北京市西城区 2019 年九年级模拟测试

数学试卷答案及评分参考

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	B	C	A	D	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \neq -5$．　　10. 12．　　11. $\begin{cases} x+3y=23, \\ 2x+5y=41. \end{cases}$　　12. 答案不唯一，如：$y=-x+3$．

13. 100．　　14. $2\sqrt{3}$．　　15. 0.1，10．　　16. $\dfrac{22}{7}$．

三、解答题（本题共 68 分，第 17－22 题，每小题 5 分，第 23－26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17. 解：原式 $=5-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+3\sqrt{2}+4$ ………………………………………4 分

$=9+2\sqrt{2}$． ………………………………………5 分

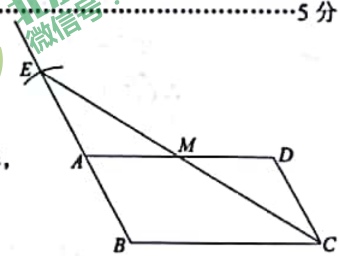
18. 解：两边同乘 $x(x+1)$，得 $x^2=x(x+1)+x+1$． ……………………2 分

整理得 $2x=-1$．

解得 $x=-\dfrac{1}{2}$． ………………………………………4 分

经检验，$x=-\dfrac{1}{2}$ 是原方程的解． ……………………………5 分

19. 解：（1）补全的图形如图所示； ………………2 分



（2）CD，

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，

平行四边形的对角线互相平分． ……5 分

20.（1）证明：依题意，得 $\Delta=[-(k+5)]^2-4(3k+6)$ ……………………1 分

$=k^2-2k+1$

$=(k-1)^2$．

$\because (k-1)^2 \geq 0$，

$\therefore$ 此方程总有两个实数根． ……………………………2 分

（2）解：解方程得 $x=\dfrac{(k+5)\pm\sqrt{(k-1)^2}}{2}$，

∴方程的两个根为 $x_1=k+2$，$x_2=3$．…………………………………………4 分

由题意可知，$-2<k+2<0$，即 $-4<k<-2$．

∵k 为整数，

∴ $k=-3$．…………………………………………………………………5 分

21．（1）证明：∵$AB=DC$，$AD=BC$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形．……………………………………1 分

∵$AD\perp CD$，

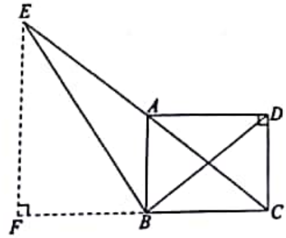
∴$\angle ADC=90°$．

∴四边形 $ABCD$ 是矩形．

∴$AC=BD$．…………………………………………………………………2 分

（2）解：过点 E 作 $EF\perp CB$ 交 CB 的延长线于点 F，如图，

则 $\angle EFB=90°$．



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle ABC=90°$．

∴$\angle ABC=\angle EFB$．

∴$EF\parallel AB$．

∴$\angle ABE=\angle FEB$．……………………3 分

∴$\tan\angle FEB=\tan\angle ABE=\dfrac{2}{3}$．

∴$\dfrac{FB}{EF}=\dfrac{2}{3}$．

设 $FB=2x$（$x>0$），则 $EF=3x$．

∵ $BE^2=EF^2+FB^2$，$BE=\sqrt{13}$，

∴ $(\sqrt{13})^2=(3x)^2+(2x)^2$，解得 $x=1$．

∴$FB=2$，$EF=3$．…………………………………………………………4 分

∵$BC=2$，

∴$FC=FB+BC=4$．

∴ $EC=\sqrt{EF^2+FC^2}=5$．…………………………………………………5 分

22．解：（1）①∵点 B（-2，-1）在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 上，

∴ $k=2$．……………………………………………………………………1 分

∵点 A（1，m）在双曲线 $y=\dfrac{2}{x}$ 上，

∴ $m=2$．

∵点 A 关于 x 轴的对称点为点 C，

∴点 C 的坐标为（1，-2）．……………………………………………2 分

②∵直线 l：$y=ax+b$ 经过点 A（1，2）和 B（−2，−1），

$\therefore\begin{cases}2=a+b,\\-1=-2a+b.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=1.\end{cases}$

