



2019-2020 学年第一学期初三年级数学 9 月统一测试

班级 _____ 分层班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

注意事项：1. 请将所有答案写在答题纸上，考试结束只需交答题纸；

2. 测试时间：80 分钟；试卷满分：100 分。

一、选择题（共 8 道小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 抛物线 $y=4(x-1)^2-3$ 的顶点坐标是

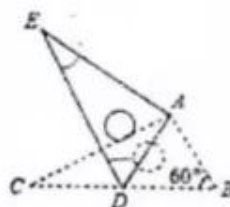
- A. (1, -3) B. (-1, 3) C. (-1, -3) D. (1, 3)

2. 点 $P(2, -1)$ 关于原点对称的点 P' 的坐标是

- A. (-2, -1) B. (-2, 1) C. (-1, 2) D. (1, -2)

3. 如图，将 $Rt\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针旋转一定角度得到 $Rt\triangle ADE$ ，点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上。若 $\angle C=30^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，则 CD 的长为

- A. 0.5 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1.5



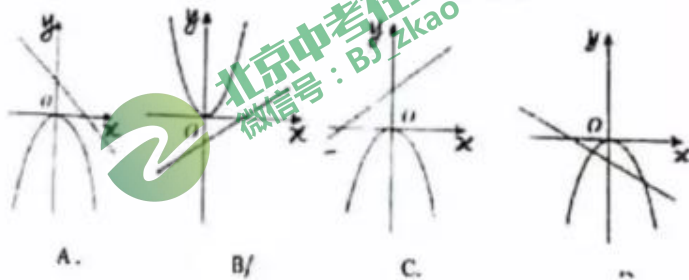
4. 某果园 2017 年西瓜产量为 100 吨，2019 年西瓜产量为 144 吨，则该果园西瓜产量的年平均增长率为多少？若设该果园西瓜产量的年平均增长率为 x ，则根据题意可列方程为

- A. $144(1-x)^2 = 100$ B. $100(1-x)^2 = 144$
C. $100(1+x)^2 = 144$ D. $144(1+x)^2 = 100$

5. 将抛物线 $y=(x+1)^2-2$ 向上平移 a 个单位后得到的抛物线恰好与 x 轴有一个交点，则 a 的值为

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

6. 在同一坐标系中表示 $y=ax^2$ 和 $y=ax+b$ ($a > 0$) 的图象的是





7. 下图是几种汽车轮毂的图案，图案绕中心旋转 90° 后能与原来的图案重合的是



8. 在平面直角坐标系 xOy 中，开口向下的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的一部分图象如图所示，它与 x 轴交于 $A(1, 0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, 3)$ ，则 a 的取值范围是

- A. $a < 0$ B. $a < -\frac{3}{2}$
 C. $-3 < a < 0$ D. $-\frac{9}{2} < a < -\frac{3}{2}$

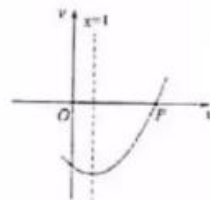


二、填空题 (共 8 道小题，每小题 3 分，共 24 分)

9. 请写出一个同时满足下列条件的抛物线的表达式_____

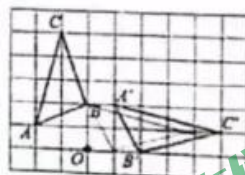
- ①开口向下； ②当 $x < 3$ 时， y 随 x 的增大而增大。

10. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$ ，点 P ，点 Q 是抛物线与 x 轴的两个交点，若点 P 的坐标为 $(3, 0)$ ，则点 Q 的坐标为_____



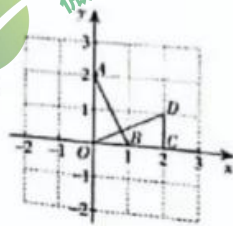
11. 抛物线 $y = -2x^2$ 先向右平移 5 个单位，再向下平移 5 个单位，所得抛物线的解析式是_____。

12. 在如图所示的方格纸(1 格长为 1 个单位长度)中， $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，将 $\triangle ABC$ 绕点 O 按顺时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C'$ ，使各顶点仍在格点上，则其旋转角的度数是_____。



13. 已知二次函数 $y = x^2 - x + \frac{1}{4}m - 1$ 的图象与 x 轴有公共点，则 m 的取值范围是_____。

14. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle AOB$ 可以看作是 $\triangle OCD$ 经过若干次图形的变化(平移、轴对称、旋转)得到的，写出由 $\triangle OCD$ 得到 $\triangle AOB$ 的过程：_____。





