数学试卷

班级__________ 姓名__________学号__________ 成绩__________

考生须知	1．本试卷共 6 页，必做题共三道大题，24 道小题，满分 100 分．附加题 2 道，共 10 分．考试时间为 100 分钟． 2．在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号． 3．答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效． 4．选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答．

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1．下列选项中，属于最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{\frac{1}{3}}$　　B．$\sqrt{4}$　　C．$\sqrt{10}$　　D．$\sqrt{8}$

2．以下列长度的三条线段为边，能组成直角三角形的是（　　）

A．2, 3, 4　　B．$\sqrt{7}$, 3, 5　　C．6, 8, 10　　D．5, 12, 12

3．下列化简正确的是（　　）

A．$\left(-\sqrt{2}\right)^2=2$　　B．$\sqrt{(-2)^2}=-2$

C．$3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2$　　D．$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

4．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB // DC$，要使四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列添加的条件**不正确**的是（　　）

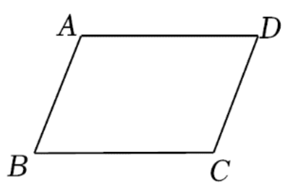
A．$AD=BC$　　B．$AB=CD$　　C．$AD // BC$　　D．$\angle A=\angle C$

5．如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，O 是对角线 AC 与 BD 的交点，$AB\perp AC$，若 $AB=8$，$AC=12$，则 BD 的长是（　　）

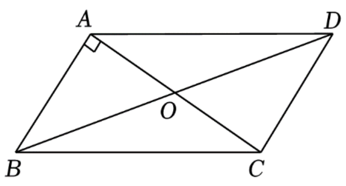
A．20　　B．21　　C．22　　D．23

6．如图，矩形 $ABCD$ 中，AC，BD 交于点 O． M，N 分别为 BC，OC 的中点．若 $\angle ACB=30°$，$AB=8$，则 MN 的长为（　　）

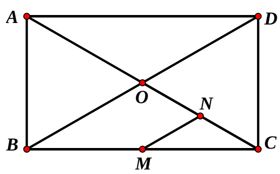
A．2　　B．4　　C．8　　D．16



（第 4 题）



（第 5 题）



（第 6 题）

7．如图，在长方形 $ABCD$ 中无重叠放入面积分别为 8 和 16 的两张正方形纸片，则图中空白部分的面积为（　　）

A．$8\sqrt{2}-8$　　B．$8\sqrt{3}-12$　　C．$4-2\sqrt{2}$　　D．$8\sqrt{2}-2$

8．在菱形 $ABCD$ 中，M，N，P，Q 分别为边 AB，BC，CD，DA 上的点(不与端点重合)，对于任意菱形 $ABCD$，下面四个结论中，

①存在无数个四边形 $MNPQ$ 是平行四边形；

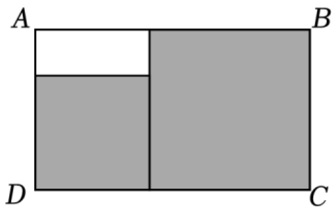
②存在无数个四边形 $MNPQ$ 是矩形；

③存在无数个四边形 $MNPQ$ 是菱形；

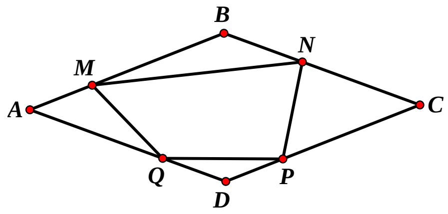
④至少存在一个四边形 $MNPQ$ 是正方形．

其中正确的有（　　）个

A．1　　B．2　　C．3　　D．4



（第 7 题）



（第 8 题）

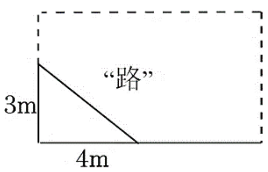
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．若二次根式 $\sqrt{2x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ________．

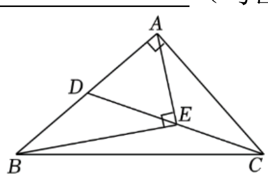
10．如图，校园内有一块矩形草地，为了满足人们的多样化需求，在草地内拐角位置开出了一条“路”，走此“路”至少可以省 ________m 的路程．

