



学校_____ 班级_____ 姓名_____ 考号_____

考
生
须
知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1. 如果代数式 $\frac{2}{x-5}$ 有意义，那么实数 x 的取值范围是

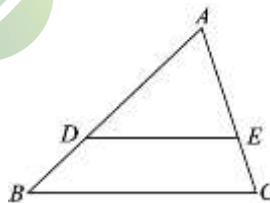
- (A) $x=5$ (B) $x \neq 5$ (C) $x < 5$ (D) $x > 5$

2. 目前世界上已知最小的动物病毒的最大颗粒的直径约有 0.000 000 023 米. 将 0.000 000 023 用科学记数法表示应为

- (A) 2.3×10^{-8} (B) 2.3×10^{-9}
(C) 0.23×10^{-8} (D) 23×10^{-9}

3. 如图， $\angle B=43^\circ$ ， $\angle ADE=43^\circ$ ， $\angle AED=72^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为

- (A) 72°
(B) 65°
(C) 50°
(D) 43°



4. 下列安全图标中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

5. 下列抽样调查最合理的是



- (A) 了解某小区居民的消防常识, 对你所在班级的同学进行调查
- (B) 了解某市垃圾分类的宣传情况, 对该市的所有学校进行调查
- (C) 了解某校学生每天的平均睡眠时间, 对该校学生周末的睡眠时间进行调查
- (D) 了解某市第一季度的空气质量情况, 对该市第一季度随机抽取 30 天进行调查

6. 一个正多边形的内角和为 1080° , 则这个正多边形的每一个外角的度数为

- (A) 30°
- (B) 45°
- (C) 60°
- (D) 72°

7. 一个圆锥的侧面展开图是圆心角为 120° , 半径为 3 的扇形, 这个圆锥的底面圆的半径为

- (A) π
- (B) 3
- (C) 2
- (D) 1

8. 为了解某校学生每周课外阅读时间的情况, 随机抽取该校 a 名学生进行调查, 获得的数据整理后绘制成统计表如下:

每周课外阅读时间 x (小时)	$0 \leq x < 2$	$2 \leq x < 4$	$4 \leq x < 6$	$6 \leq x < 8$	$x \geq 8$	合计
频数	8	17	b		15	a
频率	0.08	0.17		c	0.15	1

表中 $4 \leq x < 6$ 组的频数 b 满足 $25 \leq b \leq 35$. 下面有四个推断:

- ①表中 a 的值为 100;
- ②表中 c 的值可以为 0.31;
- ③这 a 名学生每周课外阅读时间的中位数一定不在 $6 \sim 8$ 之间;
- ④这 a 名学生每周课外阅读时间的平均数不会超过 6.

所有合理推断的序号是

- (A) ①②
- (B) ③④
- (C) ①②③
- (D) ②③④

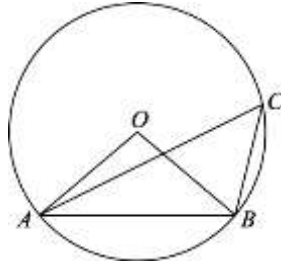
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 3 的相反数是_____.

10. 分解因式: $3m^2 + 6m + 3 =$ _____.

11. 在一个不透明的袋子里有 1 个黄球, 2 个白球, 3 个红球, 这些球除颜色外无其他差别, 从袋子中随机取出一个球是白球的概率是_____.

12. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle ACB = 50^\circ$, 则 $\angle ABO =$ _____ $^\circ$.



第 12 题图



第 13 题图



13. 利用热气球探测建筑物高度 (如图所示), 热气球与建筑物的水平距离 $AD=100\text{m}$, 则这栋建筑物的高度 BC 约为 _____ m ($\sqrt{2} \approx 1.4, \sqrt{3} \approx 1.7$, 结果保留整数).

14. 若一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象可以由 $y=2x$ 的图象平移得到, 且经过点 $(0, 1)$, 则这个一次函数的表达式为 _____.

15. 用一组 a, b 的值说明命题“若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$ ”是假命题, 这组值可以是 $a=$ _____, $b=$ _____.

