



2022 北京四中初二（上）期中

数 学

第一部分

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 下列各式计算正确的是（ ）.

A. $(a^2)^4 = (a^4)^2$

B. $2x^3 \cdot 5x^2 = 10x^6$

C. $(-c)^8 \div (-c)^6 = -c^2$

D. $(ab^3)^2 = ab^6$

2. 下列各组线段能组成三角形的是（ ）

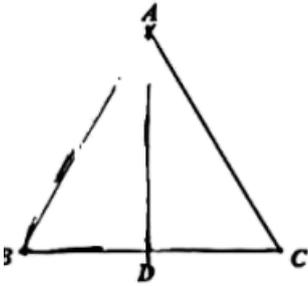
A. 5cm, 8cm, 12cm

B. 2cm, 3cm, 6cm

C. 3cm, 3cm, 6cm

D. 4cm, 7cm, 11cm

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线，那么可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，这里证明全等所使用的判定方法是（ ）



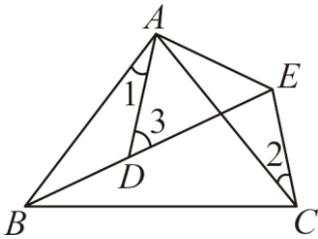
A. SAS

B. AAS

C. ASA

D. SSS

4. 如图所示， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ， $\angle 1 = 25^\circ$ ， $\angle 2 = 30^\circ$ ，则 $\angle 3 =$ （ ）



A. 60°

B. 55°

C. 50°

D. 无法计算

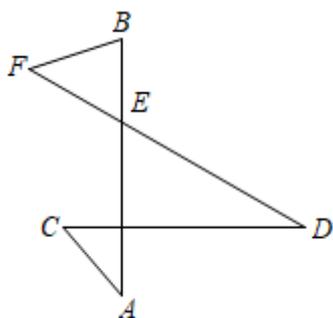
5. 如图，在由线段 AB, CD, DE, BF, CA 组成的平面图形中， $\angle D = 28^\circ$ ，则 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle F$ 的度数为（ ）.



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



- A. 62° B. 152° C. 208° D. 236°

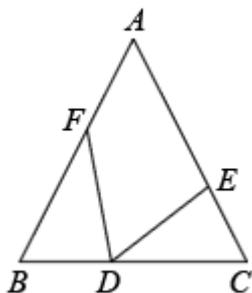
6. 若 $x + \frac{1}{x} = 5$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值为 ()

- A. 27 B. 23 C. 24 D. 3

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, AC = 5$, 延长 BC 至 D , 使 $CD = BC$, 连接 AD , 则 AD 的长度的取值范围是 () .

- A. $7 < AD < 13$ B. $2 < AD < 14$ C. $2 < AD < 7$ D. $5 < AD < 11$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C, BF = CD, BD = CE, \angle FDE = 65^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是 ()



- A. 45° B. 70° C. 65° D. 50°

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ, \angle B = 45^\circ$, 则 $\angle C =$ _____ $^\circ$.

10. 一个多边形的内角和是 720° , 这个多边形的边数是_____.

11. 已知等腰三角形的周长为 20, 其中一边的长为 6, 则底边的长为_____.

12. 已知锐角 $\triangle ABC$ 的一个内角是 $40^\circ, \angle A = \angle B$, 那么 $\angle C$ 的外角是_____ $^\circ$.

13. 若 $a^2 + ka + 9$ 是一个完全平方式, 则 k 的值是_____.

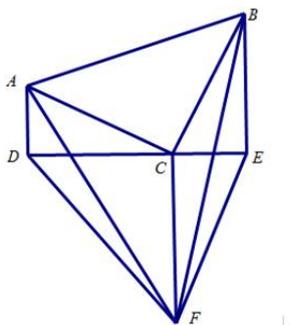
14. 若 $x + m$ 与 $x^2 - x + 2$ 乘积中不含 x 的二次项, 则实数 m 的值为_____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, AC = BC, D, C, E$ 三点在一条直线上, 且 $\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$, 过点 C 作 $FC \perp DE$, 且 $FC = AD + BE$. 若 $\angle AFB = \alpha$, 则 $\angle DFE =$ _____ . (用含 α 式子表示)

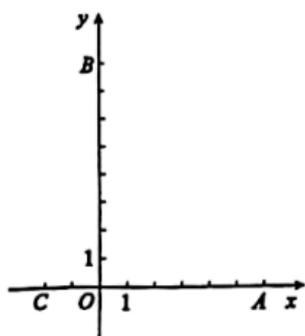
北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(6,0), B(0,8)$ ， P, Q 是两个动点，其中点 P 以每秒 2 个单位长度的速度沿折线 AOB （按照 $A-O-B$ ）的路线运动，点 Q 以每秒 5 个单位长度的速度沿折线 BOA （按照 $B-O-A$ ）的路线运动，运动过程中点 P 和 Q 同时开始，而且都要运动到各自的终点时停止。设运动时间为 t 秒，直线 l 经过原点 O ，且 $l \parallel AB$ ，过点 P, Q 分别作 l 的垂线段，垂足为 E, F ，当 $\triangle OPE$ 与 $\triangle OQF$ 全等时， t 的值为_____。



三、解答题（本大题共 8 小题，第 17 题 24 分，第 19 题 4 分，第 18, 20, 21 题每题 6 分，第 22, 23 题每题 7 分，第 24 题每题 8 分，共 68 分）

17. 计算：

(1) $4x^2y \cdot (-xy^3)^2$;

(2) $(-4x^2)(3x+y)$;

(3) $(m+2n)(3n-m)$;

(4) $(12m^3 - 6m^2 + 3m) \div 3m$;

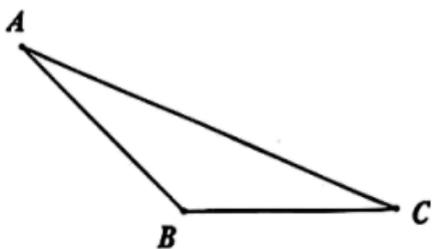
(5) $(x+y-3)(x-y+3)$;

(6) $(a+b-c)^2$.

18. 已知 $x^2 - 4x - 1 = 0$ ，求代数式 $(2x-3)^2 - (x+y)(x-y) - y^2$ 的值。

19. 要求：铅笔作图（可以借助带刻度的直尺、三角板和量角器）：

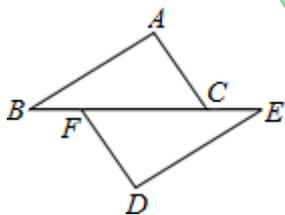
已知 $\triangle ABC$ （如图），求作：



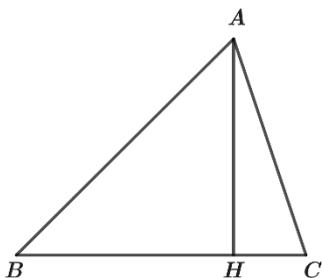
- (1) $\triangle ABC$ 的中线 AD ;
 (2) $\triangle ABD$ 的角平分线 DM ;
 (3) $\triangle ACD$ 的高线 CN ;
 (4) 若 $C_{\triangle ADC} - C_{\triangle ADB} = 3$ (其中 C 表示周长), 且 $AB = 5$, 则 $AC =$ _____.

20. 如图, 点 B, F, C, E 在一条直线上 $BF = CE, AC = DF$.

