



学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 考号 _____

考
生
须
知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

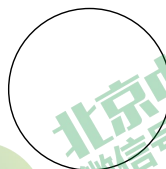
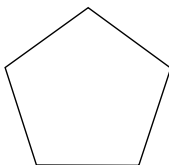
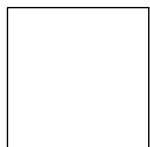
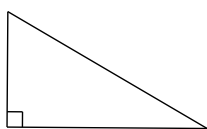
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 根据国际疫情形势以及传染病防控的经验，疫苗接种是当前有力的防控手段，截至 4 月 19 日 15 时，北京市累计接种新冠疫苗人数突破 13 000 000 人. 将 13 000 000 用科学记数法表示应为

- (A) 1.3×10^6 (B) 1.3×10^7 (C) 13×10^7 (D) 0.13×10^8

2. 下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是



(A)

(B)

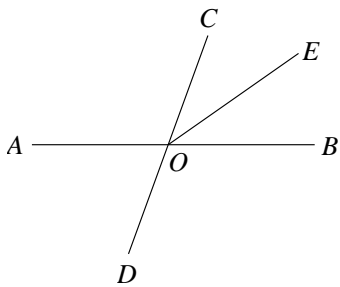
(C)

(D)

3. 方程组 $\begin{cases} x - y = 5, \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ 的解为

- (A) $\begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 2, \\ y = -3. \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = -3, \\ y = 2. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = -3, \\ y = -2. \end{cases}$

4. 如图，直线 AB ， CD 交于点 O 。射线 OE 平分 $\angle BOC$ ，若 $\angle AOD = 70^\circ$ ，则 $\angle AOE$ 等于



- (A) 35° (B) 110° (C) 135° (D) 145°

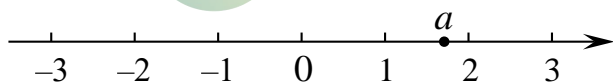
5. 一个不透明的盒子中装有 3 个红球，2 个黄球和 1 个绿球，这些球除了颜色外无其他差别，从中随机摸出一个小球，恰好是红球的概率是

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

6. 如果 $a - b = \sqrt{2}$ ，那么代数式 $(\frac{a^2}{b} - b) \cdot \frac{2b}{a+b}$ 的值为

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$

7. 实数 a 在数轴上的对应位置如图所示. 若实数 b 满足 $-a + b > 0$ ，则 b 的值可以是



- (A) -3 (B) 0 (C) 1 (D) 2

8. 根据国家统计局 2016-2020 年中国普通本专科、中等职业教育及普通高中招生人数的相关数据，绘制统计图如下：



下面有四个推断：

- ① 2016-2020 年，普通本专科招生人数逐年增多；
- ② 2020 年普通高中招生人数比 2019 年增加约 4%；
- ③ 2016-2020 年，中等职业教育招生人数逐年减少；

④ 2019 年普通高中招生人数约是中等职业教育招生人数的 1.4 倍.

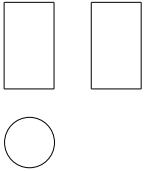
所有合理推断的序号是

- (A) ①④ (B) ②③ (C) ①②④ (D) ①②③④



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 右图是某几何体的三视图, 该几何体是_____.

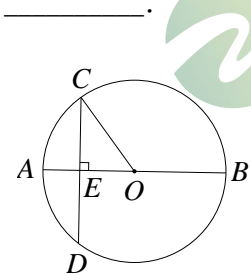


10. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

11. 已知 $a < b$, 且实数 c 满足 $ac > bc$, 请你写出一个符合题意的实数 c 的值_____.

12. 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 则这个多边形的边数为_____.

13. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为点 E , 连结 OC , 若 $OC = 5$, $AE = 2$, 则 $CD =$



14. 2021 年 3 月 12 日是我国第 43 个植树节, 植树造林对于调节气候、涵养水源、减轻大气污染具有重要意义. 区林业部门要考察一种幼树在一定条件下的移植成活率, 下表是这种幼树移植过程中的一组统计数据:

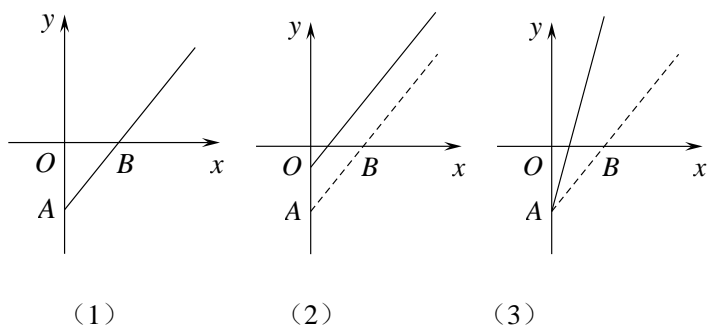
幼树移植数 (棵)	100	2500	4000	8000	20000	30000
幼树移植成活数 (棵)	87	2215	3520	7056	17580	26430
幼树移植成活的频率	0.870	0.886	0.880	0.882	0.879	0.881

估计该种幼树在此条件下移植成活的概率是_____. (结果精确到 0.01)

15. 设函数 $y_1 = \frac{k}{x}$, $y_2 = \frac{-k}{x}$ ($k > 0$), 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, 函数 y_1 的最大值为 a , 函数 y_2 的最小值为 $a-4$, 则 $a =$

_____.

16. 某产品的盈利额 (即产品的销售价格与固定成本之差) 记为 y , 购买人数记为 x , 其函数图象如图 (1) 所示. 由于目前该产品盈利未达到预期, 相关人员提出了两种调整方案, 图 (2), 图 (3) 中的实线分别为调整后 y 与 x 的函数图象.



给出下列四种说法：

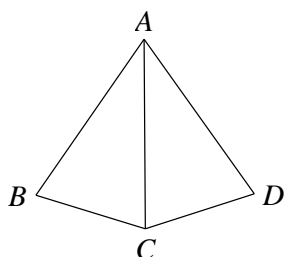
- ① 图 (2) 对应的方案是：提高销售价格，并提高成本；
- ② 图 (2) 对应的方案是：保持销售价格不变，并降低成本；
- ③ 图 (3) 对应的方案是：提高销售价格，并降低成本；
- ④ 图 (3) 对应的方案是：提高销售价格，并保持成本不变；

其中正确的说法是_____。

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $(\frac{1}{3})^{-1} - 2\sin 60^\circ + |-\sqrt{3}| - (\pi - 2021)^0$ 。

18. 如图， $AB = AD$ ， $\angle BAC = \angle DAC$ ， $\angle D = 70^\circ$ ，求 $\angle B$ 的度数。



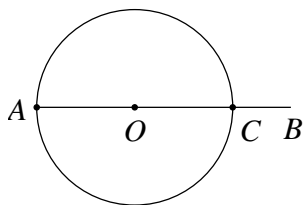
19. 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x - 3 > 2(x - 3), \\ \frac{3x - 2}{2} \leq x. \end{cases}$$

20. 已知：射线 AB .

求作： $\triangle ACD$ ，使得点 C 在射线 AB 上，

$$\angle D = 90^\circ, \angle A = 30^\circ.$$

作法：如图，



①在射线 AB 上取一点 O ，以 O 为圆心， OA 长为半径作圆，与射线 AB 相交于点 C ；②以 C 为圆心， OC 为半径作弧，在射线 AB 上方交 $\odot O$ 于点 D ；

③连接 AD ， CD .

则 $\triangle ACD$ 即为所求的三角形.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.

证明：连接 OD .

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ADC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$

$\because OD = OC = CD$ ，

$\therefore \triangle OCD$ 等边三角形.

$$\therefore \angle DOC = 60^\circ.$$

\because 点 A ， D 都在 $\odot O$ 上，

$$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2} \angle DOC. \quad (\underline{\hspace{2cm}}) \quad (\text{填推理的依据})$$

$$\therefore \angle DAC = 30^\circ.$$

$\triangle ACD$ 即为所求的三角形.