11．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=4$，CD 是△ABC 的中线，E 是 CD 的中点，连接 AE，BE，若 $AE\perp BE$，垂足为 E，则 AC 的长为 ________．

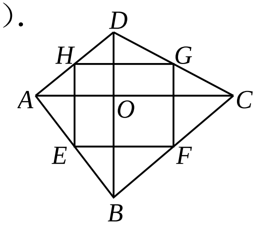
12．如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O．E, F, G, H 分别是边 AB，BC，CD，DA 的中点．只需添加一个条件，即可使四边形 $EFGH$ 是矩形，这个条件可以是________________（写出一个即可）．



（第 10 题）



（第 11 题）



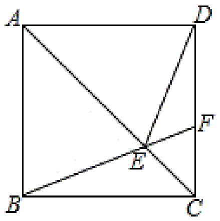
（第 12 题）

13．已知 a，b，c 分别为Rt△ABC 中∠A，∠B，∠C 的对边，且∠C＝90°， a 和 b 满足 $\sqrt{a-2}+(b-3)^2=0$，则 c 的长为__________.

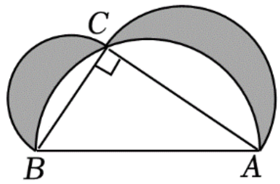
14．如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 F 为 CD 上一点，BF 与 AC 交于点 E，若∠CBF＝20° ，则∠AED 的度数为________.

15．如图，在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，分别以各边为直径作半圆，图中阴影部分在数学史上称为“希波克拉底月牙”．若 BC=3，AC＝4，则图中阴影部分的面积为 _______.

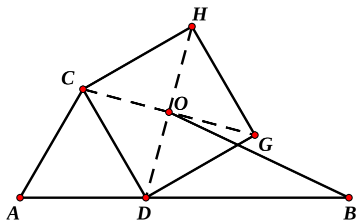
16．如图，线段 AB 的长为 10，点 D 在线段 AB 上运动，以 AD 为边长作等边三角形 ACD. 再以 CD 为边长，在线段 AB 上方作正方形 $CDGH$. 记正方形 $CDGH$ 的对角线交点为 O. 连接 OB，则线段 BO 的最小值为 _______.



（第 14 题）



（第 15 题）



（第 16 题）

三、 解答题（本题共 68 分）

17．（本题 12 分）

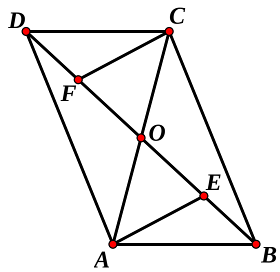
计算：（1） $\sqrt{18}-\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{24}\div\sqrt{3}$；

（2） $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$；

（3） $\sqrt{12}\times\left(\sqrt{75}+3\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{48}\right)$.

18．（本题 8 分）

如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E，点 F 在线段 BD 上，且 DE＝BF．求证：AE∥CF．



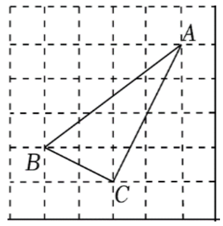
19．（本题 8 分）

如图，正方形网格的每个小方格都是边长为 1 的正方形，△ABC 的顶点都在格点上．

（1）△ABC 的面积为 ________；

（2）通过计算判断△ABC 的形状；

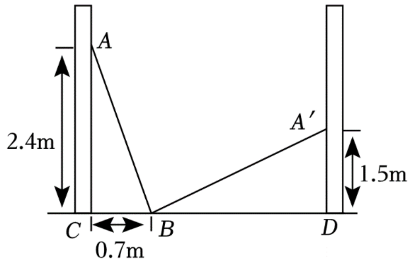
（3）求 AB 边上的高．



20．（本题 8 分）

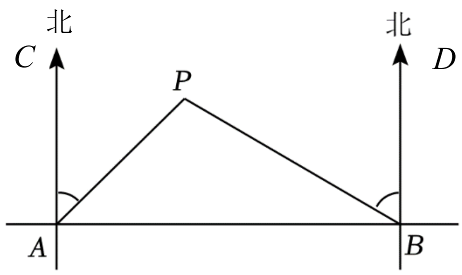
如图，小巷左右两侧是竖直的墙，一架梯子斜靠在左墙时，梯子底端到左墙角的距离 BC 为 0.7m，梯子顶端到地面的距离 AC 为 2.4m．如果保持梯子底端位置不动，将梯子斜靠在右墙时，梯子顶端到地面的距离 $A'D$ 为 1.5m．