- (1) 在下列条件① $\angle B = \angle E$; ② $\angle ACB = \angle DFE$; ③ $AB = DE$; ④ $AC \parallel DF$ 中, 只添加一个条件就可以证得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 则所有正确条件的序号是 _____.
 (2) 根据已知及 (1) 中添加一个条件证明 $\angle A = \angle D$.



21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 45^\circ, AH \perp BC$ 于点 H , 点 D 为 AH 上的一点, 且 $DH = HC$, 连接 BD 并延长 BD 交 AC 于点 E .



- (1) 请补全图形;
 (2) 写出 BD 与 AC 数量关系和位置关系并证明.
22. 在乘法公式 学习中, 我们采用了构造几何图形的方法研究问题, 借助直观、形象的几何模型, 加深对乘法公式的认识和理解, 从中感悟数形结合的思想方法, 感悟几何与代数内在的统一性, 根据课堂学习的经验, 解决下列问题:

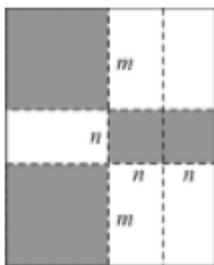


图1

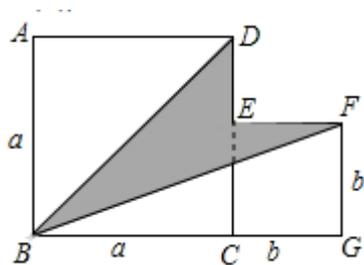


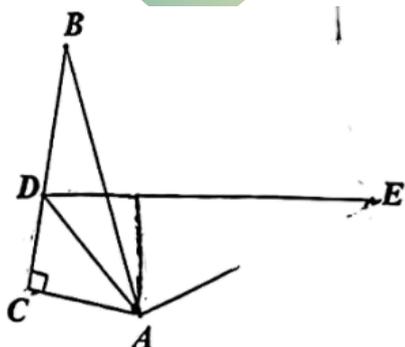
图2

(1) 如图1, 将一张长方形纸板按图中虚线裁剪成九块, 其中有两块是边长都为 m 的大正方形, 两块是边长都为 n 的小正方形, 五块是长为 m , 宽为 n 的全等小长方形, 且 $m > n$, 观察图形, 用不同的方法表示这块长方形纸板的面积, 可得等式为_____;

(2) 将图2中边长为 a 和 b 的正方形拼在一起, B, C, G 三点在同一条直线上, 连接 BD 和 BF , 若这两个正方形的边长满足 $a + b = 5$, $ab = 3$, 请求出阴影部分的面积.

(3) 若图1中每块小长方形的面积为6, 四个正方形的面积之和为48, 请直接写出图中所有裁剪线(虚线部分)的长度之和.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 BC 边上一点, DA 平分 $\angle CDE$, 且 $AB = AE$, 若 $CD = 2$, $BD = 3$, 求 DE 的长.



24. 喜欢动手的小马同学收集了很多套三角板, 以下是他利用三角板进行的数学探究:

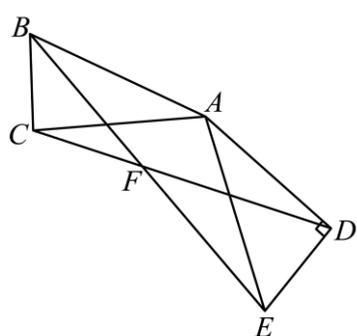


图1

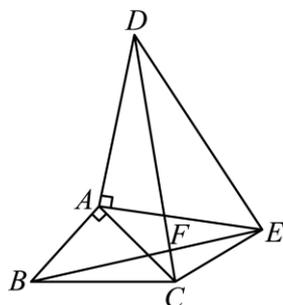


图2

(1) 小马同学将两个大小相同的含有 30° , 60° 的三角板如图1所示放置, 即 $AB = AE, AC = AD, BC = ED, \angle ACB = \angle ADE = 90^\circ$, 连接 BE, CD 交于点 F , 小马同学发现 $FB = FE$, 请给出证明:

(2) 小马同学将两个大小不同的等腰直角三角板如图2所示放置, 即



$AB = AC, AD = AE, \angle EAD = \angle CAB = 90^\circ$, 连接 BE, CD 交于点 F . 当 $DE = BE$ 时, 请写出 $\angle AEC$ 与 $\angle BEC$ 之间的数量关系, 并证明.

第二部分 附加题 (共 10 分)

25. 阅读材料:

我们已经学习过完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$. 对于多项式 $x^2 + 2x + 2$, 虽然不能写成某个代数式的平方形式, 但是可以写成 $x^2 + 2x + 1 + 1 = (x + 1)^2 + 1$, 即一个含 x 的代数式的平方与另一个数的和的形式. 更一般的, 对于二次项系数不为 1 的二次三项式 $ax^2 + bx + c (a \neq 0)$, 它总是可以化为 $a(x + h)^2 + k$ 的形式, 我们把这种代数式的恒等变形叫做配方. 例如: $2x^2 + 4x - 3 = 2(x^2 + 2x + 1) - 5 = 2(x + 1)^2 - 5$, 这就是一个配方的过程. 根据以上内容回答下列问题:

- (1) 代数式 $3x^2 + 12x - 1$ 经配方可化为_____.
- (2) 已知 $4a^2 + 4(a - b) + b^2 + 5 = 0$, 那么 ab 的值为_____.
- (3) 已知 x, y 为实数, 求代数式 $2x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + 2022$ 的最小值及取到最小值时 x, y 的值.

26. 小聪和小明两位同学在学习全等三角形时积极思考, 提出了以下两个问题:

问题 1: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, AC = 2$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 求 $BD : DC$ 的值.

小聪同学经过思考, 发现可以过 D 作 $DM \perp AB$ 于 $M, DN \perp AC$ 于 N , 利用 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的面积比来解决这个问题.

问题 2: 如图 2, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 D 为 $\triangle ABC$ 外一点, $\angle CDA = 60^\circ$, 连接 DB , 探究 AD, CD, BD 三者之间的数量关系.

小明同学经过思考, 发现可以在 DA 上截取 $DE = DC$, 构造等边三角形 CDE , 从而解决这个问题.

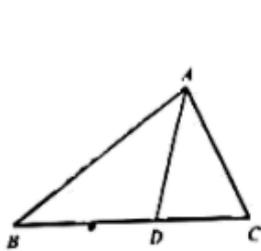


图 1

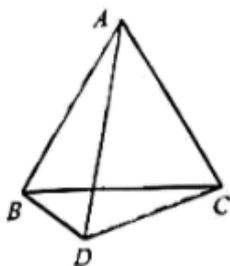


图 2

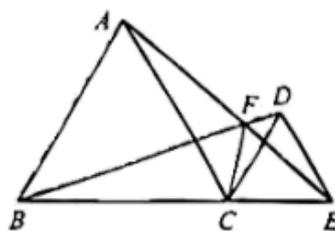


图 3

- (1) 根据两位同学的思考, 完成问题 1、2 的解答 (直接写出结果).
- (2) 根据问题 1、2 的结论, 解决下面问题: 如图 3, $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形, 且 B, C, E 三点共线, 连接 AE, BD 交于点 F , 连接 FC , 设 $AF = a, DF = b, CF = c$, 若 $BC = 2CE$, 直接写出 $\frac{a - 2b}{3c}$ 的值.



参考答案

一、选择题

1. 【答案】A

【解析】【分析】根据幂的乘方、积的乘方、单项式乘单项式、同底数幂相除的法则计算即可.