∴直线 l 的表达式为 $y=x+1$． ……………………………………………………3 分

（2）$1-\sqrt{3}\le t\le 0$ 或 $2\le t\le 1+\sqrt{3}$． ……………………………………………5 分

23．（1）证明：∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ADB=90°$． ……………………………………………………………1 分

∵$AD\perp OC$ 于点 E，

∴$\angle AEC=90°$．

∴$\angle AEC=\angle ADB$．

∵CA 与⊙O 相切于点 A，

∴$CA\perp BA$． ……………………………………………………………2 分

∴$\angle CAB=90°$．

即 $\angle CAE+\angle DAB=90°$．

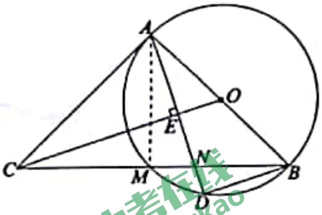
∵$\angle CAE+\angle ACE=90°$，

∴$\angle DAB=\angle ACE$．

∵$CA=BA$，

∴$\triangle ACE\cong\triangle BAD$． ………………………………………………………3 分

（2）解：连接 AM，如图．



∵$AD\perp OC$ 于点 E，$AD=4$，

∴$AE=ED=\frac{1}{2}AD=2$．

∵$\triangle ACE\cong\triangle BAD$，

∴$BD=AE=2$，$CE=AD=4$．

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$AB=\sqrt{AD^2+DB^2}=2\sqrt{5}$． ……………………………4 分

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2\sqrt{10}$．

∵$\angle CEN=\angle BDN=90°$，$\angle CNE=\angle BND$，

∴$\triangle CEN\backsim\triangle BDN$．

$\therefore\frac{CN}{BN}=\frac{CE}{BD}=2$．

$\therefore BN=\frac{1}{3}BC=\frac{2\sqrt{10}}{3}$． ……………………………………………………5 分

∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle AMB=90°$，即 $AM\perp CB$．

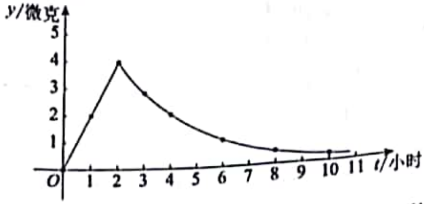
∵$CA=BA$，$\angle CAB=90°$，

$\therefore BM=\frac{1}{2}BC=\sqrt{10}$．

$\therefore MN=BM-BN=\frac{\sqrt{10}}{3}$． ……………………………………………………6 分

24．解：本题答案不唯一，如：

（1）图象如图所示：



……………………………………………………2 分

……………………………………………………5 分

（2）①1.41，7.75；……………………………………6 分

②4.25．……………………………………………………1 分

25．解：（1）①9；……………………………………2 分

②45；……………………………………………………4 分

（2）①$\frac{13}{30}\times 150=65$（人）．……………………

答：估计全年级女生实心球成绩达到优秀的人数约为 65 人．

②同意，理由答案不唯一，如：如果女生 E 的仰卧起坐成绩未达到优秀，那么只有 A，D，F 有可能两项测试成绩都达到优秀，这与恰有 4 人两项测试成绩都达到优秀矛盾，因此女生 E 的一分钟仰卧起坐成绩达到了优秀．……………………6 分

26．解：（1）$\because -\frac{b}{2a}=1$，……………………1 分

$\therefore b=-2a$．

$\therefore$抛物线为 $y=ax^2-2ax+a-2$．

当 $x=1$ 时，$y=a-2a+a-2=-2$，……………………2 分

$\therefore$抛物线的顶点为（1，-2）．

（2）若 $a>0$，抛物线与线段 AB 没有公共点；

若 $a<0$，当抛物线经过点 B（2，-3）时，它与线段 AB 恰有一个公共点，

此时 $-3=4a-4a+a-2$，解得 $a=-1$．

$\because$抛物线与线段 AB 没有公共点，……………………4 分

$\therefore$结合函数图象可知，$-1<a<0$ 或 $a>0$．……………………6 分

（3）$\begin{cases} m=-2, \\ n=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=2+\sqrt{7}, \\ n=5. \end{cases}$