求小巷的宽 CD．



21．（本题 8 分）

如图，在东西方向的海岸线上有 A，B 两个港口，甲货船从 A 港出发沿东北方向（北偏东 45°）行驶，同时乙货船从 B 港口出发沿北偏西 60° 方向行驶，乙货船行驶 10 海里后和甲货船相遇在点 P 处．求 A 港与 B 港相距多少海里．

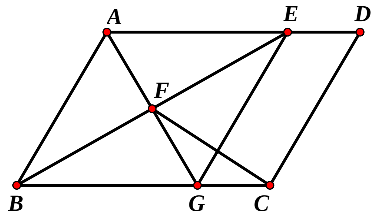


22.（本题 8 分）

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E，过点 A 作 BE 的垂线交 BE 于点 F，交 BC 于点 G，连接 EG，CF.

（1）求证：四边形 $ABGE$ 是菱形；

（2）若 $\angle ABC=60°$，$AB=4$，$AD=5$，求 CF 的长.



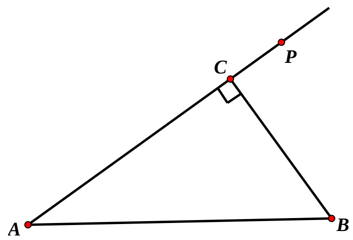
23.（本题 8 分）

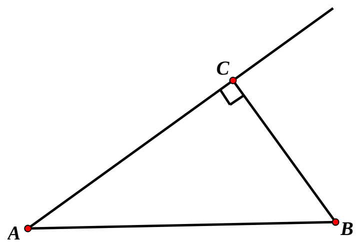
如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AB=5$，$BC=3$，点 P 从点 A 出发，沿射线 AC 以每秒 2 个单位长度的速度运动．设点 P 的运动时间为 t 秒（$t>0$）.

（1）当点 P 在 AC 延长线上运动时，CP 的长为 _______；（用含 t 的代数式表示）

（2）若点 P 在 $\angle ABC$ 的角平分线上，求 t 的值；

（3）在整个运动中，直接写出 $\triangle ABP$ 是等腰三角形时 t 的值.





备用图

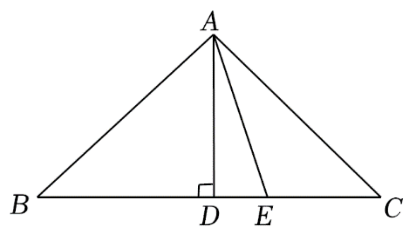
24.（本题 8 分）

如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=90°$，过点 A 作 BC 的垂线 AD，垂足为点 D. 点 E 为线段 DC 上一动点（不与点 C 重合），连接 AE，以点 A 为中心，将线段 AE 逆时针旋转 $90°$ 得到线段 AF，连接 BF，与线段 AD 交于点 G，连接 CF.

（1）依题意补全图形；直接写出 BC 与 CF 的位置关系；

（2）求证：$AG+DE=\frac{1}{2}BE$；

（3）直接写出 AE，BE，AG 之间的数量关系.



附加题（共 10 分）

1．（本题 4 分）

在学习了二次根式一章后，老师给小郭同学出了这样一道思考题：

求 $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$ 的值.

小郭同学认真分析了式子的结构，做出如下解答：

设 $x=\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$，两边平方得：

$x^2=\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2+\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2+2\sqrt{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}$，

即 $x^2=3+\sqrt{5}+3-\sqrt{5}+4$，

$x^2=10$，

$\therefore x=\pm\sqrt{10}$.

$\because \sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}>0$，

$\therefore \sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}=\sqrt{10}$.

请你参考上述方法，求 $\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}$ 的值.

2．（本题 6 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P 和正方形 $OABC$，给出如下定义：若点 P 在正方形 $OABC$ 内部（不包括边界），且 P 到正方形 $OABC$ 的边的最大距离是最小距离的 2 倍，则称点 P 是正方形 $OABC$ 的 2 倍距离内点.

已知：$A(a,0),B(a,a)$.