【详解】A、 $(a^2)^4 = (a^4)^2 = a^8$ ，故本项正确；

B、 $2x^3 \cdot 5x^2 = 10x^5$ ，故本项错误；

C、 $(-c)^8 \div (-c)^6 = c^2$ ，故本项错误；

D、 $(ab^3)^2 = a^2b^6$ ，故本项错误.

故选 A.

考点：单项式乘单项式；幂的乘方与积的乘方；同底数幂的除法.

2. 【答案】A

【解析】【分析】根据三角形的三边关系求解判断即可.

【详解】解：A、 $5+8=13>12$ ，故选项 A 中线段能组成三角形，符合题意；

B、 $2+3=5<6$ ，故选项 B 中线段不能组成三角形，不符合题意；

C、 $3+3=6$ ，故选项 C 中线段不能组成三角形，不符合题意；

D、 $4+7=11$ ，故选项 D 中线段不能组成三角形，不符合题意，

故选：A.

【点睛】本题考查三角形的三边关系，熟知三角形任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边是解答的关键.

3. 【答案】D

【解析】【分析】根据中线的性质可得 $BD = CD$ ，结合已知条件根据 SSS 可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

【详解】解： $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线，

$\therefore BD = CD$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ BD = CD, \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS),

故选：D.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质，全等三角形的判定，熟练掌握全等三角形的判定方法是解答本题的关键

4. 【答案】B

【解析】【分析】根据 $\angle BAC = \angle DAE$ ，可得 $\angle 1 = \angle EAC$ ，由 SAS 证得 $\triangle BAD$ 与 $\triangle CAE$ 全等，得到



$\angle 2 = \angle ABD$ ，根据三角形外角和即可求解.

【详解】 $\because \angle BAC = \angle DAE$ ，

$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$ ，

即 $\angle 1 = \angle EAC$ ，

在 $\triangle BAD$ 与 $\triangle CAE$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle 1 = \angle EAC, \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE (SAS)$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle 2$ ，

$\therefore \angle 2 = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = 25^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle ABD + \angle 1 = 30^\circ + 35^\circ = 55^\circ$.

故选：B.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，三角形外角性质，推出 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ 是解题的关键.

5. 【答案】C

【解析】【分析】如图标记 $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ ，然后利用三角形的外角性质得 $\angle 1 = \angle B + \angle F = \angle D + \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle A + \angle C$ ，再利用 $\angle 2, \angle 3$ 互为邻补角，即可得答案.

【详解】解：如下图标记 $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle B + \angle F = \angle D + \angle 3$ ，

$\therefore \angle D = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle B + \angle F - 28^\circ$ ，

又 $\because \angle 2 = \angle A + \angle C$ ，

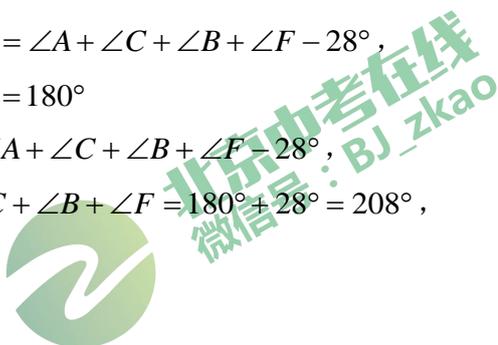
$\therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle A + \angle C + \angle B + \angle F - 28^\circ$ ，

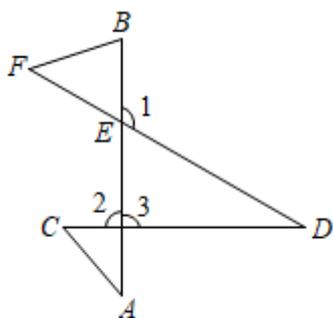
$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

$\therefore 180^\circ = \angle A + \angle C + \angle B + \angle F - 28^\circ$ ，

$\therefore \angle A + \angle C + \angle B + \angle F = 180^\circ + 28^\circ = 208^\circ$ ，

故选 C.





【点睛】此题考查了三角形的外角性质与邻补角的意义，熟练掌握并灵活运用三角形的外角性质与邻补角的意义是解答此题的关键。

6. 【答案】B

【解析】【分析】利用完全平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，进行计算即可得解。

【详解】解： $\because x + \frac{1}{x} = 5$ ，

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 25,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2 = 23;$$

故选 B.

【点睛】此题考查完全平方公式，熟练掌握并运用完全平方公式是解答此题的关键。

7. 【答案】A

【解析】【分析】画出图形，延长 AC，使 CE = AC，连接 DE，证明 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ 得到 $DE = AB = 3$ ，再利用三角形的三边关系求解即可。

【详解】解：如图，延长 AC，使 CE = AC，连接 DE，
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中，

$$\begin{cases} AC = CE \\ \angle ACB = \angle ECD \\ BC = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC (SAS)$ ，

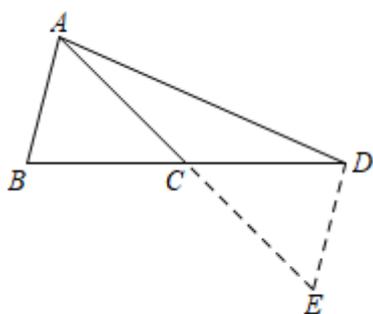
$\therefore AB = DE$ ，

$\because AB = 3$ ， $AC = 5$ ，

$\therefore AE = 2AC = 10$ ， $DE = 3$ ，

$\therefore 10 - 3 < AD < 10 + 3$ ，即 $7 < AD < 13$ ，

故选：A.



【点睛】 本题考查全等三角形的判定与性质、三角形的三边关系，添加辅助线构造全等三角形解决问题是解答的关键.

8. 【答案】 D

【解析】 【分析】 证明 $\triangle BDF \cong \triangle CED$ 得到 $\angle BFD = \angle CDE$ ，利用三角形的外角性质得到 $\angle B = \angle FDE = 65^\circ$ ，再利用三角形的内角和定理求解即可.

【详解】 解：在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CED$ 中，

$$\begin{cases} BF = CD \\ \angle B = \angle C \\ BD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CED (SAS)$,

$\therefore \angle BFD = \angle CDE$,

$\therefore \angle FDC = \angle FDE + \angle CDE = \angle B + \angle BFD$ ，又 $\angle FDE = 65^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle FDE = 65^\circ$ ，

$\therefore \angle A = 180^\circ - 2\angle B = 50^\circ$

故选：D.

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定与性质、三角形的外角性质、三角形的内角和定理，证明 $\triangle BDF \cong \triangle CED$ 是关键.

二、填空题

9. 【答案】 105

【解析】 【分析】 根据三角形的内角和是 180° 求解即可.

【详解】 解： \because 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 105^\circ$ ，

故答案为：105.

【点睛】 本题考查三角形内角和定理，熟知三角形的内角和是 180° 是解答的关键.

10. 【答案】 6##六

【解析】 【分析】 设这个多边形的边数为 n ，根据多边形的内角和定理得到 $(n - 2) \times 180^\circ = 720^\circ$ ，然后解方程即可.



【详解】解：设这个多边形的边数为 n ，则

$$(n - 2) \times 180^\circ = 720^\circ,$$

解得 $n = 6$ ，

故这个多边形为六边形.

故答案是：6.

【点睛】本题考查了多边形的内角和定理，关键是根据 n 边形的内角和为 $(n - 2) \times 180^\circ$ 解答.

11. 【答案】6 或 8##8或6

【解析】【分析】分两种情况进行讨论：①当腰长为 6 时；②当底边长为 6 时，分别进行求解即可.

