人大附中 2019~2020 学年度第一学期初二年级数学期中练习 2019.11.6

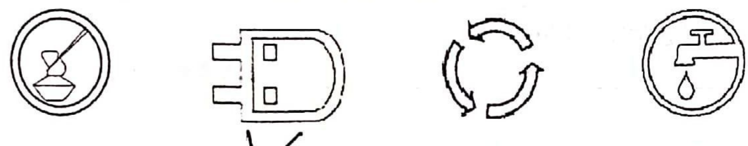
制卷人：何庆青　　　　审卷人：孙芳

说明：本试卷共三道大题，28 道小题，共 6 页；满分 100 分，考试时间 90 分钟；

请在密封线内填写个人信息．请将答案全部作答在答题卡相应的位置上．

一、选择题：（每小题 3 分，共 30 分）

1．下列倡导节约的图案中，是轴对称图形的是（　　）．



A　　　　B　　　　C　　　　D

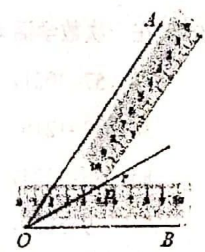
2．若分式 $\dfrac{1}{x+2}$ 有意义，则 x 的取值范围为（　　）．

A．$x\neq -2$　　B．$x\neq 2$　　C．$x=-2$　　D．$x=2$

3．在下列运算中，正确的是（　　）．

A．$a^3\cdot a^4=a^{12}$　　B．$(ab^2)^3=a^6b^6$　　C．$(a^3)^4=a^7$　　D．$a^4\div a^3=a$

4．小健同学发现，只用两把完全相同的长方形直尺就可以作出一个角的平分线．如图：一把直尺压住射线 OB，另一把直尺压住射线 OA 并且与第一把直尺交于点 P，小明说："射线 OP 就是 $\angle AOB$ 的角平分线．" 他这样做的依据是（　　）．



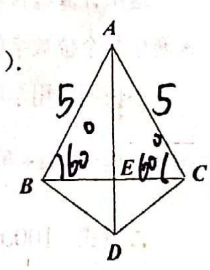
A．三角形三条角平分线的交点到三条边的距离相等

B．角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上

C．角平分线上的点到这个角两边的距离相等

D．以上均不正确

5．如图，$AB=AC=5$，$DB=DC$，若 $\angle ABC$ 为 60°，则 BE 长为（　　）．



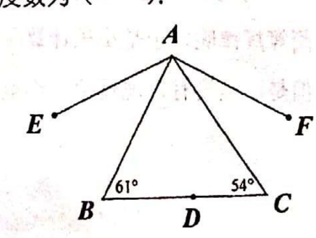
A．5　　B．3

C．2.5　　D．2

6．如图，$\triangle ABC$ 中，D 点在 BC 上，将 D 点分别以 AB、AC 为对称轴，画出对称点 E、F，并连接 AE、AF．根据图中标示的角度，可得 $\angle EAF$ 的度数为（　　）．

A．108　　B．115

C．122　　D．130



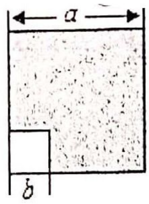
7. 如图一，在边长为a的正方形中，挖掉一个边长为b的小正方形（$a>b$），把余下的部分剪拼成一个矩形（如图二），通过计算两个图形（阴影部分）的面积，验证了一个等式，则这个等式是（　　）.

A. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

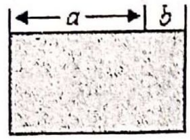
B. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

C. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

D. $(a+2b)(a-b)=a^2+ab-2b^2$



图一



图二

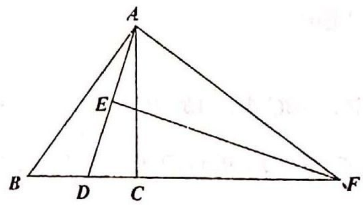
8. 如图，AD是$\triangle ABC$的角平分线，作AD的垂直平分线EF交BC延长线于F，下列结论不一定成立的是（　　）.