16. 甲、乙、丙三人进行乒乓球单打训练, 每局两人进行比赛, 第三个人做裁判, 每一局都要分出胜负, 胜方和原来的裁判进行新一局的比赛, 输方转做裁判, 依次进行. 半天训练结束时, 发现甲共当裁判 4 局, 乙、丙分别打了 9 局、14 局比赛, 在这半天的训练中, 甲、乙、丙三人共打了 _____ 局比赛, 其中第 7 局比赛的裁判是 _____.

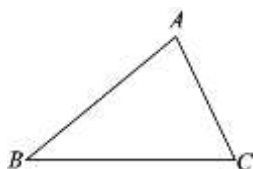
三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分; 第 23-26 题, 每小题 6 分; 第 27-28 题, 每小题 7 分)

17. 计算: $\sqrt{12} + (\sqrt{5} - 2)^0 - (\frac{1}{3})^{-1} + \tan 60^\circ$.

18. 解不等式 $2 - 3x \geq 2(x - 4)$, 并把它的解集在数轴上表示出来.

19. 先化简再求值: $(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1}) \cdot \frac{x-1}{x}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

20.已知：如图， $\triangle ABC$ 为锐角三角形， $AB > AC$.



求作： BC 边上的高 AD .

作法：①以点 A 为圆心， AB 长为半径画弧，交 BC 的延长线于点 E ；

②分别以点 B, E 为圆心，以 AB 长为半径画弧，两弧相交于点 F (不与点 A 重合)；

③连接 AF 交 BC 于点 D .

线段 AD 就是所求作的线段.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形(保留作图痕迹)；

(2) 完成下面的证明.

证明：连接 AE, EF, BF .

$\because AB = AE = EF = BF,$

\therefore 四边形 $ABFE$ 是_____ (_____) (填推理依据).

$\therefore AF \perp BE.$

即 AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高.

21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+1)x + m = 0$.

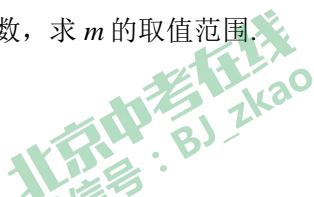
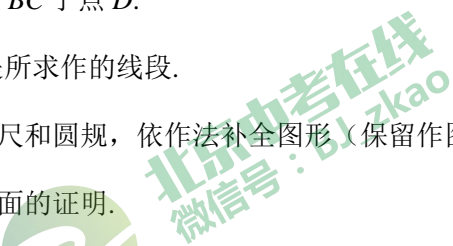
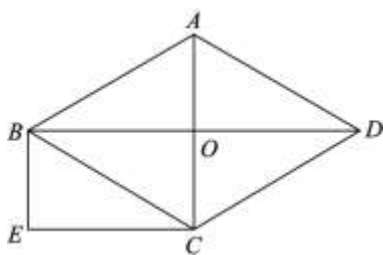
(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程有一个根为负数，求 m 的取值范围.

22. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， AC, BD 相交于点 O ，过 B, C 两点分别作 AC, BD 的平行线，相交于点 E .

(1) 求证：四边形 $BOCE$ 是矩形；

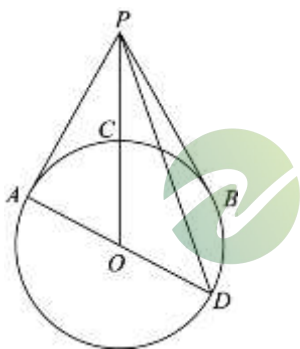
(2) 连接 EO 交 BC 于点 F ，连接 AF ，若 $\angle ABC = 60^\circ, AB = 2$ ，求 AF 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $A(2, 2)$ 作 x 轴, y 轴的垂线, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 4)$ 的图象分别交于点 B, C , 直线 AB 与 x 轴相交于点 D .
- (1) 当 $k = -4$ 时, 求线段 AC, BD 的长;
 - (2) 当 $AC < 2BD$ 时, 直接写出 k 的取值范围.