【详解】解：设底边长为 x ，腰长为 y ，

$$\text{则 } x + 2y = 20,$$

①当腰长 $y = 6$ 时，

$$\therefore x + 2 \times 6 = 20,$$

$$\therefore x = 8;$$

三边长分别为 6, 6, 8 能构成三角形，符合题意；

故 $x = 8$ ；

②当底边长 $x = 6$ 时，

$$\therefore 6 + 2y = 20,$$

$$\therefore y = 7;$$

三边长分别为 7, 7, 6 能构成三角形，符合题意；

故 $x = 6$ ；

综上所述， $x = 6$ 或 $x = 8$ ；

故答案为：6 或 8.

【点睛】此题考查等腰三角形的性质、三角形的构成与一元一次方程的应用，熟练掌握等腰三角形三边的关系与分类讨论是解答此题的关键.

12. 【答案】80 或 140##140或80

【解析】【分析】分两类情况分析：①当 $\angle A = \angle B = 40^\circ$ 时；②当 $\angle ACB = 40^\circ$ 时. 然后利用三角形的外角性质与邻补角的意义进行求解即可.

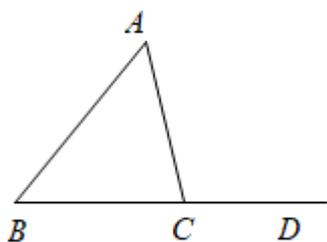
【详解】解：如图所示， $\angle ACD$ 是 $\angle ACB$ 的外角，

$$\text{①当 } \angle A = \angle B = 40^\circ \text{ 时， } \angle ACD = \angle A + \angle B = 80^\circ;$$

$$\text{②当 } \angle ACB = 40^\circ \text{ 时， } \angle ACD = 180^\circ - \angle ACB = 140^\circ;$$

$\therefore \angle ACB$ 的外角为 80° 或 140° ；

故答案为：80 或 140.



【点睛】此题考查三角形的外角性质，熟练掌握三角形的外角性质、邻补角的意义以及分类讨论的思想方法是解答此题的关键.

13. 【答案】 ± 6

【解析】【分析】利用完全平方公式的结构特征判断即可确定出 k 的值.

【详解】解： $\because a^2 + ka + 9$ 是一个完全平方式，

即 $a^2 \pm 2a \times 3 + 3^2$ 是一个完全平方式，

$$\therefore k = \pm 6$$

故答案为： ± 6

【点睛】本题考查了完全平方式，两数的平方和，再加上或减去他们乘积的 2 倍，就构成一个完全平方式，熟练掌握完全平方公式的特点是解题关键.

14. 【答案】1

【解析】【分析】利用多项式与多项式相乘，展开后合并同类项，再令含 x 的二次项系数为 0，求解即可.

【详解】解： $\because (x+m)(x^2-x+2)$

$$= x^3 - x^2 + 2x + mx^2 - mx + 2m$$

$$= x^3 + (m-1)x^2 + (2-m)x + 2m$$

\because 乘积中不含 x 的二次项，

$$\therefore m-1=0,$$

$$\therefore m=1;$$

故答案为：1.

【点睛】此题考查了多项式与多项式的乘积，熟练掌握多项式与多项式的乘法法则与合并同类项是解答此题的关键.

15. 【答案】 $90^\circ - \alpha$ 或 $-\alpha + 90^\circ$

【解析】【分析】连接 AE ， BD ，先证明 $\triangle ADC \cong \triangle CEB$ ，再证 $\triangle CDF \cong \triangle EBD$ ，可得到 $\triangle BDF$ 是等腰直角三角形，则 $\angle BFD = 45^\circ$ ，再证 $\triangle ADE \cong \triangle ECF$ ，得 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形，得 $\angle AFE = 45^\circ$ ，由 $\angle DFE = \angle BFD + \angle AFE - \angle AFB$ 可得到答案.

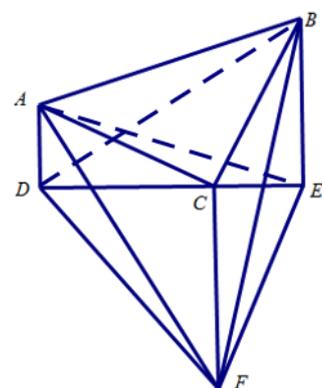
【详解】解：如图所示，连接 AE ， BD ，

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ,$$



$\because \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DAC = \angle BCE$,
 $\because AC = BC$, $\angle ADC = \angle CEB = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle ADC \cong \triangle CEB$ (AAS) ,
 $\therefore AD = CE$, $CD = BE$, $\angle ACD = \angle CBE$,
 $\therefore DE = CE + CD = AD + BE$,
 $\because CF = AD + BE$,
 $\therefore DE = CF$,
 $\because CF \perp DE$,
 $\therefore \angle BED = \angle DCF = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle CDF \cong \triangle EBD$ (SAS) ,
 $\therefore DF = BD$, $\angle CFD = \angle EDB$,
 $\therefore \angle BDF = \angle CDF + \angle EDB = \angle CDF + \angle CFD = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle BDF$ 是等腰直角三角形 ,
 $\therefore \angle BFD = 45^\circ$,
 $\because AD = CE$, $\angle ADE = \angle ECF = 90^\circ$, $DE = CF$,
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle ECF$ (SAS) ,
 $\therefore \angle AED = \angle EFC$, $AE = EF$,
 $\therefore \angle AEF = \angle CEF + \angle AED = \angle CEF + \angle EFC = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle AEF$ 是等腰直角三角形 ,
 $\therefore \angle AFE = 45^\circ$,
 $\because \angle AFB = \alpha$,
 $\therefore \angle DFE = \angle BFD + \angle AFE - \angle AFB = 45^\circ + 45^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha$.



【点睛】此题主要考查了全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的判定和性质，构造辅助线，证明三角形全等是解题的关键。

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao



16. 【答案】 $\frac{2}{3}$ 或 2 或 6

【解析】【分析】根据题意可分三种情况：①点 P 在 OA 上，点 Q 在 OB 上；②点 P 、 Q 都在 OA 上，③点 P 在 OB 上，点 Q 在点 A 处，可画出对应图形，利用全等三角形的性质求解即可。

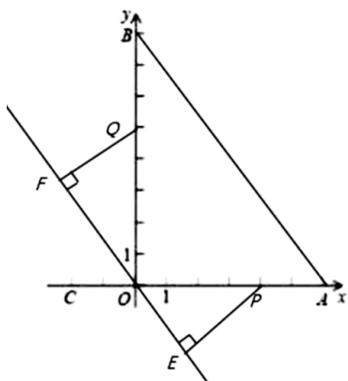
【详解】解：根据题意， $OA = 6$ ， $OB = 8$ ，

当点 P 运动到点 O 时， $t = 6 \div 2 = 3$ ，当点 P 运动到点 B 时， $t = (6+8) \div 2 = 7$ ，

点 Q 运动到点 O 时， $t = 8 \div 5 = \frac{8}{5}$ ，点 Q 运动到点 A 时， $t = (8+6) \div 5 = \frac{14}{5}$ 。