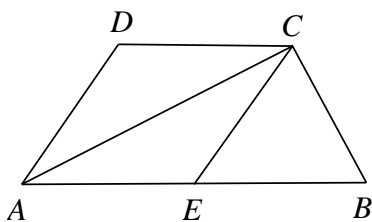
21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m+2)x + 2m = 0$.

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若该方程有一个根大于 3，求 m 的取值范围.



22. 如图，已知 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， E 是 AB 的中点，连接 CE ，分别过点 A ， C 作 CE 和 AB 的平行线相交于点 D 。



- (1) 求证：四边形 $ADCE$ 是菱形；
- (2) 若 $AB=4$ ， $\angle DAE = 60^\circ$ ，求 $\triangle ACB$ 的面积。

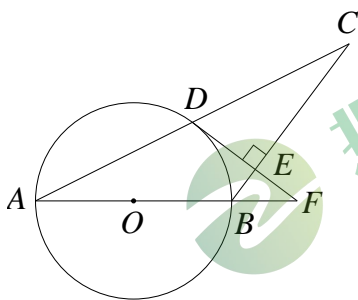


北京中考
微信号：BJ_zkao

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = x$ 的图象平移得到，且经过点 $(0, -1)$ 。

- (1) 求这个一次函数的表达式；
- (2) 当 $x > 1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = -x + m$ 的值小于一次函数 $y = kx + b$ 的值，直接写出 m 的取值范围。

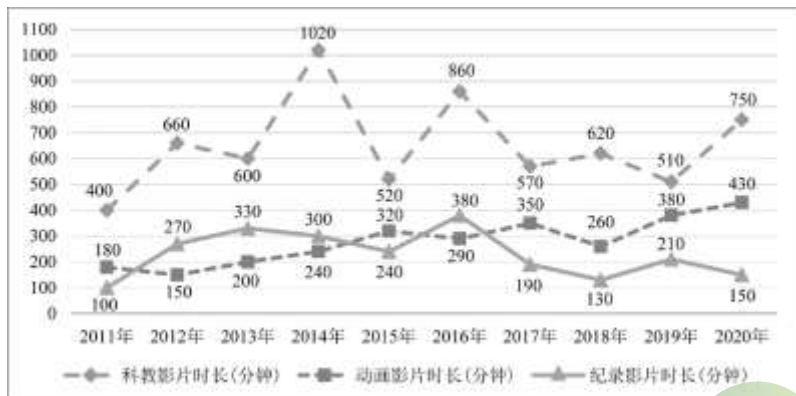
24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ，以 AB 为直径作 $\odot O$ ，交 AC 于点 D ，过点 D 作 BC 的垂线，垂足为点 E ，与 AB 的延长线交于点 F 。



- (1) 求证： DF 为 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $\odot O$ 的直径为5， $\tan C = \frac{1}{2}$ ，求 EF 的长。

25. 以下是某电影制片厂从 2011 年至 2020 年生产的科教影片、动画影片、纪录影片时长的信息.

a. 三部影片时长的统计图.



b. 三部影片时长的平均数如下:

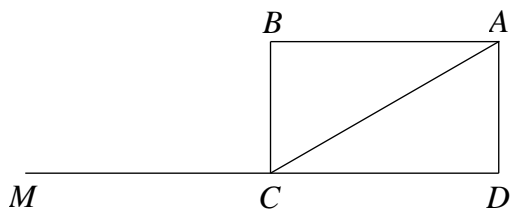
根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 从 2011 年至 2020 年中, 生产的科教影片时长的中位数是_____.
- (2) 从 2011 年至 2020 年中, 纪录影片时长超过动画影片时长的差于_____年达到最大;
- (3) 将 2011 年至 2020 年生产的科教影片、动画影片、纪录影片时长的方差分别记为 s_1^2 , s_2^2 , s_3^2 , 比较 s_1^2 , s_2^2 , s_3^2 的大小.

26. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$ 经过点 $A(3, 3)$. 点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 为抛物线上两个不同的点, 且满足 $x_1 < x_2$, $x_1 + x_2 = 2$.

- (1) 用含 a 的代数式表示 b ;
- (2) 当 $y_1 = y_2$ 时, 求抛物线的对称轴及 a 的值;
- (3) 当 $y_1 < y_2$ 时, 求 a 的取值范围.

27. 如图，已知 AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线， $\angle BAC = 30^\circ$ ，点 M 是 DC 延长线上一点， $\angle BAC$ 的平分线与 $\angle BCM$ 的平分线交于点 E ，将线段 CA 绕点 C 逆时针旋转，得到线段 CF ，使点 F 在射线 CB 上，连接 EF 。
- (1) 依题意补全图形；
 - (2) 求 $\angle AEC$ 的度数；
 - (3) 用等式表示线段 AE ， CE ， EF 之间的数量关系，并证明。



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 P 和点 P_1 关于 y 轴对称, 点 P_1 和点 P_2 关于直线 l 对称, 则称点 P_2 是点 P 关于 y 轴, 直线 l 的完美点.

(1) 如图 1, 点 $A(-2, 0)$.

①若点 B 是点 A 关于 y 轴, 直线 $l_1: x = 4$ 的完美点, 则点 B 的坐标为_____;

②若点 $C(5, 0)$ 是点 A 关于关于 y 轴, 直线 $l_2: x = a$ 的完美点, 则 a 的值为_____;

(2) 如图 2, $\odot O$ 的半径为 1. 若 $\odot O$ 上存在点 M , 使得点 M' 是点 M 关于 y 轴, 直线 $l_3: x = b$ 的完美点, 且点 M' 在函数 $y = 2x (x > 0)$ 的图象上, 求 b 的取值范围;

(3) $E(t, 0)$ 是 x 轴上的动点, $\odot E$ 的半径为 2, 若 $\odot E$ 上存在点 N , 使得点 N'

是点 N 关于 y 轴, 直线 $l_4: y = \sqrt{3}x + 2$ 的完美点, 且点 N' 在 y 轴上, 直接写出 t 的取值范围.

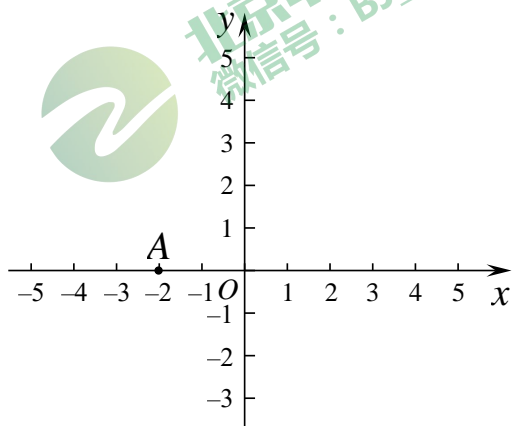


图 1

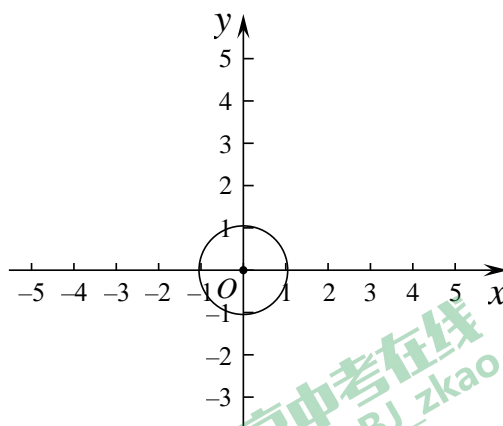


图 2





参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	B	D	A	B	D	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 圆柱