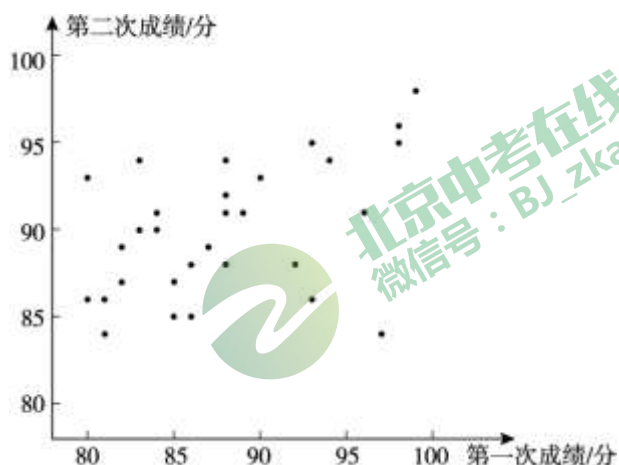
24. 如图, PA 与 $\odot O$ 相切于点 A , 点 B 在 $\odot O$ 上, $PA = PB$.

- (1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) AD 为 $\odot O$ 的直径, $AD = 2$, PO 与 $\odot O$ 相交于点 C , 若 C 为 PO 的中点, 求 PD 的长.



25. 为进一步增强中小学生“知危险会避险”的意识, 某校初三年级开展了系列交通安全知识竞赛, 从中随机抽取 30 名学生两次知识竞赛的成绩 (百分制), 并对数据 (成绩) 进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

- a. 这 30 名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分情况统计图:



- b. 下表是这 30 名学生两次知识竞赛的获奖情况相关统计:

	参与奖	优秀奖	卓越奖
--	-----	-----	-----

第一次竞赛	人数	10	10	10
	平均分	82	87	95
第二次竞赛	人数	2	12	16
	平均分	84	87	93

(规定：分数 ≥ 90 ，获卓越奖； $85 \leq$ 分数 < 90 ，获优秀奖；分数 < 85 ，获参与奖)

c. 第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下：

90 90 91 91 91 91 92 93 93 94 94 94 95 95 96 98

d. 两次竞赛成绩样本数据的平均数、中位数、众数如下表：

	平均数	中位数	众数
第一次竞赛	m	87.5	88
第二次竞赛	90	n	91

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 小松同学第一次竞赛成绩是 89 分，第二次竞赛成绩是 91 分，在图中用“o”圈出代表小松同学的点；
- (2) 直接写出 m ， n 的值；
- (3) 可以推断出第___次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高，理由是_____。

26. 在正方形 $ABCD$ 中，将线段 DA 绕点 D 旋转得到线段 DP (不与 BC 平行)，直线 DP 与直线 BC 相交于点 E ，直线 AP 与直线 DC 相交于点 F 。

- (1) 如图 1，当点 P 在正方形内部，且 $\angle ADP = 60^\circ$ 时，求证： $DE + CE = DF$ ；
- (2) 当线段 DP 运动到图 2 位置时，依题意补全图 2，用等式表示线段 DE ， CE ， DF 之间的数量关系，并证明。

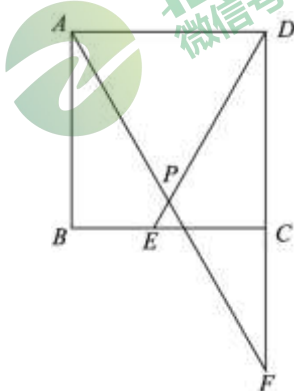


图 1

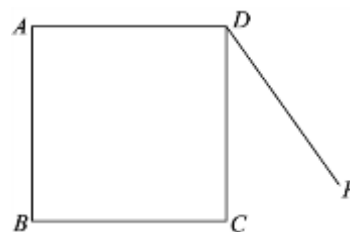


图 2



27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 为抛物线 $y = ax^2 - 2ahx + ah^2 + 1 (a < 0)$ 上的两点.

(1) 当 $h=1$ 时, 求抛物线的对称轴;

(2) 若对于 $0 \leq x_1 \leq 2$, $4-h \leq x_2 \leq 5-h$, 都有 $y_1 \geq y_2$, 求 h 的取值范围.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于图形 Q 和 $\angle P$, 给出如下定义: 若图形 Q 上的所有的点都在 $\angle P$ 的内部或 $\angle P$ 的边上, 则 $\angle P$ 的最小值称为点 P 对图形 Q 的可视度. 如图 1, $\angle AOB$ 的度数为点 O 对线段 AB 的可视度.