故可分三种情况：

①点 P 在 OA 上，点 Q 在 OB 上，如图，

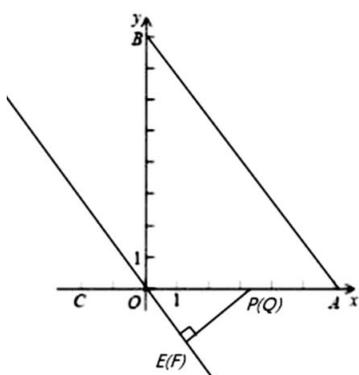


当 $\triangle OPE$ 与 $\triangle OQF$ 全等时 $OP = OQ$ ，

$$\because OP = 6 - 2t, OQ = 8 - 5t,$$

$$\therefore 6 - 2t = 8 - 5t, \text{ 解得: } t = \frac{2}{3};$$

②点 P 、 Q 都在 OA 上，如图，



当 $\triangle OPE$ 与 $\triangle OQF$ 全等时，点 P 、 Q 重合，即 $OP = OQ$ ，

$$\because OP = 6 - 2t, OQ = 5t - 8,$$

$$\therefore 6 - 2t = 5t - 8, \text{ 解得: } t = 2;$$

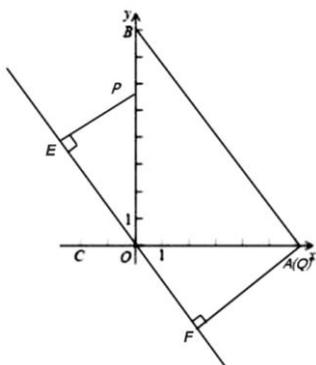
③点 P 在 OB 上，点 Q 在点 A 处，如图，

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

京中考在线
微信号: BJ_zkao



当 $\triangle OPE$ 与 $\triangle OQF$ 全等时 $OP = OA$,

则 $2t - 6 = 6$, 解得: $t = 6$,

综上, 满足条件的 t 值为 $\frac{2}{3}$ 或2或6,

故答案为: $\frac{2}{3}$ 或2或6.

【点睛】本题考查全等三角形的性质、坐标与图形、一元一次方程的应用, 理解题意, 利用数形结合和分类讨论思想解决动点问题是解答的关键.

三、解答题

17. 【答案】(1) $4x^4y^7$

(2) $-12x^3 - 4x^2y$

(3) $-m^2 + mn + 6n^2$

(4) $4m^2 - 2m + 1$

(5) $x^2 - y^2 + 6y - 9$

(6) $a^2 + 2ab - 2ac + b^2 - 2bc + c^2$

【解析】【分析】(1) 先算积的乘方, 再做单项式的乘法即可;

(2) 利用单项式乘多项式 法则计算即可;

(3) 利用多项式乘多项式的法则计算即可;

(4) 利用多项式除以单项式的法则计算即可;

(5) 变形后用完全平方公式展开即可;

(6) 变形后用完全平方公式展开即可.

【小问1详解】

解: $4x^2y \cdot (-xy^3)^2$

$= 4x^2y \cdot x^2y^6$

$= 4x^4y^7$;

【小问2详解】

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



解： $(-4x^2)(3x + y)$

$= -12x^3 - 4x^2y;$

【小问 3 详解】

解： $(m + 2n)(3n - m)$

$= 3mn - m^2 + 6n^2 - 2mn$

$= -m^2 + mn + 6n^2;$

【小问 4 详解】

解： $(12m^3 - 6m^2 + 3m) \div 3m$

$= 4m^2 - 2m + 1;$

【小问 5 详解】

解： $(x + y - 3)(x - y + 3)$

$= [x + (y - 3)][x - (y - 3)]$

$= x^2 - (y - 3)^2$

$= x^2 - y^2 + 6y - 9;$

【小问 6 详解】

解： $(a + b - c)^2$

$= [a + (b - c)]^2$

$= a^2 + 2a(b - c) + (b - c)^2$

$= a^2 + 2ab - 2ac + b^2 - 2bc + c^2.$

【点睛】此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算法则以及乘法公式是解题的关键。

18. 【答案】12

【解析】【分析】将代数式应用完全平方公式和平方差公式展开后合并同类项，将 $x^2 - 4x = 1$ 整体代入求值。

【详解】解： $\because x^2 - 4x - 1 = 0, \therefore x^2 - 4x = 1.$

$\therefore (2x - 3)^2 - (x + y)(x - y) - y^2$

$= 4x^2 - 12x + 9 - x^2 + y^2 - y^2$

$= 3x^2 - 12x + 9$

$= 3(x^2 - 4x) + 9$

$= 3 \times 1 + 9$

$= 12.$

19. 【答案】(1) 答案见详解;



(2) 答案见详解; (3) 答案见详解;

(4) 8.

【解析】【分析】(1) 用刻度尺确定边 BC 的中点 D , 连接 AD 即可;

(2) 利用量角器量出 $\angle ADB$ 的度数, 再求 $\frac{1}{2}\angle ADB$ 度数, 确定 $\angle ADB$ 的平分线交 AB 于点 M , 则 DM 即为所求;

(3) 过点 C 作 $CN \perp AD$ 交 AD 延长线于 N , 则 CN 即为所求;

(4) 根据已知列式计算即可.

【小问 1 详解】

解: 如下图所示,

线段 AD 即为所求的 $\triangle ABC$ 的中线;

【小问 2 详解】

解: 如下图所示,

线段 DM 即为所求的 $\triangle ABD$ 的角平分线;

【小问 3 详解】

解: 如下图所示,

线段 CN 即为 $\triangle ACD$ 的高线;

【小问 4 详解】

解: $\because C_{\triangle ADC} - C_{\triangle ADB} = 3$,

$\therefore AC + AD + CD - AD - BD - AB = 3$,

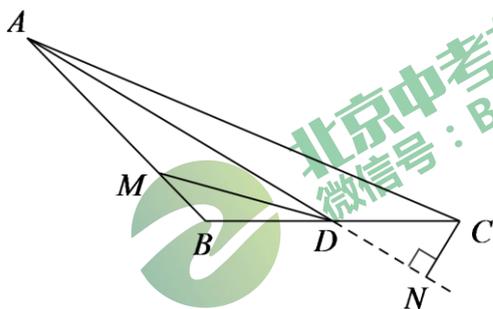
$\therefore CD = BD$,

$\therefore AC - AB = 3$,

$\therefore AB = 5$,

$\therefore AC = 8$.

故答案为: 8.



【点睛】此题考查了三角形的中线、角平分线、高线的作法, 三角形的周长等知识, 熟练掌握三角形的中线、角平分线与高线的作图方法是解答此题的关键.

20. 【答案】(1) ②③④; (2) 添加条件 $\angle ACB = \angle DFE$, 理由详见解析.

