

陈经纶中学 2023-2024 第一学期 初三数学 期中检测

时间： 90 分钟 满分： 100 分

班级： _____ 姓名： _____ 学号： _____

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。

1. 二次函数 $y=(x+1)^2-2$ 的最小值是 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

2. 我国传统文化中的“福祿寿喜”图（如图）是由四个图案构成，这四个图案中，是中心对称图形的是 ()



3. 方程 $x^2+5x-7=0$ 的根的情况是 ()

- A. 没有实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有两个不相等的实数根 D. 有一个实数根

4. 将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象向下平移 3 个单位长度，则平移后抛物线的解析式为 ()

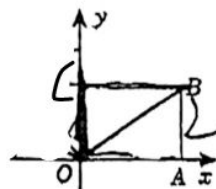
- A. $y=\frac{1}{2}x^2-3$ B. $y=\frac{1}{2}x^2+3$ C. $y=-\frac{1}{2}x^2-3$ D. $y=-\frac{1}{2}x^2+3$

5. 用配方法解一元二次方程 $x^2-8x+2=0$ ，此方程可化为的正确形式是 ()

- A. $(x-4)^2=14$ B. $(x-4)^2=18$ C. $(x+4)^2=14$ D. $(x+4)^2=18$ /

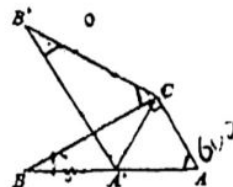
6. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，四边形 $OABC$ 是矩形，点 $A(3,0)$ ， $C(0,2)$ ，将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° ，则旋转后点 B 的对应点坐标为 ()

- A. $(-2,3)$ B. $(-2,0)$
C. $(0,3)$ D. $(2,3)$



7. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 α 角 ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 至 $\triangle A'B'C$ ，使得点 A' 恰好落在 AB 边上，则 α 等于 ()

- A. 150° B. 90°
C. 30° D. 60°

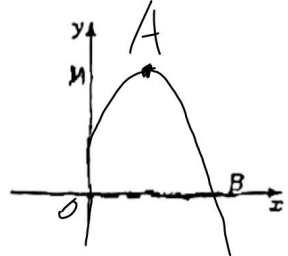


8. 某农业基地现有杂交水稻种植面积 36 公顷，计划两年后将杂交水稻种植面积增加到 48 公顷，设该农业基地杂交水稻种植面积的年平均增长率为 x ，则可列方程为 ()

- A. $48(1+x)^2=36$ B. $48(1-x)^2=36$
C. $36(1+x)^2=48$ D. $36(1-x)^2=48$

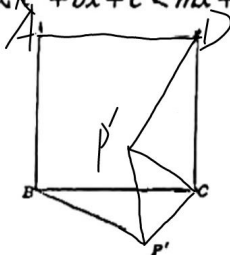
9. 某超市一种干果现在的售价是每袋 30 元，每星期可卖出 100 袋。经市场调研发现，如果在一定范围内调整价格，每涨价 1 元，每星期就少卖出 5 袋。已知这种干果的进价为每袋 20 元，设每袋涨价 x (元)，每星期的销售量为 y (袋)，每星期销售这种干果的利润为 z (元)。则 y 与 x 、 z 与 x 满足的函数关系分别是 ()
- A. 一次函数关系，一次函数关系 B. 一次函数关系，二次函数关系
C. 二次函数关系，二次函数关系 D. 二次函数关系，一次函数关系

10. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $A(2, m)$ ，且经过点 $B(5, 0)$ ，其部分图象如图所示。对于此抛物线有如下四个结论：① $ac < 0$ ；② $a-b+c > 0$ ；③ $m+9a=0$ ；④若此抛物线经过点 $C(t, n)$ ，则 $t+4$ 一定是方程 $ax^2+bx+c=n$ 的一个根。其中所有正确结论的序号是 ()
- A. ①② B. ①③
C. ③④ D. ①④

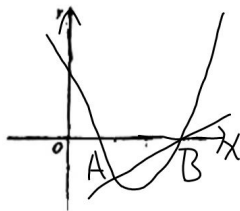


二、填空题：本大题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分。

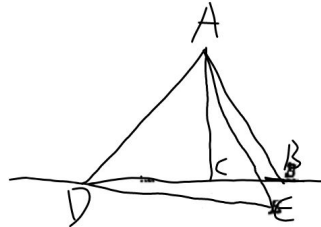
11. 在平面直角坐标系中，点 $(3, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是_____。
12. 已知 $x=2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx-5=0$ 的一个根，则 b 的值是_____。
13. 写出一个开口向下，顶点在 x 轴上的二次函数的表达式_____。
14. 如图， P 是正方形 $ABCD$ 内一点，将 $\triangle PCD$ 绕点 C 逆时针方向旋转后与 $\triangle P'CB$ 重合，若 $PC=2$ ，则 $PP' =$ _____。
15. 如图，直线 $y=mx+n$ 与抛物线 $y=x^2+bx+c$ 交于 A, B 两点，其中点 $A(2, -3)$ ，点 $B(5, 0)$ ，则不等式 $x^2+bx+c < mx+n$ 的解集为_____。



