $\angle BCD=90^\circ$, 连接 OD .



小明根据学习函数的经验, 对线段 AP , BC , OD 的长度之间的关系进行了探究.

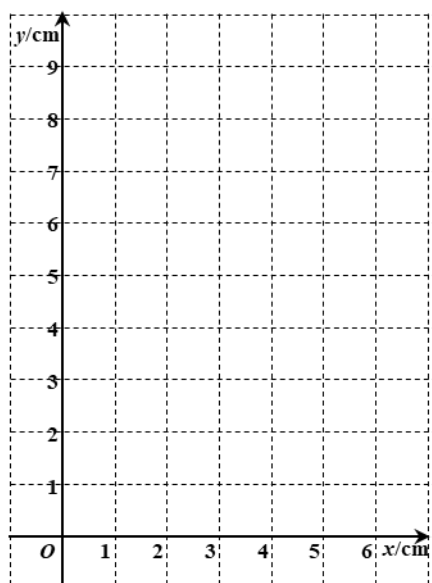
下面是小明的探究过程, 请补充完整:

(1) 对于点 P 在 AB 上的不同位置, 画图、测量, 得到了线段 AP , BC , OD 的长度的几组值, 如下表:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置...
AP	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	...
BC	6.00	5.48	4.90	4.24	3.46	2.45	...
OD	6.71	7.24	7.07	6.71	6.16	5.33	...

在 AP , BC , OD 的长度这三个量中, 确定_____的长度是自变量, _____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数;

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 画出 (1) 中所确定的函数的图象;



- (3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $OD=2BC$ 时, 线段 AP 的长度约为_____.
26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2-4ax$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (A 在 B 的左侧).
- (1) 求点 A, B 的坐标;
- (2) 已知点 $C(2, 1)$, $P(1, -\frac{3}{2}a)$, 点 Q 在直线 PC 上, 且 Q 点的横坐标为 4.
- ① 求 Q 点的纵坐标 (用含 a 的式子表示);
- ② 若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.
27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=45^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , $AE \perp BC$ 于点 E , 连接 DE .
- (1) 如图 1, 当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时,
- ① 依题意补全图形, 猜想 $\angle BAE$ 与 $\angle BCD$ 之间的数量关系并证明;
- ② 用等式表示线段 AE, CE, DE 的数量关系, 并证明;
- (2) 如图 2, 当 $\angle ABC$ 为钝角时, 依题意补全图形并直接写出线段 AE, CE, DE 的数量关系.

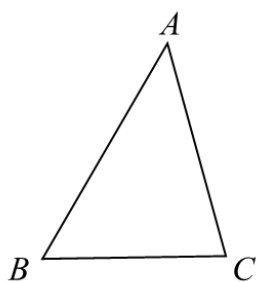


图 1

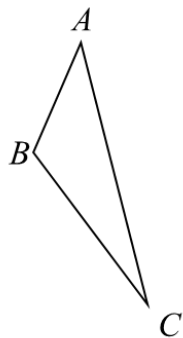
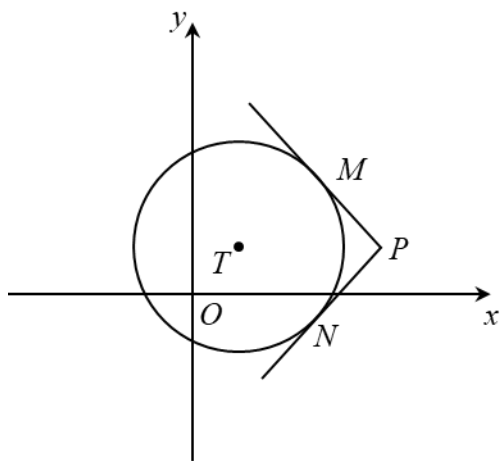


图 2

28. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，过 $\odot T$ 外一点 P 引它的两条切线，切点分别为 M ， N ，若 $60^\circ \leq \angle MPN < 180^\circ$ ，则称 P 为 $\odot T$ 的环绕点。



(1) 当 $\odot O$ 半径为 1 时，

① 在 $P_1(1,0), P_2(1,1), P_3(0,2)$ 中， $\odot O$ 的环绕点是_____；

② 直线 $y=2x+b$ 与 x 轴交于点 A ， y 轴交于点 B ，若线段 AB 上存在 $\odot O$ 的环绕点，求 b 的取值范围；

(2) $\odot T$ 的半径为 1，圆心为 $(0, t)$ ，以 $(m, \frac{\sqrt{3}}{3}m) (m > 0)$ 为圆心， $\frac{\sqrt{3}}{3}m$ 为半径的所有

圆构成图形 H ，若在图形 H 上存在 $\odot T$ 的环绕点，直接写出 t 的取值范围。