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



【解析】【分析】(1) 由全等三角形的判定方法即可得出答案；

(2) 答案不唯一，添加条件 $\angle ACB = \angle DFE$ ，证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)；即可得出 $\angle A = \angle D$ 。

【详解】解：(1) ①在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $BC = EF$ ， $AC = DF$ ， $\angle B = \angle E$ ，

不能判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等；

② $\because BF = CE$ ，

$\therefore BF + CF = CE + CF$ ，

即 $BC = EF$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，
$$\begin{cases} AC = DF \\ \angle ACB = \angle DFE, \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)；

③在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，
$$\begin{cases} AC = DF \\ BC = EF, \\ AB = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)；

④ $\because AC \parallel DF$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle DFE$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，
$$\begin{cases} AC = DF \\ \angle ACB = \angle DFE, \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)；

故答案为：②③④；

(2) 答案不唯一，添加条件 $\angle ACB = \angle DFE$ ，理由如下：

$\because BF = EC$ ，

$\therefore BF + CF = EC + CF$ ，

$\therefore BC = EF$ 。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，
$$\begin{cases} AC = DF \\ \angle ACB = \angle DFE, \\ BC = EF \end{cases}$$

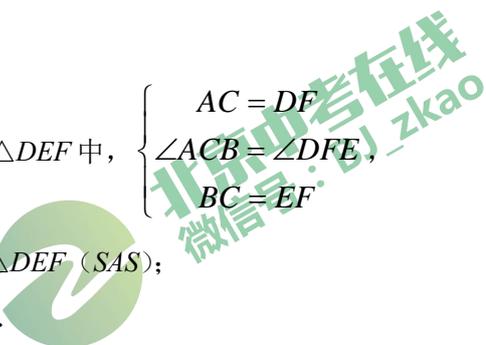
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)；

$\therefore \angle A = \angle D$ 。

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质等知识；熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键。

21. 【答案】(1) 图见解析

(2) $BD = AC$ ， $BD \perp AC$ ，理由见解析



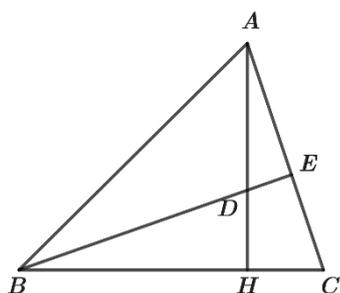


【解析】【分析】(1) 根据题设描述补全图形即可；

(2) 证明 $\triangle AHC \cong \triangle BHD$ 得到 $AC = BD$, $\angle ACH = \angle BDH$, 进而可证明 $\angle AEB = 90^\circ$ 即可得出结论.

【小问 1 详解】

解: 补全图形如图所示:



【小问 2 详解】

解: $BD = AC$, $BD \perp AC$. 理由:

$\because AH \perp BC$ 于点 H , $\angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle AHB = \angle AHC = 90^\circ$, $\angle BAH = 90^\circ - \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle ABH = \angle BAH$,

$\therefore AH = BH$,

$\therefore DH = CH$, $\angle AHC = \angle BHD = 90^\circ$

$\therefore \triangle AHC \cong \triangle BHD (SAS)$,

$\therefore AC = BD$, $\angle ACH = \angle BDH$

$\because \angle BDH = \angle ADE$,

$\therefore \angle ACH = \angle ADE$,

$\because \angle ACH + \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADE + \angle DAE = 90^\circ$

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore BD \perp AC$.

【点睛】 本题考查等腰三角形的判定、全等三角形的判定与性质、垂直定义, 证明 $\triangle AHC \cong \triangle BHD$ 是关键.

22. 【答案】(1) $(m+2n)(2m+n) = 2m^2 + 2n^2 + 5mn$

(2) 8 (3) 36

【解析】【分析】(1) 根据图象分别用两种方法表示出大长方形的面积即可求解;

(2) 根据题意用正方形 $ABCD$ 的面积加上正方形 $ECGF$ 的面积减去 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BGF$ 面积求解即可;

(3) 由题意可得 $mn = 6$, $2m^2 + 2n^2 = 48$, 进而得到 $m + n = 6$, 然后表示出所有裁剪线 (虚线部分) 的长度之和, 进而求解即可.

【小问 1 详解】

大长方形的面积可以表示为 $(m+2n)(2m+n)$,





大长方形的面积还可以表示为 $2m^2 + 2n^2 + 5mn$,

$$\therefore (m+2n)(2m+n) = 2m^2 + 2n^2 + 5mn$$

故答案为: $(m+2n)(2m+n) = 2m^2 + 2n^2 + 5mn$;

【小问 2 详解】

$$S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}ABCD} + S_{\text{正方形}ECGF} - S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BGF}$$

$$= a^2 + b^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b(a+b)$$

$$= \frac{1}{2}a^2 + b^2 - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}b^2$$

$$= \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}ab$$

$$= \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + 2ab - 3ab)$$

$$= \frac{1}{2}(a+b)^2 - \frac{3}{2}ab$$

$$\because a+b=5, ab=3,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{2} \times 5^2 - \frac{3}{2} \times 3 = \frac{25}{2} - \frac{9}{2} = 8;$$

【小问 3 详解】

\because 每块小长方形的面积为 6, 四个正方形的面积之和为 48,

$$\therefore mn = 6, 2m^2 + 2n^2 = 48$$

$$\therefore (m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 = 24 + 12 = 36$$

$$\because m+n > 0$$

$$\therefore m+n = 6$$

$$\therefore \text{裁剪线长为 } 2(2m+n) + 2(m+2n) = 6m + 6n = 36$$

\therefore 图中所有裁剪线(虚线部分)长之和为 36 cm

【点睛】此题考查整式的混合运算, 掌握基本平面图形的面积计算方法是解决问题的关键.

23. 【答案】7

【解析】【分析】过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F , 根据 AAS 可证明 $\triangle ACD \cong \triangle AFD$ 得 $DE = CD = 2, AF = AC$, 再根据 HL 证明 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle AEF$ 得 $EF = BC = BD + DC = 5$, 从而可求出 DE 的长.

【详解】解: 过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F , 如图,

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

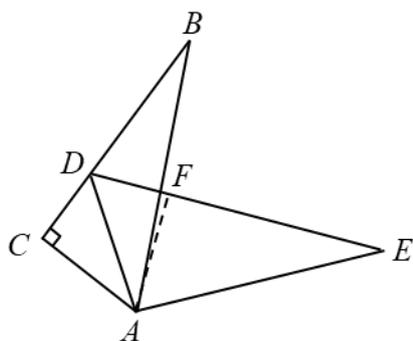


北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



$$\therefore \angle AFD = \angle AFE = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle AFE = \angle ACB;$$

$$\because CD = 2, \quad BD = 3,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 3 + 2 = 5.$$

$\because DA$ 平分 $\angle CDE$,

$$\therefore \angle ADC = \angle ADF$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle AFD$ 中

$$\begin{cases} \angle AFD = \angle ACD \\ \angle ADC = \angle ADF \\ AD = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AFD \text{ (AAS)}$$

$$\therefore DE = CD = 2, \quad AF = AC,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中,

$$\begin{cases} AC = AF \\ AB = AE \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle AEF \text{ (HL)},$$

$$\therefore EF = BC = 5,$$

$$\therefore DE = DF + EF = 2 + 5 = 7.$$

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质，正确作出辅助线构造全等三角形是解答本题的关键。

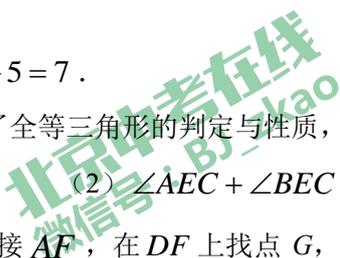
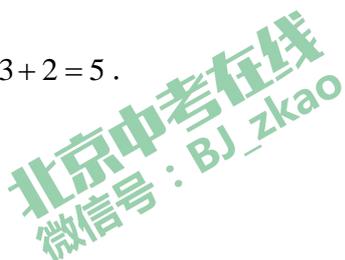
24. **【答案】** (1) 见解析 (2) $\angle AEC + \angle BEC = 45^\circ$ ，证明见解析

【解析】 **【分析】** (1) 连接 AF ，在 DF 上找点 G ，使得 $EG = ED$ ，利用等腰三角形的性质和判定得到条件，证明 $\triangle EGF \cong \triangle BCF$ ，即可得到结论；

(2) 证明 $\triangle CAD \cong \triangle BAE$ (SAS)，再证得 $\angle DEC = \angle DEA + \angle AEC = 45^\circ + \angle AEC$ ，得到 $45^\circ + \angle AEC + \angle BEC = 90^\circ$ ，结论得证。