27．（1）证明：$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AD=CD$，$\angle EAD=\angle BCD=\angle ADC=90°$．

$\therefore \angle EAD=\angle FCD=90°$．

$\because CF=AE$，

$\therefore \triangle AED\cong\triangle CFD$．……………………1 分

$\therefore \angle ADE=\angle CDF$．

$\therefore \angle EDF=\angle EDC+\angle CDF=\angle EDC+\angle ADE=\angle ADC=90°$．

$\therefore DE\perp DF$．……………………2 分

（2）证明：∵$\triangle AED \cong \triangle CFD$，

∴$DE=DF$．

∵$\angle EDF=90°$，

∴ $\angle DEF=\angle DFE=45°$．

∵$\angle ABC=90°$，BD 平分 $\angle ABC$，

∴$\angle DBF=45°$．

∵FH 平分 $\angle EFB$，

∴$\angle EFH=\angle BFH$．

∵ $\angle DHF=\angle DBF+\angle BFH=45°+\angle BFH$，

$\angle DFH=\angle DFE+\angle EFH=45°+\angle EFH$，

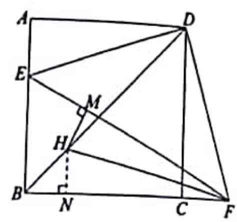
∴$\angle DHF=\angle DFH$．

∴$DH=DF$． ……………………………………………………4 分

（3）$EF=2AB-2HM$． ……………………………………………5 分

证明：过点 H 作 $HN\perp BC$ 于点 N，如图．

∵正方形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle BAD=90°$，



∴ $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{2}AB$．

∵FH 平分$\angle EFB$，$HM\perp EF$，$HN\perp BC$，

∴$HM=HN$．

∵$\angle HBN=45°$，$\angle HNB=90°$，

∴$BH=\dfrac{HN}{\sin 45°}=\sqrt{2}HN=\sqrt{2}HM$．

∴$DH=BD-BH=\sqrt{2}AB-\sqrt{2}HM$．

∵$EF=\dfrac{DF}{\cos 45°}=\sqrt{2}DF=\sqrt{2}DH$，

∴ $EF=2AB-2HM$． ……………………………………………7 分

28．解：（1）①5； ……………………………………………………1 分

②$a=b$； ……………………………………………………………2 分

（2）∵点 A（4，0），B（2，$2\sqrt{3}$），

∴$OA=4$，$OB=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$，$AB=\sqrt{(4-2)^2+(2\sqrt{3})^2}=4$．

∴$OA=OB=AB$．

∴$\triangle OAB$ 是等边三角形．

∴$\angle OAB=\angle OBA=60°$．

过点 C 作 $CD\perp OA$ 于点 D，$CH\perp OB$ 于点 H，如图，

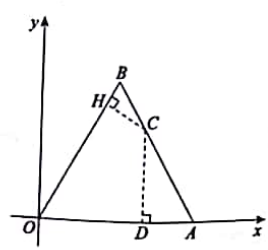
则$\angle CDA=\angle CHB=90°$．

∴$\triangle ACD\backsim\triangle BCH$．

∴$\dfrac{CD}{CH}=\dfrac{CA}{CB}$．

∵点 C 关于$\angle AOB$ 的“偏率”为 2，

∴$\dfrac{CD}{CH}=2$ 或 $\dfrac{CH}{CD}=2$．



当 $\frac{CD}{CH}=2$ 时，则 $\frac{CA}{CB}=2$.

$\therefore CA=\frac{2}{3}AB=\frac{8}{3}$.

$\therefore DA=CA\cdot\cos60^\circ=\frac{4}{3}$， $CD=CA\cdot\sin60^\circ=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore OD=OA-DA=\frac{8}{3}$.

∴点 C 的坐标为（$\frac{8}{3}$，$\frac{4\sqrt{3}}{3}$）.

同理可求，当 $\frac{CH}{CD}=2$ 时，点 C 的坐标为（$\frac{10}{3}$，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$）.

∴点 C 的坐标为（$\frac{8}{3}$，$\frac{4\sqrt{3}}{3}$）或（$\frac{10}{3}$，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$）. ……………………………5 分

（3）$1<t<\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 $t>2+4\sqrt{3}$. ………………………………………………………7 分