15. “互联网+”时代，网上购物备受消费者青睐。某网店专售一款休闲裤，其成本为每条40元，当售价为每条80元时，每月可销售100条。为了吸引更多顾客，该网店采取降价措施。据市场调查反映：销售单价每降1元，则每月可多销售5条。若设每条裤子降价 x 元（ x 为正整数），网店每月获得的利润为 y 元，则 y 与 x 的函数关系式为_____。

16. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ， y 与 x 的部分对应值如下表所示：

x	...	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	6	1	-2	-3	-2	m	...

下面有四个论断：

① 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点为 $(2, -3)$ ；

② $b^2 - 4ac = 0$ ；

③ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = -2$ 的解为 $x_1 = 1, x_2 = 3$ ；

④ $m = -3$ 。

其中，正确的有_____。

三、解答题（共8道题，第17、20题每题8分，18、21题每题5分，22-24题每题6分，共52分）

17. 选择适当方法解下列方程：

(1) $3(1+x)^2 = 15$

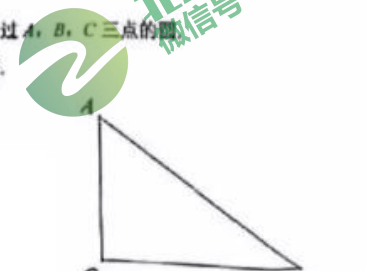
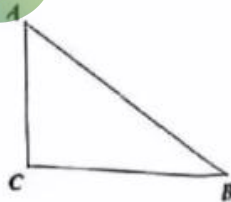
(2) $3x^2 - 4x - 2 = 0$

18. 数学课上，老师提出了这样一个问题：如图，已知 $\triangle ABC$ ， $\angle C = 90^\circ$ 。求作：过 A, B, C 三点的圆。

小芸是这样思考的：圆心确定一个圆的位置，半径确定一个圆的大小。要作同时经过几个定点的圆，就是要先找到一个点，使得这个点到这几个定点的距离都相等。这样既定了圆心，又定了半径，就能画出满足条件的圆了。

小智听了小芸的分析后，按照这个思路很快就画出了一个过 A, B, C 三点的圆。

请在答题纸上画出这个圆，并写出作图的两个主要依据。

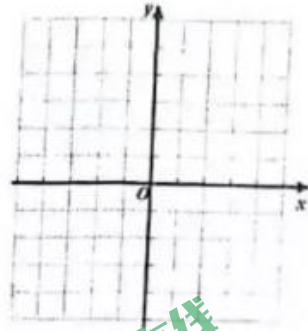




19. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

- (1) 将 $y = x^2 - 2x - 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为 _____;
- (2) 此函数与 x 轴的交点坐标为 _____;
- (3) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出这个二次函数的图象(不用列表);
- (4) 直接写出当 $-2 < x < 3$ 时, y 的取值范围.

答: _____.



20. 如图是抛物线型拱桥, 当拱顶离水面 8m 时, 水面宽 AB 为 12m. 当水面上升 6m 时达到警戒水位, 此时拱桥内的水面宽度是多少 m?

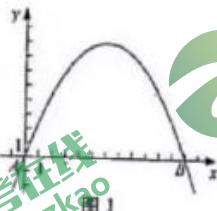
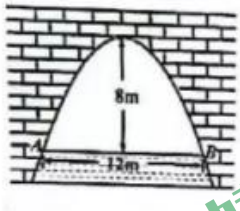


图 1

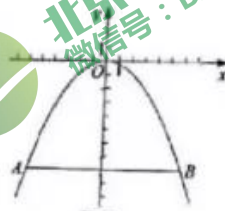


图 2

下面给出了解决这个问题的两种方法, 请补充完整:

方法一: 如图 1, 以点 O 为原点, AB 所在直线为 x 轴, 建立平面直角坐标系 xOy ,

此时点 B 的坐标为 _____, 抛物线的顶点坐标为 _____,

可求这条抛物线所表示的二次函数解析式为 _____.

当 $y=6$ 时, 求出此时自变量 x 的取值, 即可解决这个问题.

方法二: 如图 2, 以抛物线顶点为原点, 对称轴为 y 轴, 建立平面直角坐标系 xOy ,

这时这条抛物线所表示的二次函数的解析式为 _____.