【小问 1 详解】

证明：如图 1，连接 AF ，在 DF 上找点 G ，使得 $EG = ED$ ，



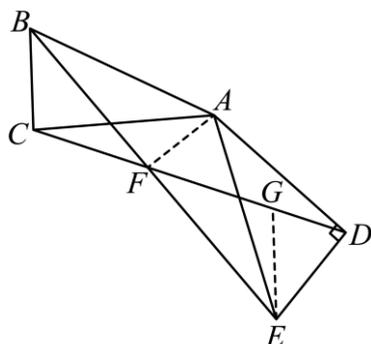


图1

$$\because BC = ED,$$

$$\therefore BC = EG,$$

$$\because \angle BAC = \angle EAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle CAE = \angle EAD + \angle CAE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD,$$

$$\because AB = AE, AC = AD,$$

$\therefore \triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 都是等腰三角形,

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle CAD), \quad \angle ABE = \angle AEB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAE),$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC = \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\because EG = ED,$$

$\therefore \triangle DEG$ 是等腰三角形,

$$\because \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EGD = \angle EDG = \angle ADE - \angle ADC = 90^\circ - \angle ADC,$$

$$\therefore \angle EGF = 180^\circ - \angle EGD = 180^\circ - (90^\circ - \angle ADC) = 90^\circ + \angle ADC,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ + \angle ADC,$$

$$\therefore \angle EGF = \angle BCF,$$

在 $\triangle EGF$ 和 $\triangle BCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle EGF = \angle BCF \\ \angle EFG = \angle BFC, \\ EG = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EGF \cong \triangle BCF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore FB = FE.$$

【小问 2 详解】

$\angle AEC + \angle BEC = 45^\circ$, 证明如下:

如图 2,



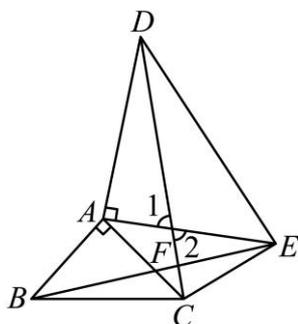


图2

$\because \angle EAD = \angle CAB = 90^\circ,$
 $\therefore \angle EAD + \angle EAC = \angle CAB + \angle EAC,$
 $\therefore \angle CAD = \angle BAE,$

在 $\triangle CAD$ 和 $\triangle BAE$ 中,

$$\begin{cases} AD = AE \\ \angle CAD = \angle BAE, \\ AC = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle CAD \cong \triangle BAE$ (SAS),

$\therefore \angle ADC = \angle AEB, CD = BE,$

$\because \angle 1 = \angle 2, \angle 1 + \angle ADC = 90^\circ,$

$\therefore \angle 2 + \angle AEB = 90^\circ,$

$\therefore \angle EFD = 90^\circ,$

$\therefore \angle CFE = 90^\circ,$

$\therefore \angle DCE + \angle BEC = 90^\circ,$

$\because DE = BE,$

$\therefore DE = CD = BE,$

$\therefore \angle DCE = \angle DEC,$

$\therefore \angle DEC + \angle BEC = 90^\circ,$

$\because \angle DEC = \angle DEA + \angle AEC = 45^\circ + \angle AEC,$

$\therefore 45^\circ + \angle AEC + \angle BEC = 90^\circ,$

$\therefore \angle AEC + \angle BEC = 45^\circ.$

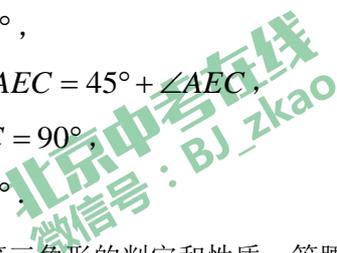
【点睛】 此题考查了全等三角形的判定和性质、等腰三角形的判定和性质等知识，证明 $\triangle EGF \cong \triangle BCF$ 和 $\triangle CAD \cong \triangle BAE$ 是解题的关键。

第二部分

25. 【答案】(1) $3(x+2)^2 - 13$

(2) -1

(3) 代数式的最小值为 2017，此时 $x = -2, y = -3$





【解析】【分析】(1) 仿照例子配方求解即可；

(2) 给 a 、 b 分别配方后，利用非负性求出 a 、 b 即可求解；

(3) 根据代数式结构进行配方，再利用非负性求解最值即可。

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & 3x^2 + 12x - 1 \\ &= 3(x^2 + 4x + 4) - 13 \\ &= 3(x+2)^2 - 13, \end{aligned}$$

故答案为: $3(x+2)^2 - 13$;

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & \because 4a^2 + 4(a-b) + b^2 + 5 \\ &= 4a^2 + 4a + 1 + b^2 - 4b + 4 \\ &= (2a+1)^2 + (b-2)^2, \\ &\therefore (2a+1)^2 + (b-2)^2 = 0, \text{ 又 } (2a+1)^2 \geq 0, (b-2)^2 \geq 0, \\ &\therefore 2a+1=0, b-2=0, \\ \text{解得: } & a = -\frac{1}{2}, b = 2, \end{aligned}$$

$$\therefore ab = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = -1,$$

故答案为: -1 ;

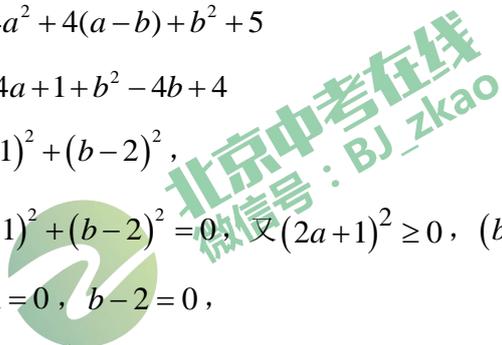
【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & 2x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + 2022 \\ &= y^2 + 2y - 2xy + 2x^2 + 2x + 2022 \\ &= y^2 + 2(1-x)y + (1-x)^2 - (1-x)^2 + 2x^2 + 2x + 2022 \\ &= (y+1-x)^2 + x^2 + 4x - 1 + 2022 \\ &= (y+1-x)^2 + (x+2)^2 + 2017, \\ &\therefore (y+1-x)^2 \geq 0, (x+2)^2 \geq 0, \end{aligned}$$

\therefore 当 $y+1-x=0$ 且 $x+2=0$ 时, $(y+1-x)^2 + (x+2)^2 + 2017$ 有最小值, 最小值为 2017, 此时 $x = -2, y = -3$,

即代数式 $2x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + 2022$ 的最小值为 2017, 此时 $x = -2, y = -3$.

【点睛】本题考查配方法的应用, 灵活运用完全平方公式, 会利用平方式的非负性求解是解答的关键.





26. 【答案】(1) $\frac{3}{2}$; $AD = BD + CD$;

(2) $\frac{1}{3}$.

【解析】 【分析】(1) 问题 1: 过 D 作 $DM \perp AB$ 于 M , $DN \perp AC$ 于 N , 再证 $\triangle AMD \cong \triangle AND$, 得 $DM = DN$, 然后通过计算 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的面积比即可得出答案;

问题 2: 在 DA 上截取 $DE = DC$, 构造等边三角形 CDE , 再证明 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$, 从而得出答案;

(2) 先证明 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$ (SAS), 得 $\angle AFB = 60^\circ$, 然后直接利用问题 1 与问题 2 的结论即可求解.

