

北师大附属实验中学 2020—2021 学年度

第一学期初三摸底测试数学试卷

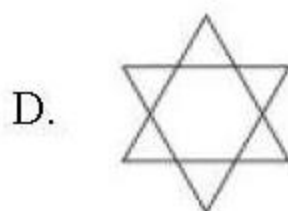


试卷说明:

1. 本试卷考试时间为 90 分钟, 总分数为 110 分.
2. 本试卷共 8 页, 四道大题, 26 道小题.
3. 请将全部答案填在答题纸上, 选择题和作图使用 2B 铅笔, 解答题必须使用 0.5 毫米黑色签字笔, 不得使用铅笔或圆珠笔答题.
4. 一律不得使用涂改液及涂改带, 答题时请用蓝黑签字笔书写.
5. 注意保持卷面整洁, 书写工整.

一、选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

1. 下面四个图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



2. 下列各式中, y 是 x 的二次函数的是

A. $xy + x^2 = 1$

B. $x^2 + y - 2 = 0$

C. $y^2 - ax = -2$

D. $x^2 - y^2 + 1 = 0$

3. 已知一组数据: 2, 5, 2, 3, 4, 这组数据的中位数是

A. 2

B. 3

C. 2.5

D. 4

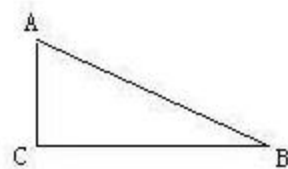
4. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 1$, $AB = 3$, 则 BC 的长为

A. 2

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{10}$

D. $2\sqrt{2}$





5. 下列各式，一定是最简二次根式的是

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt[3]{-3}$ C. $\sqrt{x^2}$ D. $\sqrt{9}$

6. 把方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 配方后所得到的方程是

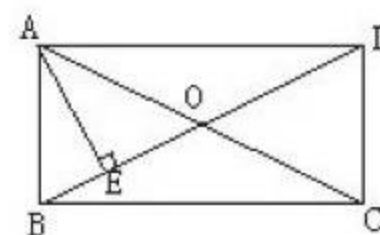
- A. $(x-2)^2 + 1 = 0$ B. $(x-4)^2 + 5 = 0$
 C. $(x-2)^2 - 3 = 0$ D. $(x-2)^2 + 5 = 0$

7. 下列命题中正确的是

- A. 对角线相等的四边形是矩形
 B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
 C. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
 D. 对角线平分每一组对角的四边形是正方形

8. 如图，在矩形 ABCD 中，对角线 AC、BD 交于点 O，AE ⊥ BD 于点 E，∠AOB = 45°，则 ∠BAE 的大小为

- A. 15° B. 22.5°
 C. 30° D. 45°



9. 下列表格是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值，判断方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 的一个解 x 的所在范围

x	6.17	6.18	6.19	6.20
$y = ax^2 + bx + c$	-0.03	-0.01	0.02	0.04

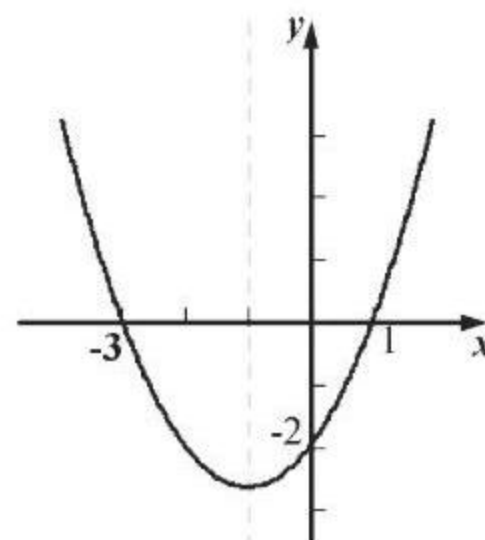
- A. $6 < x < 6.17$ B. $6.17 < x < 6.18$ C. $6.18 < x < 6.19$ D. $6.19 < x < 6.20$

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，给出以下结论：

- ①因为 $a > 0$ ，所以函数 y 有最大值；
 ②该函数的图象关于直线 $x = -1$ 对称；
 ③当 $x = -2$ 时，函数 y 的值等于 0；
 ④当 $x = -3$ 或 $x = 1$ 时，函数 y 的值都等于 0.