（1）当 a=6 时，

①点 $P_1(1,-3),P_2(3,2),P_3(4,1)$ 三个点中，________是正方形 $OABC$ 的 2 倍距离内点；

②点 $P(n,4)$ 是正方形 $OABC$ 的 2 倍距离内点，请直接写出 n 的取值范围；

（2）点 $E(1,1),F(2,2)$，若线段 EF 上存在正方形 $OABC$ 的 2 倍距离内点，请直接写出 a 的取值范围；

（3）当 $6\le a\le 9$ 时，请直接写出**所有**正方形 $OABC$ 的**所有** 2 倍距离内点组成的图形面积.

数学参考答案

一、选择题

1.C　2. C　3.A　4. A　5. A　6. B　7. A　8.D

二、填空题

9. $x \geq \frac{3}{2}$　10. 2　11. $2\sqrt{3}$　12. 答案不唯一，如：AC⊥BD

13. $\sqrt{13}$　14. 65°　15. 6　16. 5

三、解答题

17. (1) 原式 $= 3\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} - 2\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

(2) 原式 $= 5 - 2\sqrt{6} - 1 = 4 - 2\sqrt{6}$

(3) 原式 $= 2\sqrt{3} \times \left(5\sqrt{3} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3}\right) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 12$

或原式 $= 30 + 6 - 24 = 12$

18. 证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD=CB$，$AD/\!/BC$，

∴$\angle ADE=\angle CBF$，

在△ADE 和△CBF 中，

$$\begin{cases} AD = CB \\ \angle ADE = \angle CBF \\ DE = BF \end{cases}，$$

∴△ADE≌△CBF（SAS），

∴$\angle AED=\angle CFB$，

∴$AE/\!/CF$.

19. 解：（1）5；

（2）由图可得，

$BC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∴$BC^2+AC^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=5^2=AB^2$，

∴△ABC 是直角三角形；

（3）设 AB 边上的高为 x，

∵△ABC 是直角三角形，

∴$5=\frac{AB\cdot x}{2}$，

即$5=\frac{5\cdot x}{2}$，

解得 x＝2，即 AB 边上的高是 2.

20. 解：在 Rt△ABC 中，由勾股定理得：

$AB=\sqrt{2.4^2+0.7^2}=2.5$（$m$），

∴$A'B=AB=2.5$ 米，

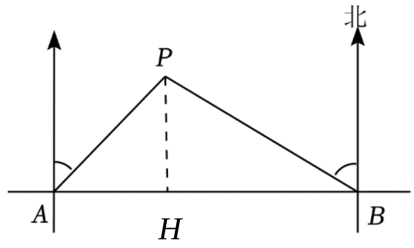
在 Rt△$A'BD$ 中，由勾股定理得：

$BD=\sqrt{2.5^2-1.5^2}=2$（m），

∴$CD=BC+BD=2+0.7=2.7$（m）.

即小巷的宽为 2.7 米.

21. 解：作 $PH\perp AB$ 于点 H，



∵乙货船从 B 港口沿北偏西 60° 方向行驶，

∴$\angle PBH=30°$，

又∵$BP=10$ 海里，

∴$PH=5$ 海里，$BH=5\sqrt{3}$海里，

∵$\angle PAH=45°$，

∴$PH=AH=5$ 海里，

∴$AB=AH+BH=$（$5+5\sqrt{3}$）海里，

即：A 港与 B 港相距（$5+5\sqrt{3}$）海里.

22. （1）证明：∵BE 平分$\angle ABC$，

∴$\angle ABE=\angle CBE$，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴$AD\parallel BC$ 且 $AD=BC$，

∴$\angle CBE=\angle AEB$，

∴$\angle ABE=\angle AEB=\angle CBE$，∴$AB=AE$，

∵$AF\perp BE$，

∴$\angle AFB=\angle GFB=90°$，

在△ABF 和△GBF 中 $\begin{cases}\angle ABE=\angle CBE\\ BF=BF\\ \angle AFB=\angle GFB\end{cases}$，