当水面达到警戒水位, 即 $y=$ _____ 时, 求出此时自变量 x 的取值为 _____, 可得水面宽为 _____ m.

21. 可以用如下方法估计方程 $x^2 + 2x - 10 = 0$ 的解:

当 $x=2$ 时, $x^2 + 2x - 10 = -2 < 0$,

当 $x=3$ 时, $x^2 + 2x - 10 = 5 > 0$,

所以方程有一个根在 2 和 3 之间.

- (1) 参考上面的方法, 找到方程 $x^2 + 2x - 10 = 0$ 的另一个根在哪两个连续整数之间;
- (2) 若方程 $x^2 + 2x + c = 0$ 在 $0 < x < 1$ 的范围内有一个解, 求 c 的取值范围.



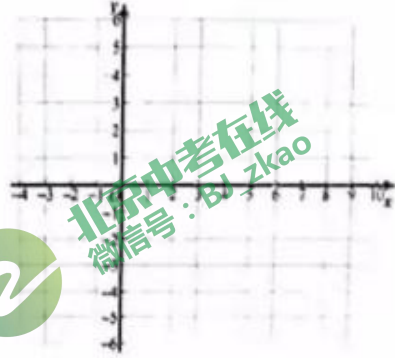
22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + 4x + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(3, -4)$ 和 $B(0, 2)$.

(1) 求抛物线的表达式和顶点坐标;

(2) 将抛物线在 A, B 之间的部分记为图象 M (含 A, B 两点), 将图象 M 沿直线 $x = 3$ 翻折,

得到图象 N . 若过点 $C(9, 4)$ 的直线 $y = kx + b$ 与图象 M 、图象 N 都相交, 且只有两个交点,

求 b 的取值范围.



23. 如图 1, 在等边 $\triangle ABC$ 中, CD 为中线, 点 Q 在线段 CD 上运动, 将线段 QA 绕点 Q 顺时针旋转, 使得点 A 的对应点 E 落在射线 BC 上, 连接 BQ , 设 $\angle DAQ = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$ 且 $\alpha \neq 30^\circ$).

(1) 当 $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ 时,

① 在图 1 中依题意画出图形, 并求 $\angle BQE$ (用含 α 的式子表示);

② 探究线段 CE, AC, CQ 之间的数量关系, 并加以证明;

(2) 当 $30^\circ < \alpha < 60^\circ$ 时, 直接写出线段 CE, AC, CQ 之间的数量关系.

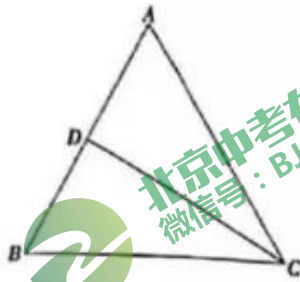
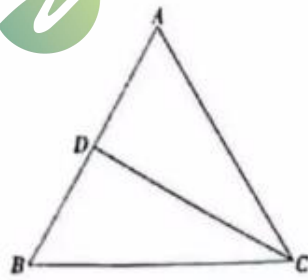


图 1



备用图



24. 给出如下规定：两个图形 G_1 和 G_2 ，点 P 为 G_1 上任一点，点 Q 为 G_2 上任一点，如果线段 PQ 的长度存在最小值，就称该最小值为两个图形 G_1 和 G_2 之间的距离。

在平面直角坐标系 xOy 中， O 为坐标原点。

(1) 点 A 的坐标为 $A(1,0)$ ，则点 $B(2,3)$ 和射线 OA 之间的距离为_____，点 $C(-3,4)$ 和射线 OA 之间的距离为_____；

(2) 如果直线 $y=x$ 和双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 之间的距离为 2，那么 $k=_____$ ；（可在图 1 中进行研究）

(3) 点 E 的坐标为 $(1,1)$ ，将射线 OE 绕原点 O 逆时针旋转 90° ，得到射线 OF ，在坐标平面内所有和射线 OE ， OF 之间的距离相等的点所组成的图形记为图形 M 。

① 请在图 2 中画出图形 M ，并描述图形 M 的组成部分；（若涉及平面中某个区域时可以用阴影表示）

② 将射线 OE ， OF 组成的图形记为图形 W ，抛物线 $y = x^2 - 2$ 与图形 M 的公共部分记为图形 N ，请直接写出图形 W 和图形 N 之间的距离。