其中正确结论的个数是

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1



二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

11. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx - 2m = 0$ 的一根为 1，则 m 的值是_____.

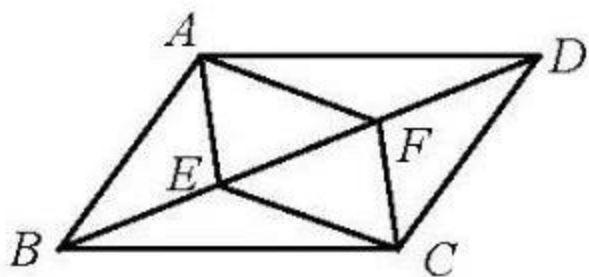
12. 抛物线 $y = -x^2 - 2x + m$ ，若其顶点在 x 轴上，则 $m =$ _____.

13. 如图，BD 是 $\square ABCD$ 的对角线，点 E、F 在 BD 上，要使四边形 AECF 是平行四边形，还需要增加的一个条件是_____.

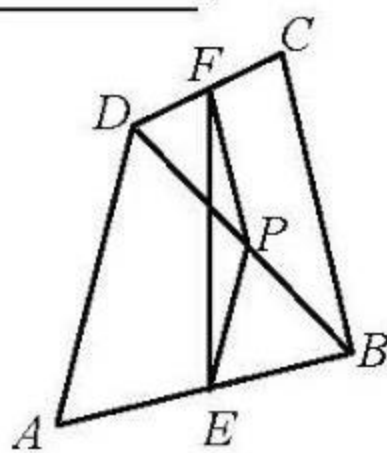
14. 为了践行“首都市民卫生健康公约”，某班级举办“七步洗手法”比赛活动，小明的单项成绩如表所示（各项成绩均按百分制计）：

项目	书面测试	实际操作	宣传展示
成绩（分）	96	98	96

若按书面测试占 30%、实际操作占 50%、宣传展示占 20%，计算参赛个人的综合成绩（百分制），则小明的最后得分是_____.



第 13 题图



（第 15 题图）

15. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， P 是对角线 BD 的中点， E, F 分别是 AB, CD 的中点， $AD = BC$ ， $\angle PEF = 18^\circ$ ，则 $\angle PFE$ 的度数是_____.

16. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上部分点的横坐标 x ，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	0	4	6	6	4	...

上表可知，下列说法中正确的是_____。（填写序号）

① 抛物线与 x 轴的一个交点为 $(3, 0)$ ； ② 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的最大值为 6；

③ 抛物线的对称轴是 $x = \frac{1}{2}$ ；

④ 在对称轴左侧， y 随 x 增大而增大.



19. (6分) 如图, 正方形网格中的每个小正方形的边长都是 1, 每个小格的顶点叫做格点. 如图 1 中是以格点为顶点面积为 5 的正方形.

(1) 在图 2 中以格点为顶点画一个三角形, 使三角形三边长分别为 3、4、5;

(2) 在图 3 中以格点为顶点画一个三角形, 使三角形三边长分别为 2 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{13}$.

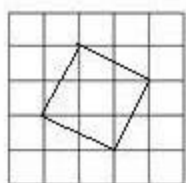


图 1

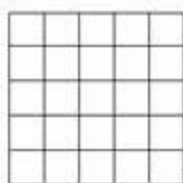


图 2

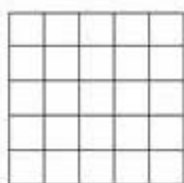
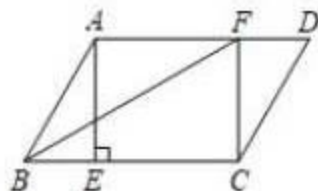


图 3

20. (6分) 如图, $\square ABCD$ 中, 点 E , F 分别在边 BC , AD 上, $BE=DF$, $\angle AEC=90^\circ$.

(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是矩形;

(2) 连接 BF , 若 $AB=4$, $\angle ABC=60^\circ$, BF 平分 $\angle ABC$, 求 AD 的长.



21. (6分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+2 = 0$.

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一根小于 1, 求 k 的取值范围.



22. (6分) 下面给出了我国 31 个省份 2019 年居民人均可支配收入 (单位: 万元):

1.9139 1.9501 2.0397 2.2082 2.2618 2.3103 2.3328 2.3828
 2.3903 2.4254 2.4412 2.4563 2.4666 2.4703 2.5665 2.6262
 2.6415 2.6679 2.7680 2.8319 2.8920 3.0555 3.1597 3.1820
 3.5616 3.9014 4.1400 4.2404 4.9899 6.7756 6.9442

对上述数据进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息：

收入 x	$1.0 \leq x < 1.5$	$1.5 \leq x < 2.0$	$2.0 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 3.0$	$3.0 \leq x < 3.5$	$3.5 \leq x < 4.0$
频数	0	2	a	7	3	2
收入 x	$4.0 \leq x < 4.5$	$4.5 \leq x < 5.0$	$5.0 \leq x < 5.5$	$5.5 \leq x < 6.0$	$6.0 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 7.0$
频数	2	1	0	0	0	b

回答下列问题：

(1) 写出表中 a, b 的值；

(2) 这 31 个省份 2019 年居民人均可支配收入的中位数为_____；

(3) 下列推断合理的是_____（填写序号）。

①这 31 个省份 2019 年居民人均可支配收入的平均数不低于 2.5000 万元；

②2015~2018 年全国居民人均可支配收入如表所示（单位：万元）：

年份	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年
全国居民人均可支配收入	2.1966	2.3821	2.5974	2.8228

根据上述信息，2019 年全国居民人均可支配收入继续增长。

23. (7 分) 已知抛物线 $y = x^2 - (2m+4)x + m^2 - 10$ 的顶点 A 到 y 轴的距离为 3，

与 x 轴交于 C, D 两点.

(1) 求顶点 A 的坐标；

(2) 若点 B 在该抛物线上，且 $S_{\triangle BCD} = 54\sqrt{2}$ ，求点 B 的坐标.

24. (7 分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB=6$ ， M 是 CD 边上一动点（不与 D 点重合），点 D 与点 E 关于 AM 所在的直线对称，连接 AE, ME ，延长 CB 到点 F ，使得 $BF=DM$ ，连接 EF, AF .

(1) 当 $DM=2$ 时，依题意补全图 1；



(2) 在 (1) 的条件下, 求线段 EF 的长;

(3) 当点 M 在 CD 边上运动时, 能使 $\triangle AEF$ 为等腰三角形, 请直接写出此时 DM 与 AD 的数量关系_____.

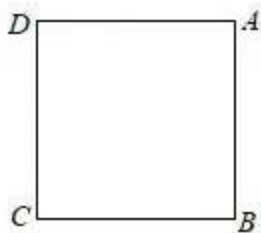
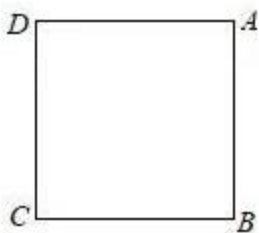


图1



备用图

四、附加题:

25. (5分) 阅读下面的材料:

小明在学习中遇到这样一个问题: 若 $1 \leq x \leq m$, 求二次函数 $y = x^2 - 6x + 7$ 的最大值. 他画图研究后发现, $x = 1$ 和 $x = 5$ 时的函数值相等, 于是他认为需要对 m 进行分类讨论.

他的解答过程如下:

\because 二次函数 $y = x^2 - 6x + 7$ 的对称轴为直线 $x = 3$,

\therefore 由对称性可知, $x = 1$ 和 $x = 5$ 时的函数值相等.

\therefore 若 $1 \leq m < 5$, 则 $x = 1$ 时, y 的最大值为 2;

若 $m \geq 5$, 则 $x = m$ 时, y 的最大值为 $m^2 - 6m + 7$.

请你参考小明的思路, 解答下列问题:

(1) 当 $-2 \leq x \leq 4$ 时, 二次函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的最大值为_____;

(2) 若 $p \leq x \leq 2$, 求二次函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的最大值;

(3) 若 $t \leq x \leq t + 2$ 时, 二次函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的最大值为 31, 则 t 的值为_____.

26. (5分) 在平面直角坐标系中, 对于与坐标轴不平行的直线 l 和点 P , 给出如下定义: 过点 P 作 x 轴, y 轴的垂线, 分别交直线 l 于点 M, N , 若 $PM + PN > 2$, 则称 P 为直线的平安点.

已知点 $A(-\sqrt{2}, 0), B(0, 1), C(-1, 1)$

(1) 当直线 l 的表达式为 $y = x$ 时,

