



## 2019—2020 学年度第一学期初三年级数学期中试卷

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_

试卷说明：

- 1、本试卷考试时间为 120 分钟，总分为 100 分；
- 2、本试卷共有 8 页，28 道小题；
- 3、请将选择题、填空题及解答题答案写在答题纸相应位置处；
- 4、一律不得使用涂改液及涂改带。

命题人：苏海燕、吴勇

审题人：陈平

## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的

 1. 抛物线  $y = -(x + 1)^2 - 3$  的顶点坐标是（ ）。

- A.
- $(-1, -3)$
- B.
- $(-1, 3)$
- C.
- $(1, -3)$
- D.
- $(1, 3)$

 2. 已知  $2x = 3y$ ，则下列各式错误的是（ ）。

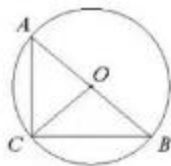
- A.
- $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$
- B.
- $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$
- C.
- $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$
- D.
- $6x = 9y$

3. 在一个不透明的袋子里装有 7 个完全相同的乒乓球，把它们标号分别记为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 从中随机摸出一个小球，标号为偶数的概率为（ ）。

- A.
- $\frac{2}{7}$
- B.
- $\frac{3}{7}$
- C.
- $\frac{4}{7}$
- D.
- $\frac{5}{7}$

 4. 如图， $AB$  为  $\odot O$  的直径，点  $C$  在  $\odot O$  上，若  $\angle ACO = 50^\circ$ ，则  $\angle B$  的度数为（ ）。

- A.
- $60^\circ$
- B.
- $50^\circ$
- C.
- $45^\circ$
- D.
- $40^\circ$


 5. 点  $A(-2, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$  在二次函数  $y = x^2 + 2x - 1$  的图象上， $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是（ ）。

- A.
- $y_1 > y_2$
- B.
- $y_1 = y_2$
- C.
- $y_1 < y_2$
- D. 无法判断

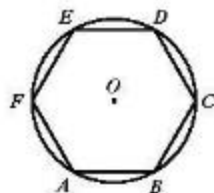


6. 已知圆锥的底面半径为  $2\text{cm}$ ，母线长为  $3\text{cm}$ ，则该圆锥的侧面积为 ( )。

- A.  $18\pi$     B.  $12\pi$     C.  $6\pi$     D.  $3\pi$

7. 如图， $\odot O$  是正六边形  $ABCDEF$  的外接圆，点  $P$  在  $\odot O$  上 ( $P$  不与  $A, B$  重合)，则  $\angle APB$  的度数为 ( )。

- A.  $60^\circ$     B.  $60^\circ$  或  $120^\circ$     C.  $30^\circ$     D.  $30^\circ$  或  $150^\circ$



8. 已知有且仅有一个正实数满足关于  $x$  的方程  $(x-1)(x-3) = k$ ，则  $k$  不可能为 ( )。

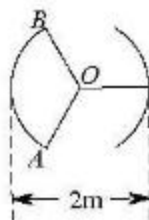
- A.  $-1$     B.  $1$     C.  $3$     D.  $5$

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)。

9. 若抛物线开口向下，且与  $y$  轴交于点  $(0,1)$ ，写出一个满足条件的抛物线的解析式：\_\_\_\_\_。

10. 已知  $\text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle A'B'C'$ ，且  $\angle C = \angle C' = 90^\circ$ ，若  $AC = 3$ ， $BC = 4$ ， $A'B' = 10$ ，则  $A'C' =$ \_\_\_\_\_。

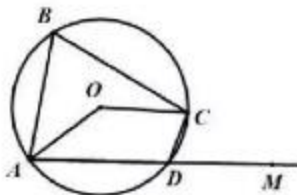
11. 左图中的三翼式旋转门在圆形的空间内旋转，旋转门的三片旋转翼把空间等分成三个部分，右图是旋转门的俯视图，显示了某一时刻旋转翼的位置，根据图中的数据，可知  $\widehat{AB}$  的长是\_\_\_\_\_m。



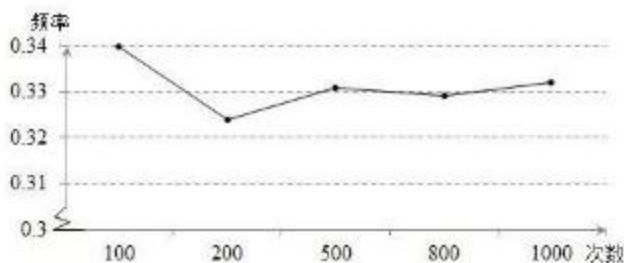
12. 将抛物线  $y = 2(x+2)^2 + 2$  经过适当的几何变换得到抛物线  $y = 2x^2 - 2$ ，请写出一种满足条件的变换方法\_\_\_\_\_。

13. 如图，四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ， $\angle AOC = 140^\circ$ ，

则四边形  $ABCD$  的外角  $\angle CDM =$ \_\_\_\_\_。

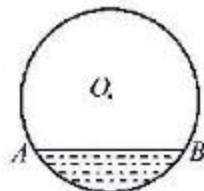


14. 某小组做“用频率估计概率”的试验时，统计了某一事件发生的频率，绘制了如图所示的折线图。



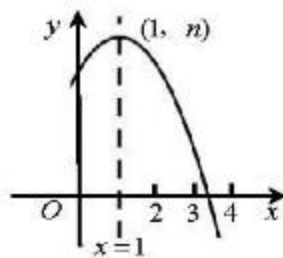
该事件最有可能是\_\_\_\_\_ (填写一个你认为正确的序号)。

- ① 掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上一面的点数是 2；  
 ② 掷一枚硬币，正面朝上；  
 ③ 暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，这些球除了颜色外无其他差别，从中任取一球是红球。
15. 排水管的截面为如图所示的  $\odot O$ ，半径为 5m，已知现在水面位于圆心  $O$  下方，且水面宽  $AB=6m$ ，如果水面上涨后，水面宽为 8m，那么水面上涨了\_\_\_\_\_ m。



16. 如图是抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的部分

图象，其顶点坐标为  $(1, n)$ ，且与  $x$  轴的一个交点在点  $(3, 0)$  和  $(4, 0)$  之间，则下列结论：



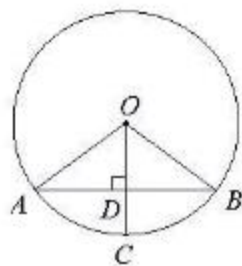
- ①  $abc > 0$ ； ②  $3a+b=0$ ；  
 ③  $a-b+c > 0$ ； ④  $b^2 = 4a(c-n)$ ，

其中，正确的是\_\_\_\_\_ (填上所有满足题意的序号)。

### 三、解答题 (本题共 68 分，第 17、20-24 题，每小题 5 分，第 18、19、25、26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分)

17. 如图，在  $\odot O$  中， $OC \perp AB$ ，交  $AB$  于点  $D$ ，交  $\odot O$  于点  $C$ ，

- (1) 求证： $\angle AOC = \angle BOC$ ；  
 (2) 若点  $D$  是  $OC$  的中点，且  $AB = 6$ ，求  $\odot O$  的半径。

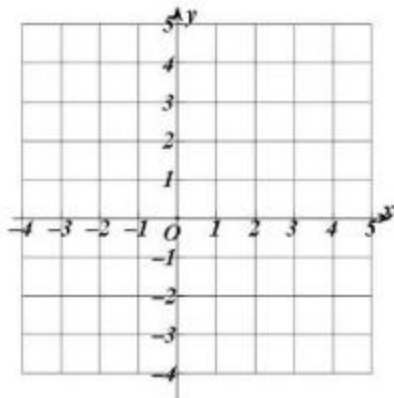


18. 已知二次函数的解析式是  $y = -x^2 + 2x + 3$ .

(1) 用配方法将该二次函数化成  $y = a(x - h)^2 + k$  的形式, 并写出顶点坐标;

(2) 在右图中画出该二次函数的图象 (不需要列表), 并写出该图象与  $x$  轴的交点;

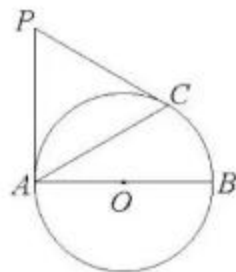
(3) 当  $0 \leq x < 3$  时, 直接写出  $y$  的取值范围.



19. 如图, 已知  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $PA$  是  $\odot O$  的切线, 点  $C$  是  $\odot O$  上异于点  $A$  的一点, 且  $PC = PA$ ,

(1) 求证:  $PC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $AB = 6$ , 求  $\angle P$  的度数及  $PA$  的长.



20. 下表是二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 图象上部分点的横坐标 ( $x$ ) 和纵坐标 ( $y$ ).

$x$	...	-1	0	1	2	3	4	5	...
$y$	...	8	3	0	-1	0	$m$	8	...

(1) 观察表格, 直接写出  $m =$  \_\_\_\_\_;

(2) 其中  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  在函数的图象上, 且  $-1 < x_1 < 0$ ,  $2 < x_2$

$< 3$ , 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (用 “ $>$ ” 或 “ $<$ ” 填空);

(3) 求这个二次函数的表达式.

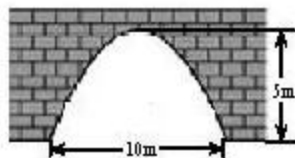




21. 甲、乙两人进行摸牌游戏，现有十张形状大小完全相同的牌，正面分别标有数字1~10. 从中选出一些牌，将这些牌背面朝上，洗匀后放在桌子上，甲从中随机抽取一张牌，记录数字后放回洗匀，乙再随机抽取一张，若两人抽取的数字和为2的倍数，则甲获胜；其余情况，乙获胜.

- (1) 若选出三张分别标有数字2、3、5的牌，这个游戏公平吗？请利用树状图或列表法来解释说明.
- (2) 乙说：“若我在2、3、5三张牌外再选一张牌，共四张牌进行游戏，则我可以让自己获胜的可能性比甲大”，请判断乙的说法是否正确，若正确，请写出乙可以再选哪些牌让自己获胜的可能性比甲大；若不正确，请说明理由.

22. 如图，是一座古拱桥的截面图，拱桥桥洞上沿是抛物线形状，拱桥的跨度为10m，桥洞与水面的最大距离是5m，桥洞两侧壁上各有一盏距离水面4m的景观灯，求两盏景观灯之间的水平距离.



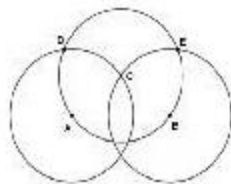
23. 已知点 $A$ 、 $B$  ( $AB < 2$ ), 现没有直尺, 只有一把生锈的圆规, 仅能做出半径为1的圆, 能否在平面内找到一点 $F$ , 使得 $\triangle ABF$ 是等边三角形?

小天经过探究完成了以下的作图步骤:

- 第一步: 分别以点 $A$ 、 $B$ 为圆心, 1为半径作圆, 两圆交于点 $C$ ;
- 第二步: 以 $C$ 为圆心, 1为半径作圆交第一步中的两圆于点 $D$ 、 $E$ ;
- 第三步: 分别以 $D$ 、 $E$ 为圆心, 1为半径作圆, 两圆交于点 $C$ 、 $F$ .

- (1) 请将图补充完整, 并作出 $\triangle ABF$ .
- (2) 以下说法中,

- ① 点 $C$ 在线段 $AB$ 的垂直平分线上;
- ②  $\triangle CAD$ 和 $\triangle CBE$ 都是等边三角形;
- ③ 点 $C$ 在线段 $AF$ 的垂直平分线上;
- ④  $\triangle ABF$ 是等边三角形.



正确的有 \_\_\_\_\_, (填上所有正确的序号)



24. 函数  $y = x^2 + 3x + 2$  的图象如图所示, 根据图象回答问题:



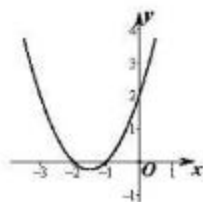
(1) 当  $x$  满足\_\_\_\_\_时,  $x^2 + 3x + 2 > 0$ ;

(2) 在解决上述问题的基础上, 探究解决新问题:

① 函数  $y = \sqrt{(x+1)(x+2)}$  的自变量  $x$  的取值范围是

\_\_\_\_\_;

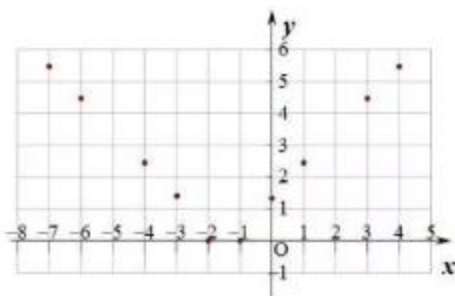
② 下表是函数  $y = \sqrt{(x+1)(x+2)}$  的几组  $y$  与  $x$  的对应值.



$x$	...	-7	-6	-4	-3	-2	-1	0	1	3	4	...
$y$	...	5.477	4.472	2.449	1.414	0	0	1.414	2.449	4.472	5.477	...
		...	...	...	...			...	...	...	...	

如下图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出

了上表中各对对应值为坐标的点的概位置, 请你根据描出的点, 画出该函数的图象:

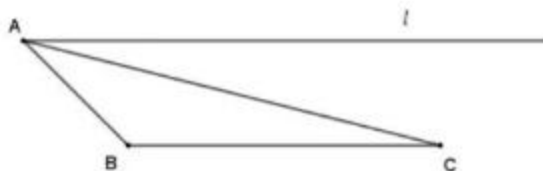


③ 利用图象, 直接写出关于  $x$  的方程  $x^4 = x^2 + 3x + 2$  的所有近似实数解\_\_\_\_\_。(结果精确到 0.1)



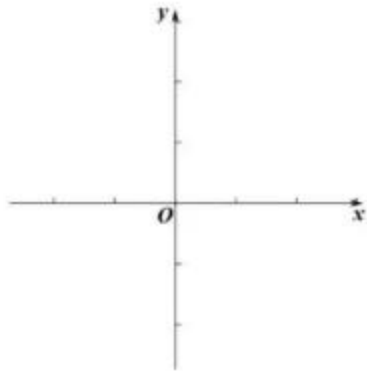
25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle B = 135^\circ$ , 端点为 $A$ 的射线 $l \parallel BC$ , 点 $A$ 绕射线 $l$ 上的某点 $D$ 旋转一周所形成的图形为 $F$ , 点 $B$ 在图形 $F$ 上,

- (1) 利用尺规作图确定点 $D$ 的位置;
- (2) 判断直线 $BC$ 与图形 $F$ 的公共点个数, 并说明理由;
- (3) 若 $AD = 2$ ,  $\angle C = 15^\circ$ , 求直线 $AC$ 被图形 $F$ 所截得的线段的长.



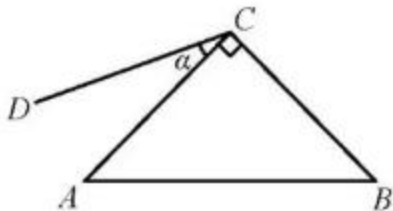
26. 抛物线 $F_1: y = ax^2 + bx - 1 (a > 1)$ 与 $x$ 轴交于点 $A, B$  (点 $A$ 在点 $B$ 的左侧), 与 $y$ 轴于点 $C$ , 已知点 $A$ 的坐标为 $(-\frac{1}{a}, 0)$ ,

- (1) 直接写出 $b =$  \_\_\_\_\_ (用含 $a$ 的代数式表示);
- (2) 求点 $B$ 的坐标;
- (3) 设抛物线 $F_1$ 的顶点为 $P_1$ , 将该抛物线平移后得到抛物线 $F_2$ , 抛物线 $F_2$ 的顶点 $P_2$ 满足 $P_1P_2 \parallel BC$ , 并且抛物线 $F_2$ 过点 $B$ ,
  - ① 设抛物线 $F_2$ 与直线 $BC$ 的另一个交点为 $D$ , 判断线段 $BC$ 与 $BD$ 的数量关系 (不需证明), 并直接写出点 $D$ 的坐标;
  - ② 求出抛物线 $F_2$ 与 $y$ 轴的交点纵坐标的取值范围.



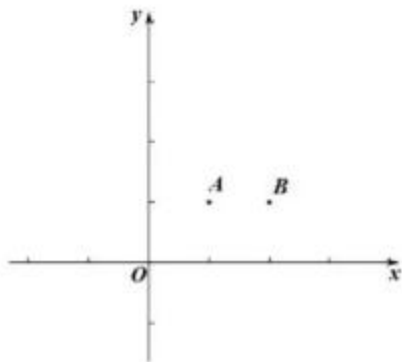
27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC=CD$ ,  $\angle ACD=\alpha$ , 将线段 $CD$ 绕点 $C$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 得到线段 $CE$ , 连接 $DE$ ,  $AE$ ,  $BD$ .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 判断 $AE$ 与 $BD$ 的数量关系与位置关系并加以证明;
- (3) 若 $60^\circ < \alpha \leq 110^\circ$ ,  $AB=4$ ,  $AE$ 与 $BD$ 相交于点 $G$ , 直接写出点 $G$ 到直线 $AB$ 的距离 $d$ 的取值范围.



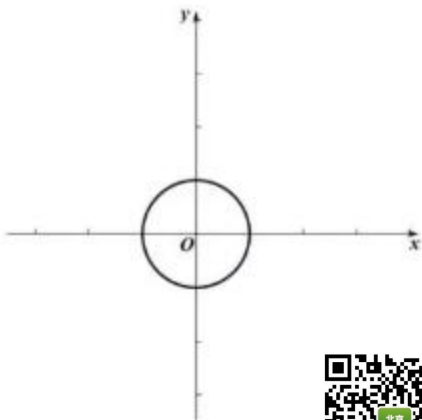
28. 对于给定的图形 $G$ 和点 $P$ , 若点 $P$ 可通过一次向上或向右平移 $n(n > 0)$ 个单位至图形 $G$ 上某点 $P'$ , 则称点 $P$ 为图形 $G$ 的“可达点”, 特别地, 当点 $P$ 在图形 $G$ 上时, 点 $P$ 为图形 $G$ 的“可达点”.

- (1) 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 点 $A(1,1)$ ,  $B(2,1)$ ,
  - ①在点 $O$ 、 $A$ 、 $B$ 中, 不是直线 $y = -x + 2$ 的“可达点”的是\_\_\_\_\_;
  - ②若点 $A$ 是直线 $l$ 的“可达点”且点 $A$ 不在直线 $l$ 上, 写出一条满足要求的直线 $l$ 的表达式: \_\_\_\_\_;
  - ③若点 $A$ 、 $B$ 中有且仅有一点是直线 $y = kx + 2$ 的“可达点”, 则 $k$ 的取值范围是\_\_\_\_\_。



- (2) 在平面直角坐标系 $xOy$ 中,  $\odot O$ 的半径为1, 直线 $m: y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ ,

- ①当 $b = -2$ 时, 若直线 $m$ 上一点 $N(x_N, y_N)$ 满足 $N$ 是 $\odot O$ 的“可达点”, 直接写出 $x_N$ 的取值范围\_\_\_\_\_;
- ②若直线 $m$ 上所有的 $\odot O$ 的“可达点”构成一条长度不为0的线段, 直接写出 $b$ 的取值范围\_\_\_\_\_。







## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	D	C	C	D	B

## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）.

9. 答案不唯一，例如  $y = -x^2 + 1$ 

10. 6

11.  $\frac{2}{3}\pi$ 

12. 向右平移 2 个单位，向下平移 4 个单位（方法不唯一，强调表达）

13.  $70^\circ$ 

14. ③

15. 1 或 7（每个答案 1 分，错误不扣分）

16. ③④

## 三、解答题（本题共 68 分，第 17、20-24 题，每小题 5 分，第 18、19、25、26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）

17. (1) 证:  $\because OC \perp AB, \therefore \widehat{AC} = \widehat{BC}$  .....1 分 $\therefore \angle AOC = \angle BOC$  .....1 分(2) 由垂径定理得  $AD = \frac{1}{2}AB = 3$  .....1 分法 1: 设半径为  $r$ , 则  $OD = \frac{1}{2}AO = r$ 在  $Rt\triangle AOD$  中,  $AO^2 = OD^2 + AD^2$ , 即  $r^2 = (\frac{1}{2}r)^2 + 3^2$ , .....1 分解得  $r = 2\sqrt{3}$ . .....1 分法 2: 在  $Rt\triangle AOD$  中,  $AO = 2OD, \therefore \angle OAD = 30^\circ$  .....1 分 $\therefore AO = \frac{2\sqrt{3}}{3}AD = 2\sqrt{3}$ . .....1 分18. (1)  $y = -(x-1)^2 + 4$  .....1 分

顶点(1,4); .....1 分

(2) 图象略 .....1 分

该图象与  $x$  轴的交点为(-1,0), (3,0); .....1 分(3)  $0 < y \leq 4$  .....2 分



19. (1) 证: 连接  $OC$ ,

$\because PA$  是  $\odot O$  的切线  $\therefore \angle PAB = 90^\circ$  .....1 分

$\because OA = OC \therefore \angle OAC = \angle OCA$

$\because PC = PA \therefore \angle PAC = \angle PCA$

$\therefore \angle PCO = \angle PCA + \angle OCA = \angle PAC + \angle OAC = \angle PAB = 90^\circ$  .....1 分

即  $PA \perp AB \therefore PC$  是  $\odot O$  的切线; .....1 分

本题也可以通过证明  $\triangle PAO \cong \triangle PCO$  来证明得 1 分。

(2) 连接  $BC$ ,

$\because \angle BAC = 30^\circ \therefore \angle PAC = 60^\circ$

$\therefore$  得等边  $\triangle PAC \therefore \angle P = 60^\circ$  .....1 分

法 1:  $\because AB$  为  $\odot O$  的直径  $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ , .....1 分

$\therefore$  在  $Rt\triangle ACB$  中,  $PA = AC = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 3\sqrt{3}$  .....1 分

法 2:

在  $\triangle AOC$  中,  $\angle AOC = 120^\circ, OA = OC$  .....1 分

$\therefore PA = AC = \sqrt{3}OA = 3\sqrt{3}$  .....1 分

20. (1)  $m = 3$  .....1 分

(2)  $y_1 > y_2$  .....1 分

(3) 法 1: 由图知, 顶点为  $(2, -1)$ ,

$\therefore$  设二次函数的解析式为  $y = a(x - 2)^2 - 1$ , .....2 分

代入  $(1, 0)$  得  $a = 1$ ,

$\therefore y = (x - 2)^2 - 1$  .....1 分

法 2: 设二次函数的解析式为  $y = a(x - 1)(x - 3)$  .....2 分

代入  $(2, -1)$ , 得  $a = 1$

$\therefore y = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$  .....1 分

21. (1) 树状图或列表略 .....1 分

共有 9 种结果, 每种结果的可能性相同, 甲获胜的结果有 5 种,

.....1 分

所以  $P(\text{甲获胜}) = \frac{5}{9}$ , 所以不公平。 .....1 分

(2) 当选择的牌是奇数时,  $P(\text{甲获胜}) = \frac{5}{8}$ ,

当选择的牌是偶数时,  $P(\text{甲获胜}) = \frac{1}{2}$ , .....1 分

因此, 乙不可能让自己获胜的可能性比甲大。 .....1 分

22. 解：建系， .....1分  
 标点， .....1分  
 可求抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{5}x^2 + 5$ ， .....1分

(不同的建系方法会得到不同的解析式，但二次项系数为 $-\frac{1}{5}$ )

令 $y = 4$ ，解得 $x = \pm\sqrt{5}$ ， .....1分

所以两盏景观灯之间的水平距离为 $2\sqrt{5}$ 。 .....1分

23. 图略

①②④ (对1个得1分，错1个扣1分) .....2分

24. (1)  $x < -2$ 或 $x > -1$  .....3分

(2) ①  $x \leq -2$ 或 $x \geq -1$  .....1分

②图略 .....1分

(3)  $-0.8$  ( $-0.9 \sim -0.6$ ) 和  $1.8$  ( $1.6 \sim 1.9$ ) .....2分

25. (1) 作线段 $AB$ 的垂直平分线交射线 $l$ 于点 $D$  .....1分

(2) 1个， .....1分

$\because \angle B = 135^\circ \therefore \angle BAD = 45^\circ$

$\therefore$ 得等腰直角 $\triangle ADB$ ，即 $\angle ADB = 90^\circ$

由平行得， $\angle DBC = 90^\circ$ ，即 $DB \perp BC$

$\therefore$ 直线 $BC$ 与图形 $F$ 相切 .....1分

(3) 设直线 $AC$ 交图形 $F$ 于 $E$ ， $\angle AEB = \frac{1}{2} \angle ADB = 45^\circ$  .....1分

$\therefore$ 在 $\triangle ABE$ 中，过 $B$ 作 $BH \perp AE$ ，

在 $Rt\triangle ABH$ 中， $AB = 2\sqrt{2}$ ， $BH = \frac{1}{2}AB = \sqrt{2}$ ， $AH = \sqrt{3}BH = \sqrt{6}$ ，  
 .....1分

在 $Rt\triangle BHE$ 中， $EH = BH = \sqrt{2}$

$\therefore AE = AH + HE = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ 。 .....1分



26. (1)  $1 - a$  .....1分

(2) 抛物线为  $y = ax^2 + (1 - a)x - 1$ ,

令  $y = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -\frac{1}{a}$ ,

$\therefore B(1,0)$  .....1分

(3) ①相等, .....1分

$D(2,1)$  .....1分

②令  $x = -1$ ,  $y = 2a - 2$ ,

所以抛物线  $F_2$  与  $y$  轴的交点纵坐标为  $2a - 1$ , .....1分

$\because a > 1 \therefore$  纵坐标大于 1 .....1分

27. (1) 补全图形 .....1分

(2) 相等且垂直 .....1分

法 1: 证明  $\triangle ACE \cong \triangle BCD$ , .....1分

得  $AE = BD$ ,  $\angle CAE = \angle CBD$ , .....1分

由“8”字形得  $\angle AGB = \angle ACB = 90^\circ$  即  $AE \perp BD$  .....1分

法 2: 点  $E$ 、 $D$ 、 $A$ 、 $B$  在以点  $C$  为圆心,  $CA$  为半径的圆上, .....1分

由  $\angle ECA = \angle DCB$ , 得  $AE = BD$ , .....1分

可证  $\angle CAE = \angle CBD$ , .....1分

由“8”字形得  $\angle AGB = \angle ACB = 90^\circ$  即  $AE \perp BD$  .....1分

(3)  $\sqrt{3} < d \leq 2$  .....2分

28. (1) ①  $B$  .....1分

② 答案不唯一, 例如  $y = -x + 3$  .....1分

③  $-1 \leq k < -\frac{1}{2}$  .....1分

(2) ①  $-3\sqrt{3} \leq x_N \leq -\sqrt{3}$  或  $-1 \leq x_N \leq 1$  .....2分

②  $-1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \leq b < \frac{2\sqrt{3}}{3}$  .....2分