∴△ABF≌△GBF（ASA），

∴$AB=GB$，

∴$AE=GB$，

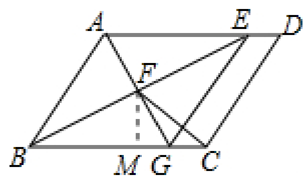
又∵$AD // BC$，

∴四边形 $ABGE$ 是平行四边形，

又∵$AB=GB$，

∴四边形 $ABGE$ 是菱形；

（2）解：过点 F 作 $FM\perp BC$ 于点 M，如图所示：



∵四边形 $ABGE$ 是菱形，

∴$\angle GBE=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$，$BG=AB=4$，$BC=AD=5$，

在 Rt△BFG 中，$BF=2\sqrt{3}$，

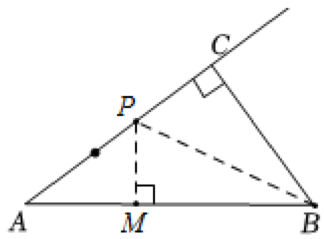
在 Rt△BFM 中，$FM=\frac{1}{2}BF=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$，$BM=3$，

∴$CM=BC-BM=5-3=2$，

∴Rt△FMC 中，$CF=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{7}$.

23. 解：(1)$2t-4$. ………………2 分

(2)若点 P 在$\angle ABC$ 的角平分线上，则：



设 $PM=PC=y$，则 $AP=4-y$，

在 Rt△APM 中，$AM^2+PM^2=AP^2$，

∴$2^2+y^2=(4-y)^2$，

解得$y=\frac{3}{2}$，

$\left(4-\frac{3}{2}\right)\div 2=\frac{5}{4}$，

即若点 P 在$\angle ABC$ 的角平分线上，则 t 的值为$\frac{5}{4}$.

（3）t 的值为$\frac{25}{16}$或$\frac{5}{2}$或 4.

24.（1）补全图形如右图

猜想：$BC \perp CF$

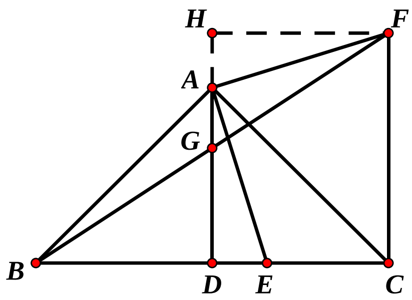
（2）证明：过 F 作 FH⊥AD，交 AD 延长线于 H

∵ $\angle BAC = \angle EAF = 90°$，

∴ $\angle BAE = \angle CAF$，

在△ABE 和△ACF 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAE = \angle CAF \\ AE = AF \end{cases}，$$



∴△ABE≌△ACF（SAS），

∴ $\angle ABE = \angle ACF = 45°$，$CF=BE$,

∵ $\angle ACB = 45°$，

∴ $\angle BCF = 45° + 45° = 90°$，

∴ $BC \perp CF$；

∵ $AB=AC$，$AD \perp BC$，

∴ $BD=CD$，

∵ $\angle FCD = \angle ADC = \angle H = 90°$，

∴四边形 HFCD 为矩形，

∴HF＝$CD=BD$，$CF=HD$,

又∵ $\angle ADB = \angle H = 90°$，$\angle BGD = \angle HGF$,

∴△BDG≌△HGF（AAS），

∴ $HG = DG = \frac{1}{2}CF = \frac{1}{2}BE$，

∵ $\angle ADE = \angle H = 90°$，$\angle HAF = 90° - \angle DAE = \angle AED$, $AF=AE$,

∴△ADE≌△HAF（AAS），

∴ $HA = DE$

∴ $AG+DE=AG+HA=GH$

∴ $AG+DE=\frac{1}{2}BE$.

（3）$2AE^2 = BE^2 + 4AG^2$.

附加题

1. 解：根据题意，设 $x=\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}$，

两边平方得：x^2＝（$\sqrt{4+\sqrt{7}}$）^{2}+（$\sqrt{4-\sqrt{7}}$）^{2}+2$\sqrt{(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})}$，

x^2＝4+$\sqrt{7}$+4 - $\sqrt{7}$+2×$\sqrt{16-7}$，

即 x^2＝4+$\sqrt{7}$+4 - $\sqrt{7}$+6，

x^2＝14，

∴x＝±$\sqrt{14}$，

∵$\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}$＞0，

∴x＝$\sqrt{14}$.

2. (1)①P_2

②$2 \leq \mathrm{n} \leq 4$

(2)$\frac{3}{2} \leq a \leq 6$

(3)13