A. $AF=DF$

B. $\angle BAF=\angle ACF$

C. $BF\perp AC$

D. $S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ACD}=AB:AC$



9. 已知a,b,c是$\triangle ABC$三边长，且满足$a^2+c^2=2b(a+c-b)$，则此三角形是（　　）.

A. 等边三角形　　B. 等腰三角形　　C. 直角三角形　　D. 无法确定

10. 在坐标系xOy中，已知点A（3,1）关于x轴，y轴的对称点分别为P，Q，若坐标轴上点M，恰使$\triangle MAP$、$\triangle MAQ$均为等腰三角形，则满足条件的点M有（　　）.

A. 4个　　B. 5个　　C. 8个　　D. 9个

二、填空题：（每空2分，共18分）

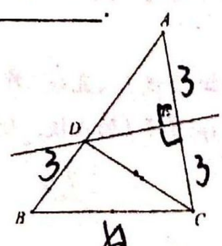
11. 若分式$\frac{x-1}{x}$值为0，则x的值为________.

12. 若$(a-2)^0=1$，则a的取值范围是________

13. 计算$3^{2019}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{2018}=$________.

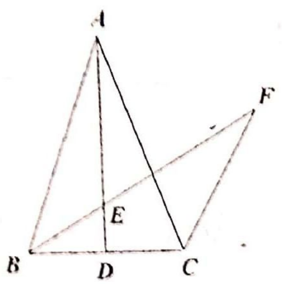
14. 若$(x+1)(kx-2)$的展开式中不含有x的一次项，则k的值是________.

15. 如右图，$\triangle ABC$中，DE是AC的垂直平分线，$AE=3$，$\triangle BCD$的周长为13，则$\triangle ABC$的周长为________.

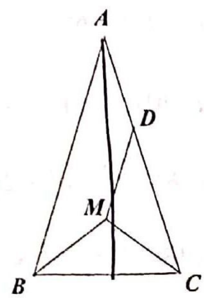


16、已知$m+n=5$，$mn=2$，则$m^3n-2m^2n^2+mn^3$的值为________.

17、在△ABC中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，$\angle CBE=30°$，若以C为圆心，CB长为半径画圆交BE延长线于F，且$EF=6$，则$BF=$________.



第17题图



第18题图

18、如图，等腰△ABC中，$AB=AC$，M为其底角平分线的交点，将△BCM沿CM折叠，使B点恰好落在AC边上的点D处，若$DA=DM$，则$\angle ABC$的度数为________.

19、在等边△ABC中，M，N，P分别是边AB，BC，CA上的点（不与端点重合）．对于任意等边△ABC，下面四个结论中，

①存在无数个△MNP是等腰三角形；

②存在无数个△MNP是等边三角形；

③存在无数个△MNP是等腰直角三角形；

④存在一个△MNP在所有△MNP中面积最小；

所有正确结论的序号是：________.

三、解答题：（20、21题每小题4分，22-27题每小题5分，28题6分，共52分）

20、分解因式：（1）$3ma^2-3mb^2$；　（2）$4ax^2-4ax+a$.

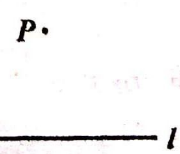
21、计算：（1）$x(1-x)+(x-2)(x+3)$；　（2）$(a+5b)(a-5b)-(a+2b)^2$.

22、先化简，再求值：$(5x^3+3x^2-x)\div x+(x-1)^2-7$，其中$6x^2+x=1$.

23.下面是小康设计的“过直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程.

已知:直线l及直线l外一点P.

求作:直线l的垂线，使它经过点P.



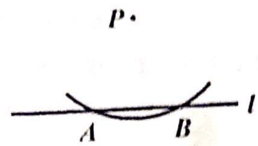
作法：如图，

① 以 P 为圆心，以大于 P 到直线 l 的距离的长度为半径画弧，交直线 l 于 A，B 两点；

② 连接 PA、PB；

③ 作 $\angle APB$ 的角平分线 PQ.