10. $x \geq 3$

11. 任意一个负数即可

12. 6

13. 8

14. 0.88

15. 2

16. ②④（写对一个给 1 分）

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 解：原式 = $(\frac{1}{3})^{-1} - 2\sin 60^\circ + |-\sqrt{3}| - (\pi - 2021)^0$
 $= 3 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 \dots\dots\dots 4$ 分
 $= 2 \dots\dots\dots 5$ 分

18. 证明：在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中，

$$\begin{cases} AB = AD, \\ \angle BAC = \angle DAC, \\ AC = AC. \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC \dots\dots\dots 3$ 分

$\therefore \angle B = \angle D \dots\dots\dots 4$ 分

$\because \angle D = 70^\circ,$

$\therefore \angle B = 70^\circ \dots\dots\dots 5$ 分

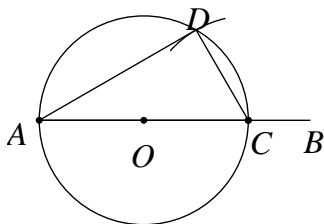
19.解:原不等式组为
$$\begin{cases} 5x-3 > 2(x-3) & \text{①} \\ \frac{3x-2}{2} \leq x & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得 $x > -1$ 2分

解不等式②, 得 $x \leq 2$ 4分

\therefore 原不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$ 5分

20.解: (1) 补全的图形如图所示:2分



(2) 90;3分

一条弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半.....5分

21. (1) 证明: $\because \Delta = b^2 - 4ac$ 1分 $= (m+2)^2 - 4 \times 2m$

$= (m-2)^2,$

\therefore 无论 m 取何值时, $(m-2)^2 \geq 0,$

\therefore 原方程总有两个实数根.....2分

(2) \because 原方程可化为 $(x+2)(x+m) = 0,$

$\therefore x_1 = -2, x_2 = -m.$ (也可用求根公式求出两根).....4分

\because 该方程有一个根大于 3,

$\therefore -m > 3.$

$\therefore m < -3$ 5分

22. (1) 证明: $\because AD \parallel CE, CD \parallel AE,$

\therefore 四边形 $ADCE$ 是平行四边形.....1分

$\because \angle ACB = 90^\circ, E$ 是 AB 的中点,

$\therefore CE = AE$ 2分

\therefore 四边形 $ADCE$ 是菱形.....3分

(2) 解: $\because AB=4, AE = CE = EB,$

$\therefore CE = AE = 2.$



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



∵ 四边形 $ADCE$ 是菱形, $\angle DAE = 60^\circ$,

∴ $\angle CAE = 30^\circ$.

∵ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAE = 30^\circ$, $AB=4$,

$$\therefore CB = \frac{1}{2}AB = 2,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = 2\sqrt{3} \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

23.解: (1) ∵ 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = x$ 的图象平移得到,

∴ $k = 1$.

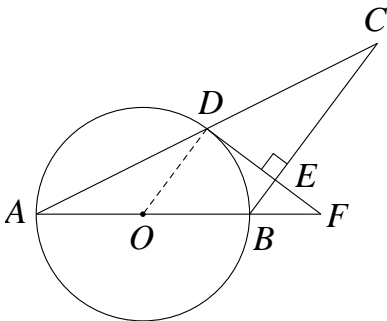
∵ 一次函数 $y = x + b$ 的图象过点 $(0, -1)$,

∴ $b = -1$.

∴ 这个一次函数的表达式为 $y = x - 1$4分

(2) $m \leq 1$6分

24. (1) 证明: 连接 OD .



∵ $OA = OD$,

∴ $\angle A = \angle ODA$.

∵ $AB = BC$,

∴ $\angle A = \angle C$.

∴ $\angle ODA = \angle C$.

∴ $OD \parallel BC$.

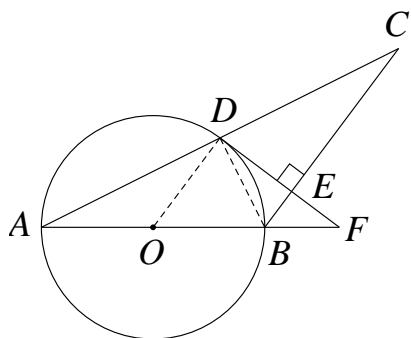
∵ $BC \perp DF$,

∴ $OD \perp DF$.

∵ 点 D 在 $\odot O$ 上,

∴ DF 是 $\odot O$ 的切线.....3 分

(2) 解: 连接 BD .



∵ AB 是 $\odot O$ 的直径,

∴ $\angle ADB = 90^\circ$.

∵ $AB = BC$, $AB = 5$,

∴ $BC = 5$.

∵ $\tan C = \frac{1}{2}$,

在 $\text{Rt} \triangle BDC$ 中,

设 $DB = x$, 则 $DC = 2x$.

∴ $x^2 + (2x)^2 = 25$.

∴ $x = \sqrt{5}$, $2x = 2\sqrt{5}$.

即 $DB = \sqrt{5}$, $DC = 2\sqrt{5}$.

由面积可得: $DE = 2$.

在 $\text{Rt} \triangle DBE$ 中,

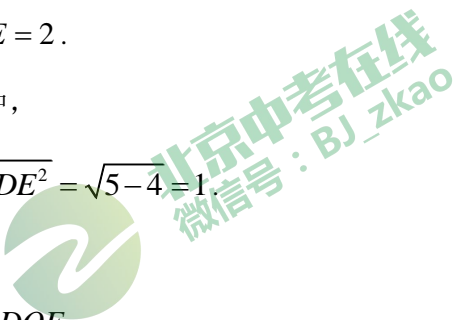
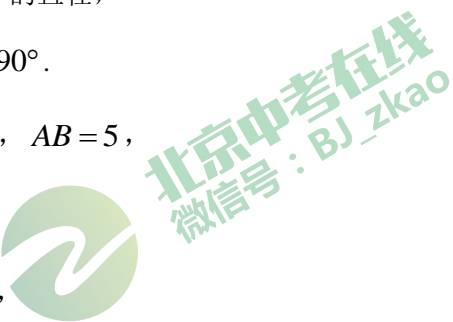
$BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{5 - 4} = 1$.

∵ $OD \parallel BE$,

∴ $\triangle EBF \sim \triangle DOF$.

∴ $\frac{EF}{DF} = \frac{BE}{OD}$.

即 $\frac{EF}{EF + 2} = \frac{BE}{OD}$.



$$\because BE = 1, OD = \frac{1}{2} AB = \frac{5}{2},$$

$$\therefore EF = \frac{4}{3} \dots\dots\dots 6 \text{分}$$



25. (1) 610;1分

(2) 2013.....3分

(3) $s_1^2 > s_2^2 = s_3^2$ 5分

26. (1) 解: \because 过 $A(3, 3)$,

$$\therefore 9a + 3b = 3.$$

$$\therefore b = 1 - 3a \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

(2) 解: $\because x_1 + x_2 = 2, y_1 = y_2,$

$$\therefore \text{对称轴为: 直线 } x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 1.$$

$$\text{即: } -\frac{b}{2a} = \frac{3a-1}{2a} = 1.$$

$$\therefore a = 1 \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

(3) 解: 将点 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 代入 $y = ax^2 + (1-3a)x$ 得,

$$y_1 = ax_1^2 + (1-3a)x_1, \quad y_2 = ax_2^2 + (1-3a)x_2$$

$$\therefore y_1 - y_2 = ax_1^2 + (1-3a)x_1 - ax_2^2 - (1-3a)x_2$$

$$= a(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) + (1-3a)(x_1 - x_2)$$

$$= (x_1 - x_2)(2a + 1 - 3a)$$

$$= (x_1 - x_2)(1 - a)$$

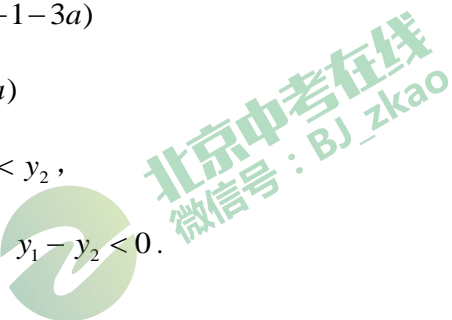
$$\because x_1 < x_2, \quad y_1 < y_2,$$

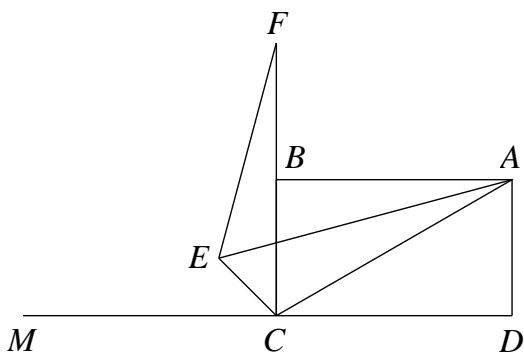
$$\therefore x_1 - x_2 < 0, \quad y_1 - y_2 < 0.$$

$$\therefore 1 - a > 0.$$

$$\therefore a < 1 \text{ 且 } a \neq 0 \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

27. (1) 补全图形如图所示:2分





(2) $\because AC$ 是矩形 $ABCD$ 的对角线, 延长 DC 至 M ,

$\therefore \angle ABC = \angle BCD = \angle BCM = 90^\circ$.

\because 将线段 CA 绕点 C 逆时针旋转, 得到线段 CF ,
使线段 CF 在射线 CB 上, $\angle BAC = 30^\circ$

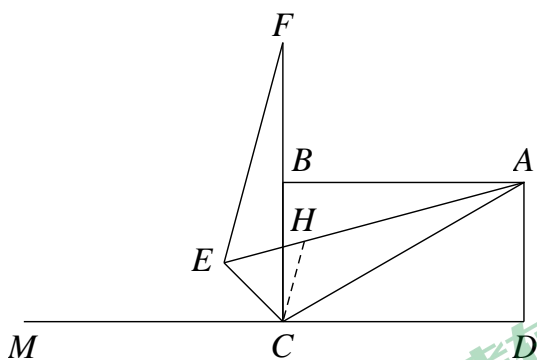
$\therefore \angle ACF = 60^\circ$.

$\because \angle BAC$ 的平分线与 $\angle BCM$ 的平分线交于点 E ,

$\therefore \angle BAE = \angle CAE = 15^\circ, \angle ECF = 45^\circ$.

$\therefore \angle AEC = 60^\circ \dots\dots\dots 4$ 分

(3) 答: $AE = CE + EF \dots\dots\dots 5$ 分



证明: 在 EA 上截取 $EH = EC$, 连接 CH ,

$\because \angle AEC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ECH$ 是等边三角形,

$\therefore \angle EHC = \angle ECH = 60^\circ, CE = CH = EH$.

$\therefore \angle ECH = \angle HCA$.

\because 将线段 CA 绕点 C 逆时针旋转, 得到线段 CF ,

$\therefore CF = CA$.

在 $\triangle ECF$ 与 $\triangle HCA$ 中,

$$\begin{cases} EC = HC, \\ \angle ECH = \angle HCA, \\ CF = CA. \end{cases}$$

$\therefore \triangle ECF \cong \triangle HCA.$

$\therefore EF = HA.$

$\therefore AE = EH + HA,$

$\therefore AE = CE + EF \dots\dots\dots 7$ 分

28.解: (1) ① $A(6, 0); \dots\dots\dots 1$ 分

② $3.5; \dots\dots\dots 3$ 分

(2) 解: 当 $M(-1, 0)$ 时, $b = \frac{1}{2}.$

当 $M(1, 0)$ 时, $b = -\frac{1}{2}.$

$\therefore -\frac{1}{2} < b < \frac{1}{2} \dots\dots\dots 5$ 分

(3) $2\sqrt{3} - 4 \leq b \leq 2\sqrt{3} + 4 \dots\dots\dots 7$ 分