第 14 题图



第 15 题图



第 18 题图

16. 已知关于 x 的方程 $(m-1)x^2-2x+1=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是_____。
17. 飞机着陆后滑行的距离 s (单位：m) 与滑行的时间 t (单位：s) 的函数解析式是 $s=60t-1.5t^2$ ，那么飞机着陆后滑行_____秒才能停下来。
18. 如图，已知 $Rt\triangle ACB$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $AC=4\sqrt{3}$ ，点 D 在 CB 所在直线上运动，以 AD 为边作等边三角形 ADE ，则 $CB =$ _____。在点 D 运动过程中， CE 的最小值_____。

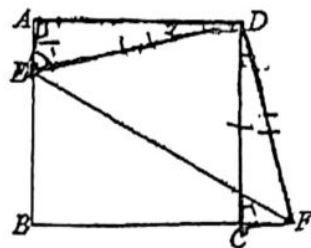
三、解答题：共 54 分，第 19-24 题，每题 5 分，第 25-28 题，每题 6 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

19. 解方程： $\frac{1}{2}x^2-3x-5=0$ 。

20. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AB 上, 将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F , 若点 F 恰好落在边 BC 的延长线上, 连接 DE, DF, EF .

(1) 判断 $\triangle DEF$ 的形状, 并说明理由;

(2) 若 $EF = 4\sqrt{2}$, 则 $\triangle DEF$ 的面积为_____.



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + m^2 = 0$.

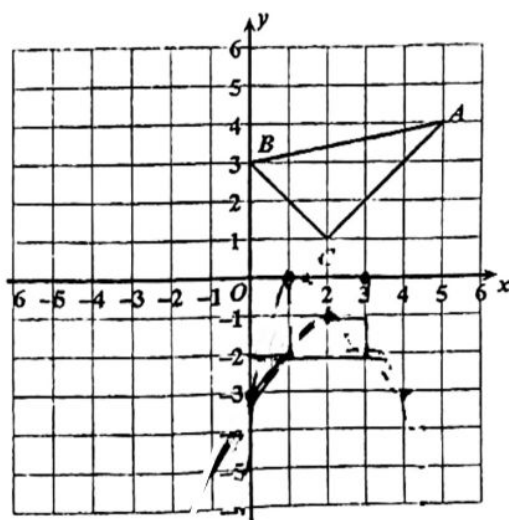
(1) 求证: 不论 m 为何值, 该方程总有两个实数根;

(2) 若 $x=1$ 是该方程的一个实数根, 求代数式 $(m-2)^2 + 3$ 的值.

22. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(5, 4), B(0, 3), C(2, 1)$.

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于原点中心对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 C_1 的坐标: _____;

(2) 画出将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 C_1 按顺时针方向旋转 90° 所得的 $\triangle A_2B_2C_1$.



23. 已知: 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 中的 x 和 y 满足下表:

x	...	0	1	2	3	4	5	...
y	...	3	0	-1	0	m	8	...

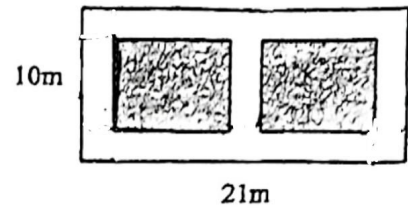


(1) m 的值为_____;

(2) 求出这个二次函数的解析式;

(3) 当 $-1 < x < 3$ 时, 则 y 的取值范围为_____.