直线 PQ 即为所求.



根据小康设计的尺规作图过程，

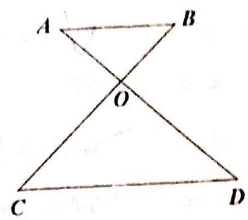
(1)使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)

(2)完成下面的证明.

证明：$\because PA=$_______，PQ 平分 $\angle APB$，

$\therefore PQ\perp l$（__________________________________）(填推理的依据).

24．如图，AD 与 BC 相交于点 O，且 $AB//CD$，$OA=OB$，求证：$OC=OD$.



25．阅读：

在一次数学活动中，“揭秘”学习小组发现：

$53\times57=3021$，

$38\times32=1216$，

$84\times86=7224$，

$71\times79=5609$，

这组计算蕴含着简算规律：十位数字相同，个位数字和为 10 的两个两位数相乘，结果末两位是个位数字的乘积，前几位是十位数字与十位数字加 1 的乘积.

小快同学用学所知识做了如下解释：将相同的十位数字设为 a，个位数字设为 b、d，则 $\overline{ab}\bullet\overline{ad}=(10a+b)(10a+d)=100a^2+10a(b+d)+bd$，$\because b+d=10$，

$\therefore$ 原式 $=100a^2+100a+bd=100a(a+1)+bd$.

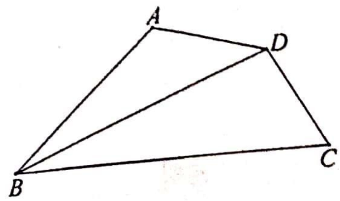
（1）请你利用小组发现的规律计算：$63\times67=$_________；

（2）小乐同学进一步思考，个位数字相同，十位数字和为 10 的两个两位数相乘会不会也有简算规律呢？于是小乐计算了：$35\times75=2625$，$83\times23=1909$，$48\times68=3264$，$17\times97=1649$，但是还是没有发现规律．你能帮助小乐发现规律并用所学知识解释吗？

26．如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 BD 平分 $\angle ABC$，$\angle A=120°$，$\angle C=60°$，$AB=17$，$AD=12$．

（1）求证：$AD=DC$；

（2）求四边形 $ABCD$ 的周长．



27．等腰△ABC 中，$AB=AC$，$\angle ACB>60°$，点 D 为边 AC 上一点，满足 $BD=BC$．点 E 与点 B 位于直线 AC 同侧，△ADE 是等边三角形．

（1）①请在图 1 中将图形补充完整；

②若点 D 与点 E 关于直线 AB 轴对称，$\angle ACB=$______________；

（2）如图 2 所示，若 $\angle ACB=80°$，用等式表示线段 BA、BD、BE 之间的数量关系，并说明理由．

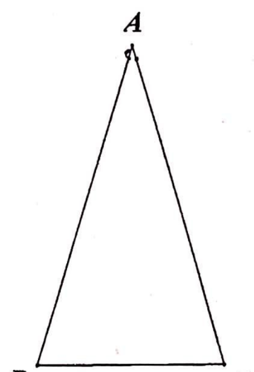


图 1

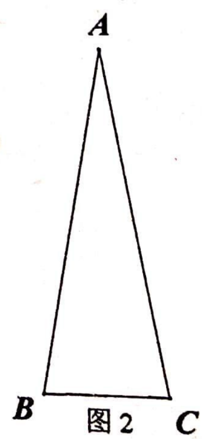


图 2

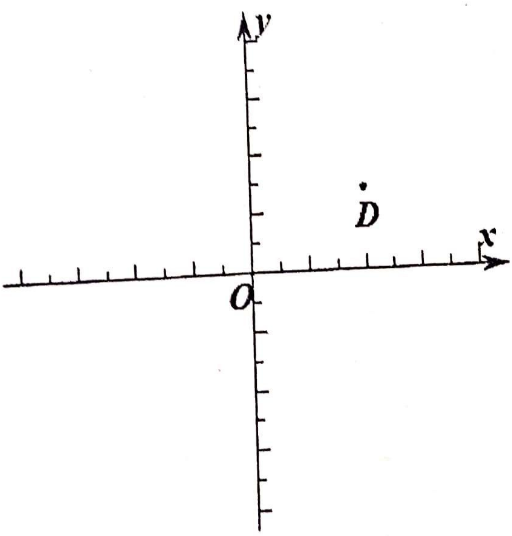
28．在平面直角坐标系 xOy 中，我们称横纵坐标都是整数的点为整点．若坐标系内两个整点 $A(p,q),B(m,n)\left(m\le n\right)$ 满足关于 x 的多项式 x^2+px+q 能够因式分解为 $(x+m)(x+n)$，则称 B 是 A 的分解点．

例如 $A(3,2),B(1,2)$ 满足 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$，所以 B 是 A 的分解点．

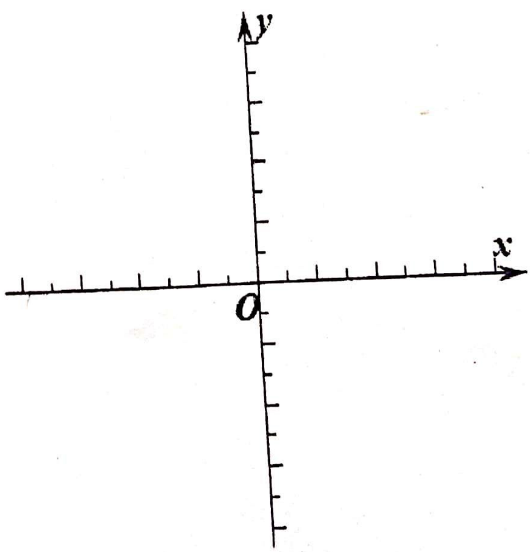
（1）在点 $A_1(5,6)$，$A_2(0,3)$，$A_3(-2,0)$ 中，请找出不存在分解点的点：________；

（2）点 P，Q 在纵轴上（P 在 Q 的上方），点 R 在横轴上，且点 P，Q，R 都存在分解点，若△PQR 面积为 6，请直接写出满足条件的△PQR 的个数及每个三角形的顶点坐标；

（3）已知点 D 在第一象限内，D 是 C 的分解点，请探究△OCD 是否可能是等腰三角形．若可能，请求出所有满足条件的点 D 的坐标；若不可能，请说明理由．



第 28 题图



备用图

人大附中 2019~2020 学年度第一学期初二年级数学期中练习参考答案

一、选择题：（每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	D	B	C	D	C	C	A	B

二、填空题：（每空 2 分，共 18 分）

11. $x=1$． 12. $a\neq 2$． 13. 3． 14. 2．

15. 19． 16. 34． 17. 9． 18. 72°．

19. ①②③．（选对一个得 1 分，全对得 2 分，错选不得分）

三、解答题：（20、21 题每小题 4 分，22-27 题每题 5 分，28 题 6 分，共 52 分）

20.（1）解：原式$=3m\left(a^2-b^2\right)$ ……2 分

$=3m(a+b)(a-b)$ ……4 分

（2）解：原式$=a\left(4x^2-4x+1\right)$ ……2 分

$=a(2x-1)^2$ ……4 分

21.（1）解：原式$=x-x^2+x^2+x-6$ ……2 分

$=2x-6$ ……4 分

（2）解：原式$=a^2-25b^2-\left(a^2+4ab+4b^2\right)$ ……2 分

$=a^2-25b^2-a^2-4ab-4b^2$

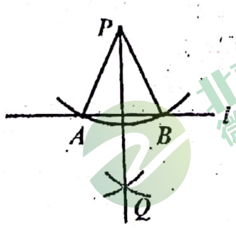
$=-29b^2-4ab$ ……4 分

22. 解：原式$=5x^2+3x-1+x^2-2x+1-7$ ……2 分

$=6x^2+x-7$ ……3 分

当 $6x^2+x=1$ 时，原式$=1-7=-6$ ……5 分

23.(1)如图：



注：连线段 PA、PB 为 1 分，尺规作角分线 PQ 为 2 分，共 3 分．

(2)完成下面的证明．

证明：∵ $PA=$ <u>PB</u>，PQ 平分 $\angle APB$，

∴ $PQ\perp l$（<u>等腰三角形底边上的高线与顶角角平分线互相重合</u>）(填推理的依据)．

注：每空 1 分，共 2 分；推理依据写“等腰三角形三线合一”也得分．

24. 证明：∵$OA=OB$，

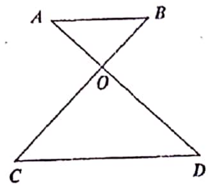
∴$\angle A=\angle B$.　　　……1 分

∵$AB//CD$，

∴$\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle C$，　……2 分

∴$\angle D=\angle C$，　　　……3 分

∴ $OC=OD$.　　　……5 分



25.（1）<u>4221</u>；　　　……1 分

（2）规律：个位数字相同，十位数字和为 10 的两个两位数相乘，结果末两位是个位数字的平方（或乘积），前几位是十位数字乘积与个位数字的和.　……3 分

解释：设相同的个位数字设为 m，十位数字设为 p、q，

则 $\overline{pm}\bullet\overline{qm}=(10p+m)(10q+m)=100pq+10m(p+q)+m^2$，∵ $p+q=10$，

∴原式$=100pq+100m+m^2=100(pq+m)+m^2$.　　　……5 分

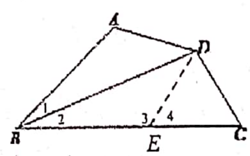
26.（1）在 BC 上截 $BE=BA$，连结 DE.　……1 分

∵BD 平分$\angle ABC$，

∴$\angle 1=\angle 2$.

在$\triangle ABD$ 和$\triangle EBD$ 中，

$$\begin{cases}BA=BE,\\ \angle 1=\angle 2,\\ BD=BD,\end{cases}$$



∴$\triangle ABD\cong\triangle EBD$（SAS）.

∴$AD=DE$，$\angle A=\angle 3$，　　　…………2 分

∵ $\angle A=120°$，$\angle C=60°$，

∴ $\angle 4=180°-\angle 3=180°-\angle A=60°=\angle C$，

∴$DE=DC$，

∴$AD=DC$.　　　………………3 分

（2）解：由（1）得 $DE=DC$，$\angle C=60°$，

∴$\triangle DEC$ 为等边三角形.　　　……4 分

∵$AD=12$，

∴$EC=DC=AD=12$.

又∵$AB=17$，

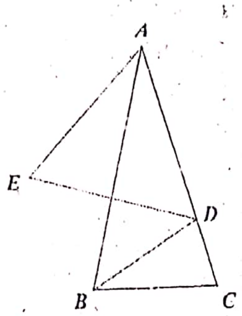
∴$BE=17$.

$C_{四边形ABCD}=AB+BE+EC+DC+AD=17+17+12+12+12=70$，

∴四边形 $ABCD$ 的周长为 70.　　　……5 分

27. （1）①补图：　　　　　　……1 分

② $\angle ACB=$ __75°__ ；　　……2 分



（2）BA、BD、BE 的数量关系：__$BA=BD+BE$__ ；……3 分

证明：在 BA 上截 $BF=BD$，连结 FD，设 DE 与 AB 交点为 H.

∵△ADE 为等边三角形，

∴$AD=ED$，$\angle EAD=\angle 1=60°$.

在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle ACB=80°$，

∴$\angle ABC=\angle ACB=80°$，$\angle 2=180°-\angle ACB-\angle ABC=20°$，

∴$\angle 3=\angle EAD-\angle 2=40°$.

在△BCD 中，$BC=BD$，

∴$\angle BDC=\angle ACB=80°$，$\angle DBC=180°-\angle BDC-\angle ACB=20°$，

∴$\angle 4=\angle ABC-\angle DBC=60°$.

∴△BDF 为等边三角形，　　　　　　……4 分

∴$\angle BDF=60°$，$BD=FD=BF$，

∴$\angle 5=180°-\angle BDC-\angle BDF=40°$.

在△AEH 和△DHB 中，$\angle 1=\angle 4=60°$，$\angle EHA=\angle BHD$，

∴$\angle 6=\angle 3=40°=\angle 5$.

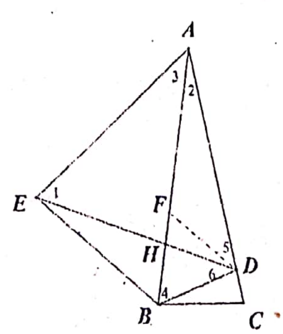
在△EBD 和△AFD 中，

$$\begin{cases} ED=AD, \\ \angle 6=\angle 5, \\ BD=FD, \end{cases}$$

∴△EBD≌△AFD（SAS）.

∴$FA=BE$，

∴$BA=BF+FA=BD+BE$.　　　　　　……5 分



28．（1）$\underline{\quad A_2 \quad}$；　　　　……1 分

（2）$\triangle PQR$ 的个数为$\underline{\quad 8 \quad}$；　　……2 分

各三角形顶点坐标：$R_1(1,0)$，$P_1(0,-4)$，$Q_1(0,-16)$；　$R_2(-1,0)$，$P_2(0,-4)$，$Q_2(0,-16)$；

$R_3(3,0)$，$P_3(0,0)$，$Q_3(0,-4)$；　$R_4(-3,0)$，$P_4(0,0)$，$Q_4(0,-4)$；

$R_5(4,0)$，$P_5(0,-1)$，$Q_5(0,-4)$；　$R_6(-4,0)$，$P_6(0,-1)$，$Q_6(0,-4)$；

$R_7(12,0)$，$P_7(0,0)$，$Q_7(0,-1)$；　$R_8(-12,0)$，$P_8(0,0)$，$Q_8(0,-1)$．

……4 分（写对两组得 1 分，写全得 2 分）

（3）解：设 $D(m,n)$，则 m,n 为正整数，

$\because (x+m)(x+n)=x^2+(m+n)x+mn$ 且 D 为 C 的分解点，

$\therefore C(m+n,mn)$.

当 $m=1$ 时，$D(1,n)$，$C(n+1,n)$，此时 $OC>OD>CD$，不可能为等腰三角形；

当 $m\neq1$ 时，则 $m+n>m$，$mn>n$，则 C 点必在 $x=m$，$y=n$ 相交线的右上角区域，

此时 $OC>OD$，$OC>CD$，若$\triangle OCD$ 为等腰三角形，只可能 $OD=CD$.

如图，过 C 作 $CN\perp$直线 $y=n$ 于 N，过 D 作 $DM\perp x$ 轴于 M，

在 $Rt\triangle ODM$ 和 $Rt\triangle CDN$ 中，$DM=DN=n$，若 $OD=CD$，则 $Rt\triangle ODM\cong Rt\triangle CDN$，

$\therefore DM=CN$ 即 $m=mn-n$，此式可化为$(m-1)(n-1)=1$，

$\because m,n$ 为正整数，$\therefore$ $m=2$，$n=2$，即 $D(2,2)$，$C(4,4)$.

此时 O、C、D 三点共线，$\triangle OCD$ 不存在.

综上所述，$\triangle OCD$ 不可能为等腰三角形.　　　……6 分