

北京十二中 2023-2024 学年第一学期高一年级 12 月月考试题

数 学 2023.12



一、选择题（每题 5 分）

1. 设集合 $A = \{x \in N | x \geq 1\}$, $B = \{x | -1 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1\}$ B. $\{x | x \geq 1\}$ C. $\{x | -1 < x < 1\}$ D. $\{x | 1 \leq x < 2\}$

2. 函数 $f(x) = \sqrt{\frac{3x+6}{1-x}}$ 的定义域为

- A. $[-2, 1)$ B. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$ C. $[-2, 1]$ D. $(-\infty, -2] \cup (1, +\infty)$

3. 若 θ 满足 $\sin \theta < 0, \tan \theta > 0$, 则 θ 的终边在

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 已知 p : 角 α 的终边过点 $P(1, 2)$, $q: \sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 则 p 是 q 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度后, 再向上平移 4 个单位长度, 所得函数图象与曲线 $y = 4^x$ 关于 y 轴对称, 则 $f(-2) =$

- A. -4 B. -2 C. 0 D. 4

6. 函数 $f(x) = ax^2 - (2a-1)x + 3$ 在区间 $[0, 1]$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是

- A. $\left(0, \frac{1}{2}\right]$ B. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ C. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$

7. 今年 8 月 24 日, 日本不顾国际社会的强烈反对, 将福岛第一核电站核污染废水排入大海, 对海洋生态造成不可估量的破坏. 据有关研究, 福岛核污水中的放射性元素有 21 种半衰期在 10 年以上; 有 8 种半衰期在 1 万年以上. 已知某种放射性元素在有机体体液内浓度 c (Bq/L)

与时间 t (年) 近似满足关系式 $c = k \cdot a^t$ (k, a 为大于 0 的常数且 $a \neq 1$). 若 $c = \frac{1}{6}$ 时, $t = 10$; 若

$c = \frac{1}{12}$ 时, $t = 20$. 则据此估计, 这种有机体体液内该放射性元素浓度 c 为 $\frac{1}{120}$ 时, 大约需要

(参考数据: $\log_2 3 \approx 1.58, \log_2 5 \approx 2.32$)

- A. 43年 B. 53年 C. 73年 D. 120年

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x+1|, & -7 \leq x \leq 0 \\ \ln x, & e^{-2} \leq x < e \end{cases}$, $g(x) = x^2 - 2x$, 设 a 为实数, 若存在实数 m , 使

$f(m) - 2g(a) = 0$, 则实数 a 的取值范围为

- A. $[-1, +\infty)$ B. $[-1, 3]$ C. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ D. $(-\infty, 3]$

二、填空题 (每题 5 分)

9. $3^0 + 8^{\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\lg 6 - \lg\left(\frac{3}{5}\right) + \ln e^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 将 $-\frac{5\pi}{12}$ rad 转化为角度为 $\underline{\hspace{2cm}}$, $\sin \frac{25\pi}{3} + \tan\left(-\frac{15\pi}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知 $\tan \theta = 2$, 则 $\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$.

(1) 若 $a = -1$, 则求 $f(x)$ 在 $[1, 4]$ 上的最小值 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(1, 4)$ 上存在最小值, 则给出一个 a 的可能值 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知函数 $f(x) = x^2 - |x + a|$, 下列命题中:

① $\forall a \in \mathbf{R}, f(x)$ 都不是 \mathbf{R} 上的单调函数;

② $\exists a \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上偶函数;

③ 若 $f(x)$ 的最小值是 $-\frac{5}{4}$, 则 $a = -1$;

④ $\exists a < 0$, 使得 $f(x)$ 有三个零点.

则所有正确的命题的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

班级_____ 姓名_____ 分数_____

一、选择题（每题 5 分）

1	2	3	4	5	6	7	8

二、填空题（每题 5 分）

9. _____, _____.

10. _____, _____.

11. _____.

12. _____, _____.

13. _____.

三、解答题

14. (15 分) 已知关于 x 的不等式 $ax^2 - (a+1)x + b < 0$.

(1) 若 $a = 1$, $b = -3$, 求此不等式的解集;

(2) 若不等式的解集是 $\{x | 1 < x < 5\}$, 求 $a + b$ 的值;

(3) 若 $a > 0$, $b = 1$, 求此不等式的解集.

15. (20分) 已知函数 $f(x) = 1 - \frac{a-1}{a^x+1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数.

- (1) 利用单调性的定义证明: 函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增;
- (2) 若关于 x 的不等式 $f(mx^2-1) + f(2-mx) > 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围;
- (3) 若函数 $g(x) = kf(x) - 3^x$ 有且仅有两个零点, 求实数 k 的取值范围.