24. 如图，有一块长为 21m，宽为 10m 的矩形空地，计划在其中修建两块相同的矩形绿地，两块绿地之间及周边留有宽度相等的人行通道，且人行通道的宽度不能超过 3 米，
- (1) 如果两块绿地的面积之和为 90m^2 ，求人行通道的宽度；
- (2) 能否设计人行通道的宽度，使得每块绿地的宽与长之比等于 $3:5$ ，请说明理由。

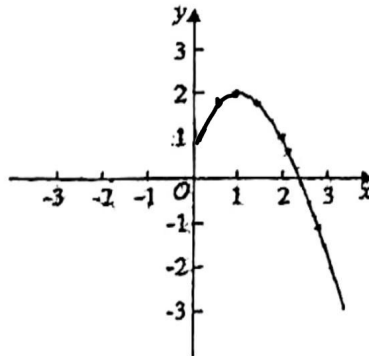


25. 下面给出六个函数解析式：

$$y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = \sqrt{3}x^2 + 1, \quad y = -x^2 - \frac{1}{2}|x|, \quad y = 2x^2 - 3|x| - 1, \quad y = -x^2 + 2|x| + 1,$$

$$y = -3x^2 - |x| - 4.$$

小明根据学习二次函数的经验，分析了上面这些函数解析式的特点，研究了它们的图象和性质。下面是小明的分析和研究过程，请补充完整：



- (1) 观察上面这些函数解析式，它们都具有共同的特点，可以表示为形如： $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，其中 x 为自变量；
- (2) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，画出了函数 $y = -x^2 + 2|x| + 1$ 的部分图象，用描点法将这个函数的图象补充完整；
- (3) 对于上面这些函数，下列四个结论：
- ① 函数图象关于 y 轴对称
 - ② 有些函数既有最大值，同时也有最小值
 - ③ 存在某个函数，当 $x > m$ (m 为正数) 时， y 随 x 的增大而增大，当 $x < -m$ 时， y 随 x 的增大而减小
 - ④ 函数图象与 x 轴公共点的个数只可能是 0 个或 2 个或 4 个
- 所有正确结论的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (4) 结合函数图象，解决问题：
- 若关于 x 的方程 $-x^2 + 2|x| + 1 = -x + k$ 有一个实数根为 3，则该方程其它的实数根为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y = -x^2 + (2a-2)x - a^2 + 2a$ 上, 其中 $x_1 < x_2$.

(1) 求抛物线的对称轴 (用含 a 的式子表示);

(2) ①当 $x = a$ 时, 求 y 的值;

②若 $y_1 = y_2 = 0$, 求 x_1 的值 (用含 a 的式子表示);

(3) 若对于 $x_1 + x_2 < -4$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 a 的取值范围.

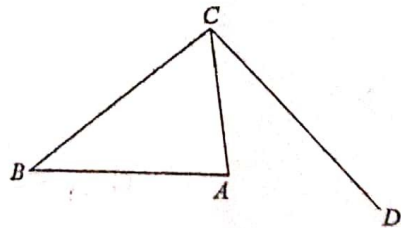
27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \alpha$ ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$), 将 BC 边绕点 C 逆时针旋转 $(180^\circ - \alpha)$ 得到线段 CD .

(1) 判断 $\angle B$ 与 $\angle ACD$ 的数量关系并证明;

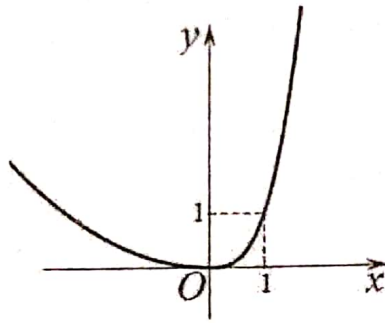
(2) 将 AC 边绕点 C 顺时针旋转 α 得到线段 CE , 连接 DE 与 AC 边交于点 M (不与点 A, C 重合).

①用等式表示线段 DM, EM 之间的数量关系, 并证明.

②若 $AB = a, AC = b$, 直接写出 AM 的长. (用含 a, b 的式子表示)



28. 对于某一函数给出如下定义：若存在实数 p ，当其自变量的值为 p 时，其函数值等于 p ，则称 p 为这个函数的不变值。在函数存在不变值时，该函数的最大不变值与最小不变值之差 q 称为这个函数的不变长度。特别地，当函数只有一个不变值时，其不变长度 q 为零。例如，下图中的函数有 0, 1 两个不变值，其不变长度 q 等于 1。



(1) 函数① $y = 2x$ ，② $y = x^2 + 1$ ，③ $y = x^2 - 2x$ 中存在不变值的是_____ (填序号)；

(2) 函数 $y = 2x^2 - bx$ 。

①若其不变长度为 0，则 b 的值为_____；

②若 $1 \leq b \leq 3$ ，求其不变长度 q 的取值范围；

(3) 记函数 $y = x^2 - 2x (x \geq m)$ 的图象为 G_1 ，将 G_1 沿 $x=m$ 翻折后得到的函数图象记为 G_2 。函数 G

的图象由 G_1 和 G_2 两部分组成，若其不变长度 q 满足 $0 \leq q \leq 3$ ，则 m 的取值范围为_____。