(1) 已知点 $N(2, 0)$, 在点 $M_1(0, \frac{2}{3}\sqrt{3})$, $M_2(1, \sqrt{3})$, $M_3(2, 3)$ 中, 对线段 ON 的可视度为 60° 的点是 _____.

(2) 如图 2, 已知点 $A(-2, 2)$, $B(-2, -2)$, $C(2, -2)$, $D(2, 2)$, $E(0, 4)$.

① 直接写出点 E 对四边形 $ABCD$ 的可视度为 _____ $^\circ$;

② 已知点 $F(a, 4)$, 若点 F 对四边形 $ABCD$ 的可视度为 45° , 求 a 的值.

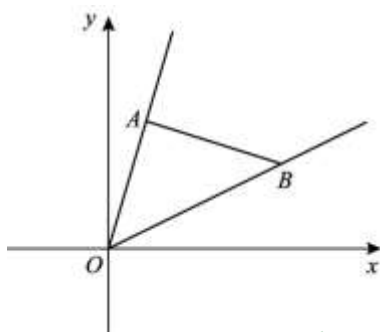


图 1

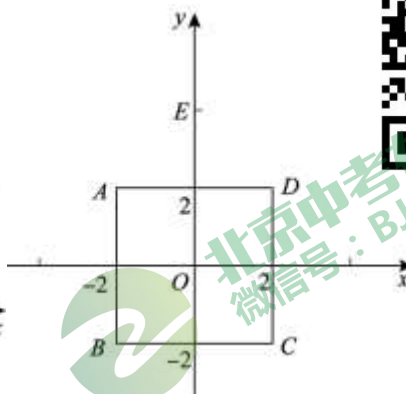


图 2



2021 北京朝阳初三二模数学

参考答案



一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	A	C	D	B	D	A

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	9	10	11	12
答案	-3	$3(m+1)^2$	$\frac{1}{3}$	40
题号	13	14	15	16
答案	270	$y = 2x + 1$	答案不惟一, 如: $a = -1, b = 0$	19, 乙

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分; 第 23-26 题, 每小题 6 分; 第 27-28 题, 每小题 7 分)

17. 解: 原式 = $2\sqrt{3} + 1 - 3 + \sqrt{3}$ 4 分

= $3\sqrt{3} - 2$ 5 分

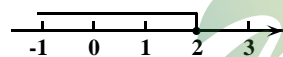
18. 解: $2 - 3x \geq 2x - 8$ 1 分

$-2x - 3x \geq -2 - 8$ 2 分

$-5x \geq -10$ 3 分

$x \leq 2$ 4 分

不等式的解集在数轴上表示如下:



..... 5 分

19. 解: $(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1}) \cdot \frac{x-1}{x}$

= $\frac{x-1+1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x}$ 3 分

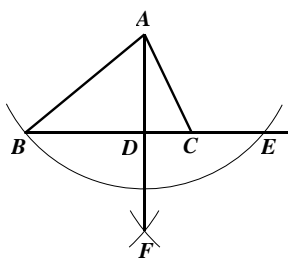
= $\frac{1}{x+1}$ 4 分

$\therefore x = \sqrt{2} - 1,$

$\therefore \text{原式} = \frac{\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 5 \text{分}$



20. (1) 依作法补全图形, 如下图.



$\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) 菱形 $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

四条边相等的四边形是菱形 $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

21. (1) 证明: $\Delta = (m+1)^2 - 4m \dots\dots\dots 1 \text{分}$

$= (m-1)^2 \dots\dots\dots 2 \text{分}$

$\therefore (m-1)^2 \geq 0,$

\therefore 方程总有两个实数根 $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) 解: $\therefore x = \frac{m+1 \pm (m-1)}{2},$

$\therefore x_1 = m, x_2 = 1 \dots\dots\dots 4 \text{分}$

\therefore 方程有一个根为负数,

$\therefore m < 0 \dots\dots\dots 5 \text{分}$

22. (1) 证明: $\therefore BE \parallel AC, EC \parallel BD,$

\therefore 四边形 $BOCE$ 是平行四边形 $\dots\dots\dots 1 \text{分}$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形,

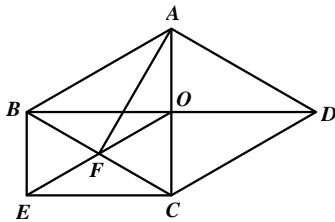
$\therefore AC \perp BD \dots\dots\dots 2 \text{分}$

$\therefore \angle BOC = 90^\circ.$

\therefore 四边形 $BOCE$ 是矩形 $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) 解: \therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 60^\circ,$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形 $\dots\dots\dots 4 \text{分}$



∵ 四边形 $BOCE$ 是矩形,

$$\therefore BF = \frac{1}{2} AB.$$

∴ $\angle AFB = 90^\circ$.

∵ $AB = 2$,

$$\therefore AF = \sqrt{3} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



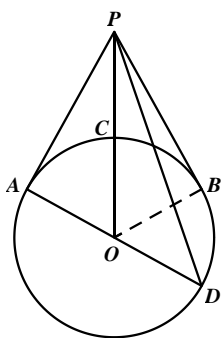
北京中考在线
微信号: BJ_zkao

23. 解: (1) 当 $k = -4$ 时, $B(2, -2)$, $C(-2, 2)$, $D(2, 0)$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\therefore AC = 4, BD = 2. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) $k < -4$ 或 $\frac{4}{3} < k < 4$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

24. (1) 证明: 连接 OB .



∵ PA 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle PAO = 90^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

∵ 点 B 在 $\odot O$ 上,

$$\therefore AO = BO.$$

$$\therefore PA = PB, PO = PO,$$

$$\therefore \triangle APO \cong \triangle BPO. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle PBO = \angle PAO = 90^\circ.$$

$$\therefore PB \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: ∵ AD 是 $\odot O$ 的直径, $AD = 2$,

$$\therefore OA = 1. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

∵ C 为 PO 的中点,

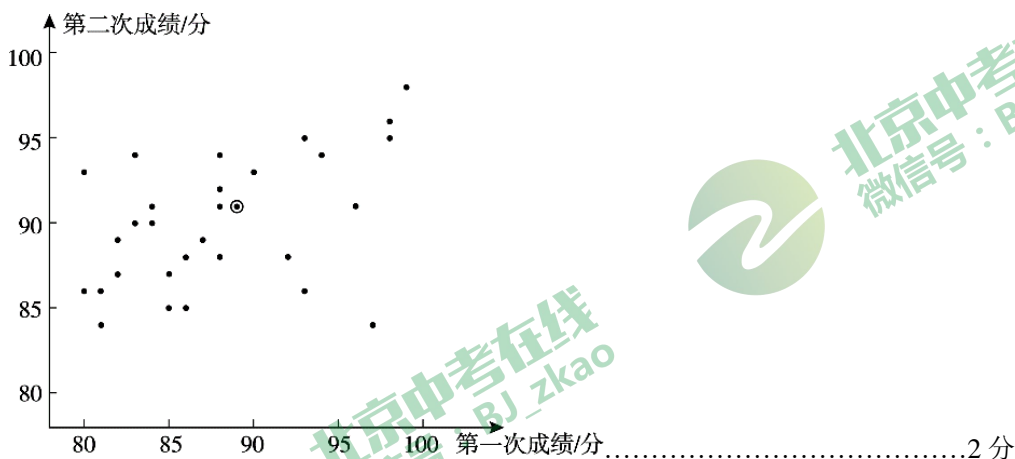
∴ PO=2.

∴ PA=√35 分

∴ 在 Rt△PAD 中, 由勾股定理可得 PD=√76 分



25.解: (1) 如图所示.



(2) 88, 90. 4 分

(3) 二, 理由需支持推断. 6 分

26. (1) 证明: 设 AB=a.

∵ 四边形 ABCD 是正方形,

∴ AD=CD=a.

∵ DA=DP, ∠ADP=60°,

∴ △APD 是等边三角形.

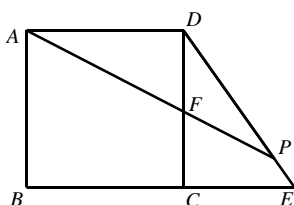
∴ ∠PAD=60°.

∴ 在 Rt△ADF 中, DF=√3a.1 分

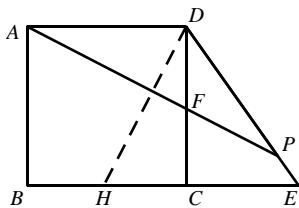
在 Rt△DCE 中, CE=√3/3 a, DE=2√3/3 a.

∴ DE+CE=DF.2 分

(2) 依题意补全图形, 如图所示.



.....3 分



证明：作 $DH \perp AP$ 交 BC 于点 H 。

$\because DH \perp AF,$

$\therefore \angle HDC + \angle AFD = 90^\circ.$

$\because \angle HDC + \angle DHC = 90^\circ,$

$\therefore \angle AFD = \angle DHC.$

$\because AD = DC, \angle ADF = \angle DCH = 90^\circ,$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle DCH$ 5 分

$\therefore DF = CH.$

$\because DA = DP,$

$\therefore \angle ADH = \angle EDH.$

$\because AD \parallel BC,$

$\therefore \angle ADH = \angle EHD.$

$\therefore \angle EDH = \angle EHD.$

$\therefore ED = EH$ 6 分

$\therefore DE - CE = DF.$

27. 解：（1）当 $h=1$ 时，抛物线的表达式为 $y = ax^2 - 2ax + a + 1$ 。

$\therefore y = a(x-1)^2 + 1.$

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=1$ 2 分

（2）设抛物线上四个点的坐标为 $A(0, y_A), B(2, y_B), C(4-h, y_C), D(5-h, y_D)$ 。

$\because a < 0,$

$\therefore y_1$ 的最小值必为 y_A 或 y_B 。

①由 $a < 0$ 可知，当 $2 \leq h \leq \frac{5}{2}$ 时，存在 $y_2 \geq y_1$ ，不符合题意。

②当 $h < 2$ 时，总有 $4-h > 2$ 。

\therefore 当 $x > h$ 时， y 随 x 的增大而减小，



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



$\therefore y_B > y_C > y_D$.

当 $h \leq \frac{4}{3}$ 时, $4 - h - h \geq |h|$.

$\therefore y_A \geq y_C > y_D$, 符合题意.

当 $\frac{4}{3} < h < 2$ 时, $4 - h - h < h$.

$\therefore y_A < y_C$, 不符合题意.

③ 当 $h > \frac{5}{2}$ 时,

\therefore 当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore y_C < y_D, y_A < y_B$.

当 $h \geq 5$ 时, $5 - h \leq 0$.

$\therefore y_D \leq y_A$, 符合题意.

当 $\frac{5}{2} < h < 5$ 时, $5 - h > 0$.

$\therefore y_D > y_A$, 不符合题意.

综上所述, h 的取值范围是 $h \leq \frac{4}{3}$ 或 $h \geq 5$7 分



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

28. (1) M_1, M_2 2 分

(2) ① 90; 3 分

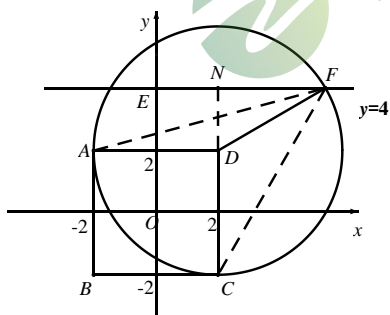
② 解: 由题意可知, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 F 在直线 $y=4$ 上 4 分

如图所示, 点 F 对正方形 $ABCD$ 的可视度为 45° ,

当点 F 是以点 D 为圆心, 4 为半径的圆和直线 $y=4$ 的交点时,

过点 D 作 $DN \perp EF$ 于点 N , 则有 $DN=2, DF=4$,

可得 $NF=2\sqrt{3}$ 5 分



$\therefore a = 2\sqrt{3} + 2$ 6 分

当点 F 是以点 A 为圆心, 4 为半径的

圆和直线 $y=4$ 的交点时,

同理可得, $a = -2\sqrt{3} - 2$.

综上, a 的值为 $2\sqrt{3} + 2$ 或 $-2\sqrt{3} - 2$7分