【小问 1 详解】

问题 1:

解: 如图 1, 过 D 作 $DM \perp AB$ 于 M , $DN \perp AC$ 于 N , 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于 H ,

$$\therefore \angle AMD = \angle AND = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD, AD = AD,$$

$$\therefore \triangle AMD \cong \triangle AND (AAS)$$

$$\therefore DM = DN,$$

$$\text{又} \because S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} BD \cdot AH = \frac{1}{2} AB \cdot DM,$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot AH = \frac{1}{2} AC \cdot DN,$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore AB = 3, AC = 2,$$

$$\therefore BD : CD = 3 : 2 = \frac{3}{2};$$

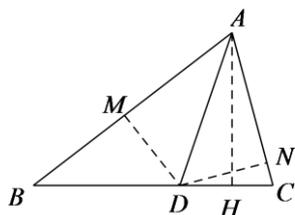


图1

问题 2:

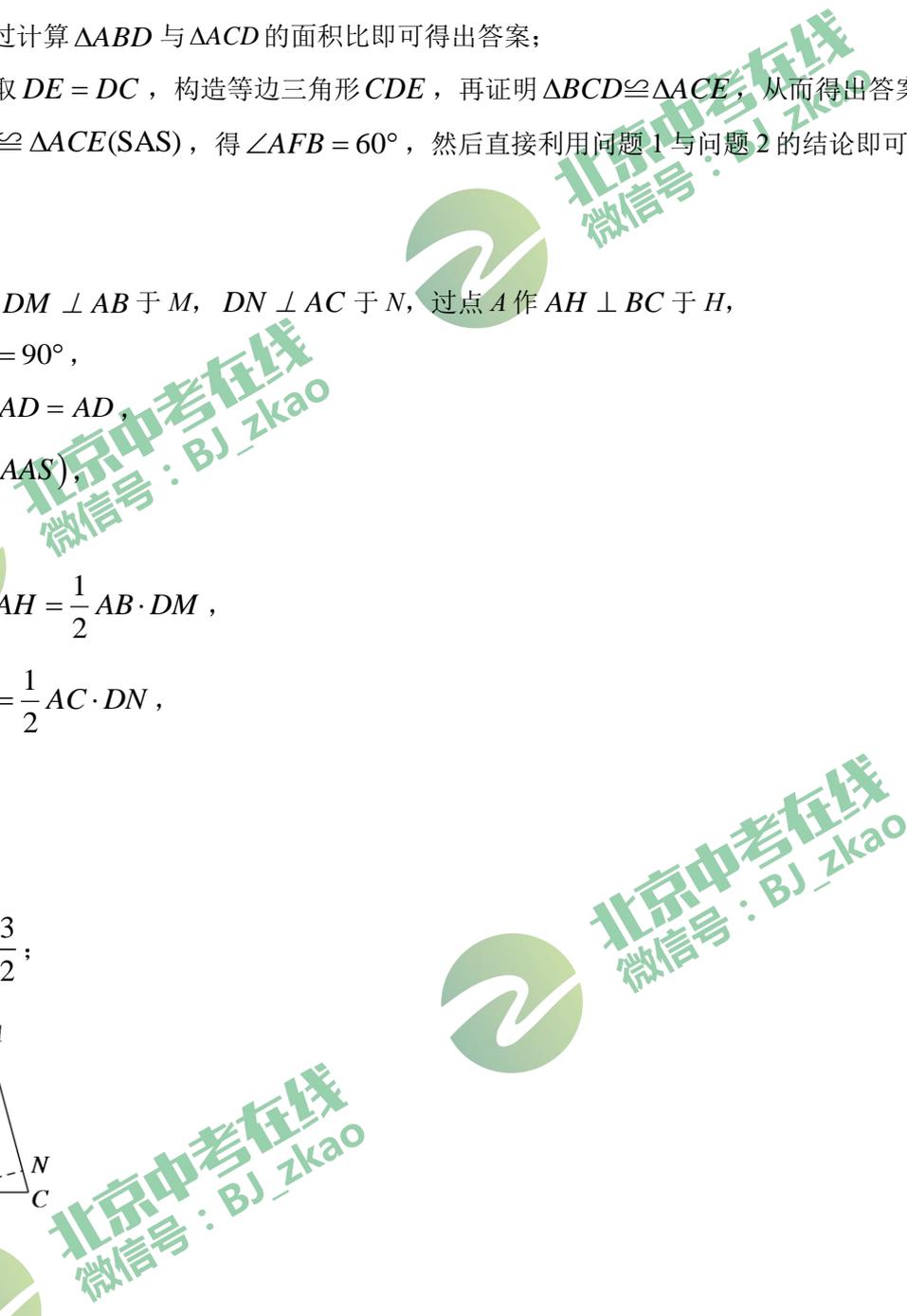
解: $AD = CD + BD$; 理由如下:

如图 2 所示, 在 DA 上截取 $DE = DC$,

$$\therefore \angle ADC = 60^\circ,$$

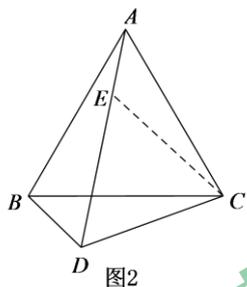
$\therefore \triangle DCE$ 为等边三角形,

$$\therefore CD = CE, \angle DCE = 60^\circ,$$



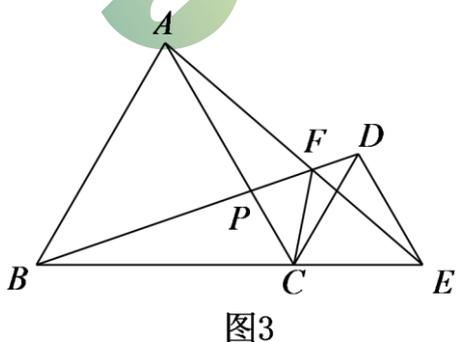


$\therefore \angle DCE = \angle ACB$,
 $\therefore \angle DCB = \angle ECA$,
 又 $\because AC = BC, CD = CE$,
 $\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE(SAS)$,
 $\therefore BD = AE$, $\angle BDC = \angle AEC = 120^\circ$,
 $\therefore \angle BDA = 60^\circ$,
 $\therefore AD = AE + DE = BD + CD$,
 即 $AD = BD + CD$;



【小问2详解】

解: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形, 且 B, C, E 三点共线,



$\therefore AC = BC, CE = CD, \angle ACB = \angle DCE$,
 $\therefore \angle BCD = \angle ACE$,
 $\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE(SAS)$,
 $\therefore \angle DBC = \angle EAC$,
 又 $\angle APF = \angle BPC$,
 $\therefore \angle AFB = \angle ACB = 60^\circ$,
 由问题 2 的结论可知: $BF = AF + CF$ 即 $BF = a + c$,
 同理, 可得 $EF = CF + FD$ 即 $EF = b + c$,
 由问题 2 中证明过程可知: $\angle AFB = \angle BFC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BFC = \angle CFE = 60^\circ$,
 由问题 1 的结论可知: $\frac{BF}{EF} = \frac{BC}{CE} = 2$,





$$\therefore \frac{a+c}{b+c} = 2,$$

$$\therefore a-2b=c,$$

$$\therefore \frac{a-2b}{3c} = \frac{c}{3c} = \frac{1}{3}.$$

【点睛】此题考查了全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，全等三角形的探究与应用，通过全等三角形的研究得到两个新的结论，然后运用这两个新的结论去解决问题是解答此题的难点和关键.



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao